وزارة التربية

الرياضيات

Mathematics

الصف الثامن - الجزء الأوّل

كتاب الطالب

الطبعة الرابعة

٨

المرحلة المتوسطة

وزارة التربية

الرياضيات

Mathematics

الصف الثامن - الجزء الأوّل

كتاب الطالب

لجنة تعديل كتاب الرياضيات للصف الثامن

أ. إيمان يوسف محمد المنصور (رئيسًا)

أ. غادة عبد الرحمن سليمان زامل

أ. جمال عبد الناصر أحمد السبال

أ. سمير عبدالله أحمد مرسي

أ. مخلد سعد مطلق المطيري

أ. عبد الكريم غدير مربد الشمري

أ. مريم عفّاس سعود الشحومي

أ. أمينة عبدالله عبد الرزاق البلوشي

أ. غنيمة يوسف عبد الكريم الكندري

الطبعة الرابعة

١٤٣٩ - ١٤٤٠ هـ

٢٠١٨ - ٢٠١٩ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج

إدارة تطوير المناهج

الطبعة الرابعة ٢٠١٨م

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ.حسين علي عبدالله　　أ.حصة يونس محمد علي

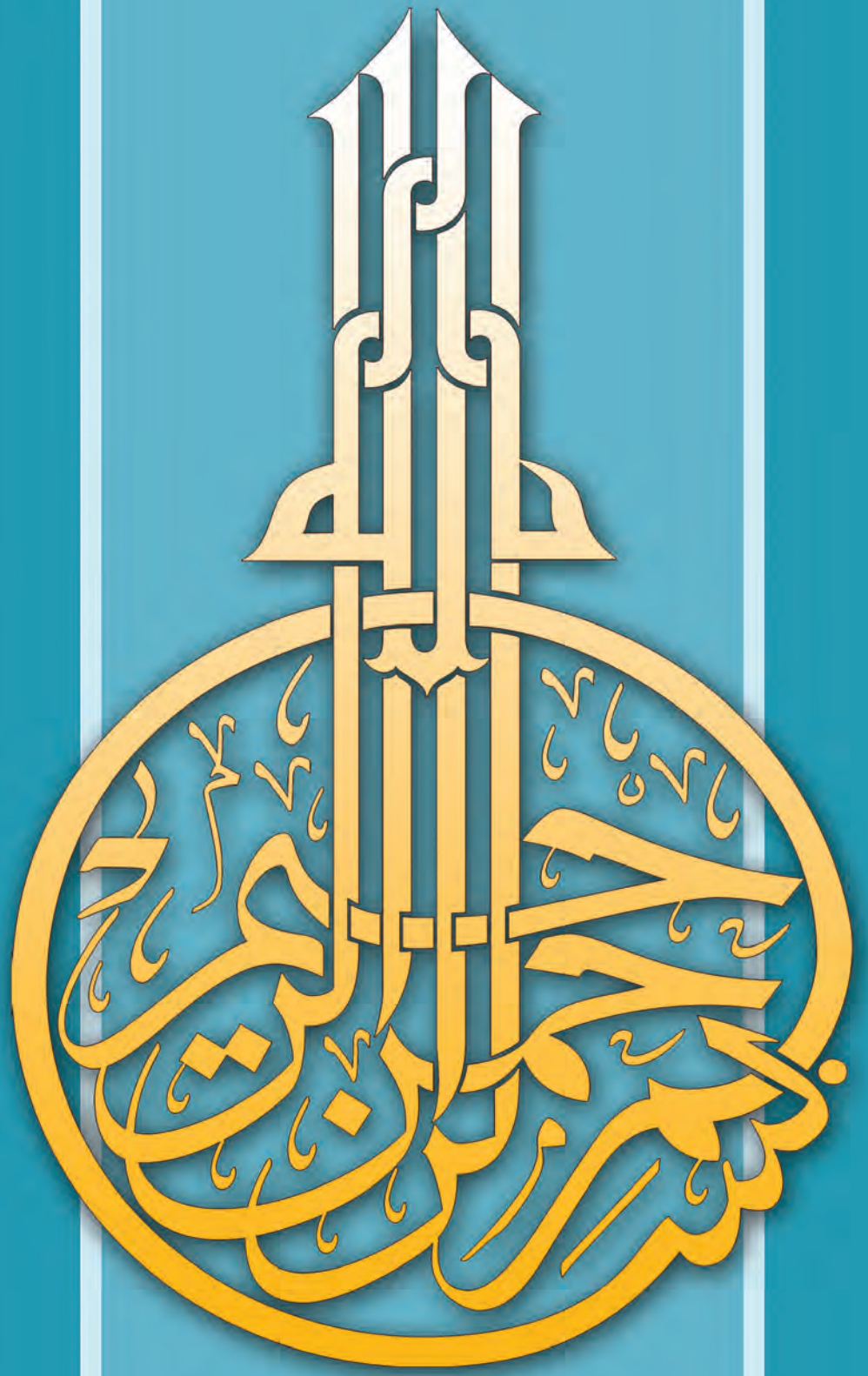
أ. فتحية محمود أبو زور

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الثامن

أ. اعتدال محمد أحمد البحر (رئيسًا)

أ.إلهام عفيفي علي　　أ.عادل عبدالله أبو نعمة

أ.مي أحمد الأستاذ　　أ.نداء محمد التحو


بسم الله الرحمن الرحيم

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

تصـدير

لم يعد خافيًا على كلّ مهتمّ بالشأن التربوي الأهمّية القصوى للمناهج الدراسية، وذلك لأنّها ترتكز بطبيعتها على فلسفة المجتمع وتطلّعاته بالإضافة إلى أهداف النظام التعليمي والمنظومة التعليمية، لذلك نجد أنّ صناعة المنهج أصبحت من التحدّيات التي تواجه التربويين لارتباط ذلك بأسس فنّية ذات علاقة وثيقة في البنية التعليمية، مثل الأسس الفلسفية والتربوية والاجتماعية والثقافية، ومن هنا اكتسبت المناهج الدراسية أهمّيتها ومكانتها الكبرى.

