

إجابات أسئلة الدرس

تطبيقات اقتصادية على التفاضل

(١) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو $D(s) = 80s + s^2$ دينار، واقتران التكلفة الكلية هو $K(s) = 40 + 160s$ دينار، حيث s عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

$$R(s) = 80s + s^2 - (40 + 160s)$$

$$= 80s + s^2 - 40 - 160s$$

$$R(s) = s^2 - 80s - 40$$

$$R'(s) = 2s - 80 \text{ (الربح الحدي).}$$



(٢) ينتج مصنع للحواسيب s جهاز أسبوعيًا. فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي بالدينار تعطى بالعلاقة $K(s) = 3000 + 50s + s^2$ ، وكان سعر الجهاز الواحد 250 دينارًا، فما عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيًا لتحقيق أكبر ربح ممكن؟

الحل:

$$K(s) = 3000 + 50s + s^2$$

$$\text{الإيراد} = \text{سعر الجهاز} \times \text{عدد الأجهزة}$$

$$D(s) = 250s$$

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

$$= 250s - (3000 + 50s + s^2)$$

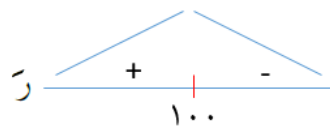
$$= 250s - 3000 - 50s - s^2$$

$$= -s^2 + 200s - 3000$$

$$R'(s) = 2s - 200$$

$$0 = 2s - 200 \iff \frac{200}{2} = \frac{2s}{2}$$

$$s = 100$$



قيمة عظمى عند $s = 100$

(٣) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو $D(s) = 60s - s^2$ دينار، واقتران التكلفة الكلية هو $K(s) = 20s + 8$ دينار، حيث s عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

$$R(s) = 60s - s^2 - (20s + 8)$$

$$R(s) = 60s - s^2 - 20s - 8$$

$$R'(s) = 60 - 2s - 20$$

$$R'(s) = 40 - 2s$$

$$R''(s) = -2$$

(٤) إذا كان $D(s) = 16s - s^2$ دينار، $K(s) = 2s^2 - 8s + 15$ دينار، هما إيراد s من وحدات سلعة معينة وتكلفتها، فجد قيمة s التي تجعل الربح أكبر ما يمكن.

الحل:

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

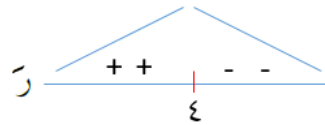
$$R(s) = 16s - s^2 - (2s^2 - 8s + 15)$$

$$R(s) = 16s - s^2 - 2s^2 + 8s - 15$$

$$R'(s) = 16 - 2s - 4s$$

$$R'(s) = 16 - 6s$$

$$0 = 16 - 6s \Rightarrow \frac{16}{6} = s$$



عند $s = 4$ قيمة عظمى

(٥) حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

ينتج مصنع للثلجات س ثلاجة شهرياً. فإذا كانت تكلفة إنتاجها تعطى بالعلاقة:

ك(س) = $36000 + 4س + 2س^2$ ، وكان سعر الثلاجة الواحدة ٥٠٠ دينار، فجد عدد الثلاجات التي

يجب أن يبيعها المصنع شهرياً لتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل:

د (س) = عدد الثلاجات \times سعر الثلاجة

$$س = 500 \times 500 = 500س$$

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$= 500س - (36000 + 4س + 2س^2)$$

$$= 500س - 36000 - 4س - 2س^2$$

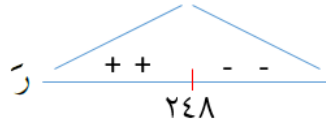
$$= 496س - 36000$$

$$ر'(س) = 496 - 4س$$

$$\frac{496}{4} = \frac{4س}{4} \Leftrightarrow \frac{496}{4} = \frac{4س}{4}$$

$$س = 248$$

قيمة عظمى عند س = 248



(٦) يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ٩٠ ديناراً. فإذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج س

وحدة من هذه السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة: ك(س) = $2س^2 + 70س + 100$ دينار،

فجد الربح الحدي.

الحل:

$$د(س) = 90 \times س$$

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$ر(س) = 90س - (2س^2 + 70س + 100)$$

$$ر(س) = 90س - 2س^2 - 70س - 100$$

$$ر(س) = 20س - 2س^2 - 100$$

$$ر'(س) = 20 - 4س \quad (\text{الربح الحدي})$$