ونظرًا لهذه المكانة التي احتلّتها المناهج الدراسية، قامت وزارة التربية بعملية تطوير واسعة، استكمالًا لكلّ الجهود السابقة، حيث قامت بإعداد الكتب والمناهج الدراسية وفقًا للمعايير والكفايات سواء أكانت العامّة أم الخاصّة، وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون، ولتكون المناهج برؤيتها الجديدة ذات بعد عملي تطبيقي وظيفي يرتبط بقدرات المتعلّمين وسوق العمل ومتطلّبات المجتمع وغيرها من أبعاد المناهج التربوية، مع تأكيدنا بأنّ ذلك يأتي أيضًا اتّساقًا مع التطوّرات الحديثة، إن كانت في مجال الفكر التربوي والسلوك الإنساني أو القفزات المتسارعة في مجال التكنولوجيا، والتي أصبحت جزءًا لا يتجزّأ من حياة الإنسان، وأيضًا ما أملته التطوّرات الثقافية والحضارية المعاصِرة وانعكاساتها على الفكر ونمط العلاقات الإنسانية.

ونحن من خلال هذا الأسلوب نتطلّع إلى أن تساهم المناهج الدراسية في تحقيق أهداف دولة الكويت بشكل عامّ وأهداف النظام التعليمي بشكل خاصّ، والتي تأتي في طليعتها تنشئة أجيال مؤمنة بربّها مخلصة لوطنها تتمتّع بقدرات ومهارات عقلية ومهارية واجتماعية تجعل منهم مواطنين فاعلين ومتفاعلين، محافِظين على هويتهم الوطنية ومنفتحين على الآخر ومتقبّلينه مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسّك بمبادئ السلام والتسامح، والتي صارت من أهمّ متطلّبات الحياة المستقرّة الكريمة.

والله ولي التوفيق ،،،

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

المحتويات

الجزء الأول :

الـوحـدة الأولـــى : المجموعات

الـوحـدة الـثـانـيـة : الأعداد النسبية

الـوحـدة الـثـالـثـة : النسبة والتناسب

الـوحـدة الـرابـعـة : تطابق وتشابه المثلّثات

الـوحـدة الخـامـسـة : العلاقة والتطبيق

الـوحـدة الـسـادسـة : علم الإحصاء

الجزء الثاني :

الـوحـدة الـسـابـعـة : التحويلات الهندسية

الـوحـدة الـثـامـنـة : الأشكال الرباعية

الـوحـدة الـتـاسـعـة : المقادير الجبرية

الـوحـدة الـعـاشـرة : تحليل المقادير الجبرية

الوحدة الحادية عشرة : الهندسة والقياس

الوحدة الثانية عشرة : الاحتمال

محتوى الجزء الأوّل

الوحدة الأولى : المجموعات

الموضوع : عالم الرياضة

مشروع الوحدة الأولى ١٨

مخطَّط تنظيمي للوحدة الأولى ١٩

١-١ الحسّ العددي والهندسة (مراجعة) ٢٠

١-٢ المجموعات ٢٤

١-٣ المجموعة الجزئية - تساوي مجموعتين ٣٠

١-٤ العمليات على المجموعات (تقاطع - اتحاد) ٣٤

١-٥ مراجعة الوحدة الأولى ٤٠

إختبار الوحدة الأولى ٤١

الوحدة الثانية : الأعداد النسبية
الموضوع : صناعات ومعادن

مشروع الوحدة الثانية ٤٢

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية ٤٣

٢-١ اِستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها ٤٤

٢-٢ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية ٤٨

٢-٣ جمع الأعداد النسبية وخواصها ٥٢

٢-٤ طرح الأعداد النسبية ٥٨

٢-٥ ضرب الأعداد النسبية وخواصها ٦٢

٢-٦ قسمة الأعداد النسبية ٦٨

٢-٧ الجذر التربيعي للعدد النسبي ٧٢

٢-٨ الجذر التكعيبي للعدد النسبي ٧٦

٢-٩ مراجعة الوحدة الثانية ٨٠

اِختبار الوحدة الثانية ٨٢

الوحدة الثالثة : النسبة والتناسب
الموضوع : المشروعات الصغيرة

مشروع الوحدة الثالثة ٨٤

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثالثة ٨٥

٣-١ حلّ التناسب (طردي - عكسي) ٨٦

٣-٢ إيجاد النسبة المئوية من عدد ٩٢

٣-٣ اِستخدام المعادلات لحلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية ٩٦

٣-٤ النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية ١٠٠

٣-٥ مراجعة الوحدة الثالثة ١٠٦

اِختبار الوحدة الثالثة ١٠٨

الوحدة الرابعة : تطابق وتشابه المثلّثات
الموضوع : الفنون الجميلة

مشروع الوحدة الرابعة ١١٠

مخطَّط تنظيمي للوحدة الرابعة ١١١

٤-١ التطابق ١١٢

٤-٢ الحالة الأولى : تطابق مثلّثين بثلاثة أضلاع ١١٦

٤-٣ الحالة الثانية : تطابق مثلّثين بضلعين والزاوية المحدَّدة بهما ١٢٠

٤-٤ الحالة الثالثة : تطابق مثلّثين بزاويتين وضلع واصل بين رأسيهما ١٢٤

٤-٥ تطبيقات على تطابق المثلّثات ١٢٨

٤-٦ تطابق مثلّثين قائمي الزاوية بضلع ووتر ١٣٢

٤-٧ تشابه المثلّثات ١٣٨

٤-٨ تشابه مثلّثين بتطابق زاويتين ١٤٢

٤-٩ تشابه مثلّثين بتناسب أطوال الأضلاع المتناظرة ١٤٦

٤-١٠ تشابه مثلّثين بتطابق زاوية وتناسب طولي الضلعين المحددين لها ١٥٠

٤-١١ تطبيقات على تشابه المثلّثات ١٥٤

٤-١٢ مراجعة الوحدة الرابعة ١٥٨

اِختبار الوحدة الرابعة ١٦٠

الوحدة الخامسة : العلاقة والتطبيق
الموضوع : عائلتي

مشروع الوحدة الخامسة ١٦٢

مخطَّط تنظيمي للوحدة الخامسة ١٦٣

٥-١ الزوج المرتَّب والحاصل الديكارتي ١٦٤

٥-٢ مفهوم العلاقة ١٦٨

٥-٣ التطبيق (الدالّة) ١٧٦

٥-٤ مراجعة الوحدة الخامسة ١٨٢

اِختبار الوحدة الخامسة ١٨٤

الوحدة السادسة : علم الإحصاء
الموضوع : السياحة

مشروع الوحدة السادسة ١٨٦

مخطَّط تنظيمي للوحدة السادسة ١٨٧

٦-١ مخطَّطات الساق والأوراق ١٨٨

٦-٢ تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية ١٩٢

٦-٣ المتوسّط الحسابي - الوسيط - المنوال ١٩٦

٦-٤ مراجعة الوحدة السادسة ٢٠٢

اِختبار الوحدة السادسة ٢٠٥

الوحدة الأولى

المجموعات
Sets

عالم الرياضة
The Sport

مشروع الوحدة :
(رياضتي المفضلة)

الرياضة هي مجهود جسدي أو مهارة تُمارَس بموجب قواعد متفق عليها بهدف (الترفيه ، المنافسة ، المتعة ، التميز ، تطوير المهارات ، تقوية الثقة بالنفس والجسد) .

خطة العمل :

- يقوم المعلم بتقسيم المتعلمين إلى عدة فرق ومن ثمّ استطلاع آرائهم حول نوعين من الرياضة المفضلة لديهم وعمل جدول بذلك.

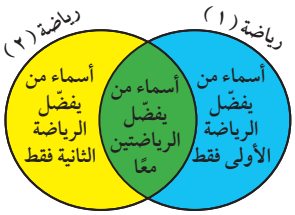
خطوات تنفيذ المشروع :

- أكمل الجدول بأسماء المتعلّمين لكل فريق والرياضة التي يفضلونها .
- حدّد عدد الطلبة الذين يفضلون نوع محدد فقط أو نوعين معًا واستكمال الجدول .

الرياضة المفضّلة / أسماء الطلاب	رياضة (١)	رياضة (٢)	الرياضتين معًا
١ -			
٢ -			
٣ -			
٤ -			
المجموع			

علاقات وتواصل :

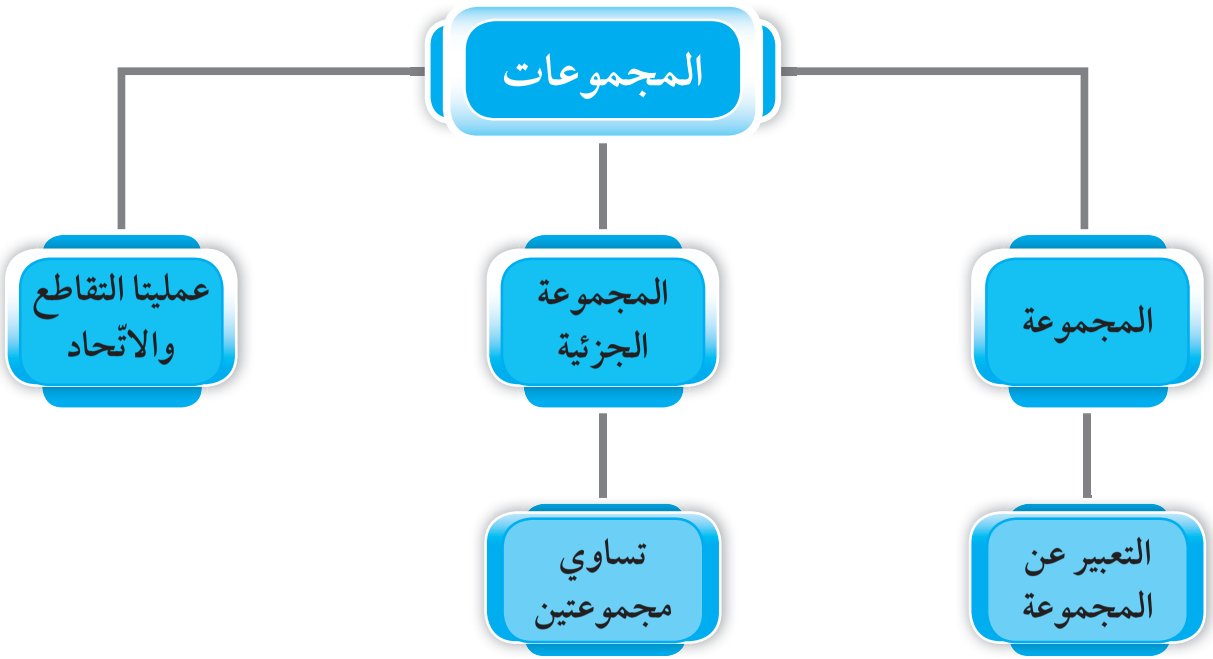
- تواجد الفرق في صالة الألعاب لممارسة الرياضة المفضلة لديهم وحسب الأسماء في الجدول أعلاه .
- تلعب الفرق الرياضية أثناء الفرص للتواصل فيما بينهم .



عرض العمل :

- يتم تمثيل الجدول للألعاب المحددة كما في الشكل المرسوم أمامك .
- تناقش المجموعات ما تم عمله .

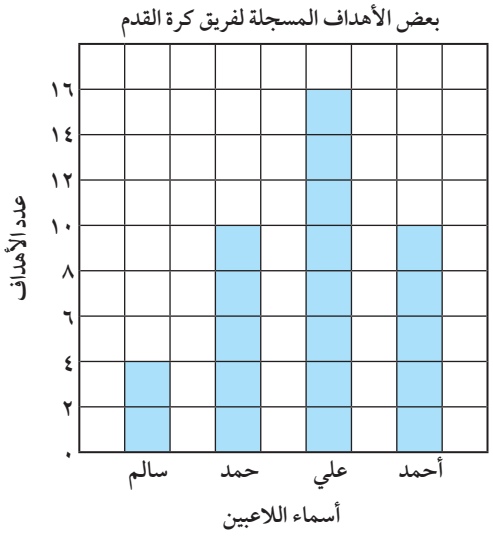
مخطَّط تنظيمي للوحدة الأولى



١-١ الحسّ العددي والهندسة (مراجعة)
Number Sense and Geometry (Revision)

أوّلًا : الحسّ العددي

١ تُعتبَر لعبة كرة القدم من أكثر الألعاب شيوعًا في دولة الكويت . **التمثيل البياني التالي يمثّل عدد الأهداف التي أحرزها بعض لاعبي كرة القدم في إحدى المدارس .**



أ ما نوع التمثيل البياني المقابِل ؟

.....

ب اللاعب الذي أحرز أكثر عدد من الأهداف هو: .....

.....

جـ بكم يزيد عدد الأهداف التي أحرزها علي عن عدد الأهداف التي أحرزها سالم ؟

.....

د من التمثيل البياني السابق أوجِد :

(١) المتوسّط الحسابي لعدد الأهداف التي أحرزها اللاعبون = ...

.....

(٢) الوسيط = ...	(٣) المنوال هو :	(٤) المدى = ...

٢ **أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) للعددين .**

أ ٣ ، ٥

ب ٦ ، ٩

٣ **أوجد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) للعددين .**

أ ٦ ، ٩

ب ١٢ ، ٨

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $-٧ + (-٢) =$ .....

ب $-٦ - (-٣) =$ .....

جـ $-٢٤ \div ٦ =$ .....

د $٣ \times (-٥) =$ .....

هـ $٥,٧٣ \times ١٠٠ =$ .....

و $٧٤,٩ \times ٠,١ =$ .....

ز $١٢٣٤ \div (-١٠) =$ .....

ح $|-٥| + (-٩) =$ .....

ط $٣١ + ٣١ \div ٣١ =$ .....

ي $٩ \times ٩ \div ٩ - ٩ =$ .....

٥ مثِّل العبارة التالية على خطّ الأعداد ، ثمّ أوجد الناتج .

$-٤ + (+٥) =$ .....

٦ أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ $٨\frac{١}{٦} - ٤\frac{١}{٢} =$ .....

ب $\frac{٧}{١٠} \div ١\frac{٢}{٥} =$ .....

تذكَّرْ أنّ:
المعكوس الضربي لـ $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$
حيث أ ، ب ≠ ٠

٧ أوجِد ناتج القسمة ، ثمّ قرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة .

$٣,٦٨٤ \div ٠,٤$

.....

.....

٨ أوجِد قيمة س :

$$\frac{\text{س}}{١٢} = \frac{٣}{٤}$$

٩ أوجِد قيمة ٢٥ ٪ من ١٢٠٠ متر .

١٠ هل العبارات التالية صحيحة أم خاطئة ؟ اُذكر السبب .

أ) ٢٥ + ٣٦ = ٣٦ + ٢٥

ب) ٨٢ × ٥٩ = ٥٩ × ٨٣

جـ) ٣ × (٢ × ١٩) > (٣ × ٢) × ١٩

د) ٢٤ ÷ ١٢ = ١٢ ÷ ٢٤

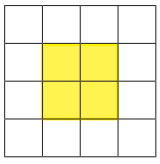
هـ) ٢٤٦ ÷ ٣ = ٢٤٦ ÷ ٢

و) ١٥٨ + ١٢٠ > ١٥٨ + ٢٠٠

ثانيًا : الهندسة

١١ أوجِد مساحة كلّ من المناطق المظللة :

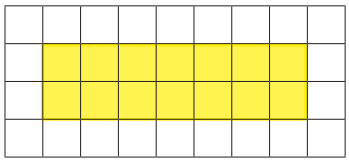
أ



.....

.....

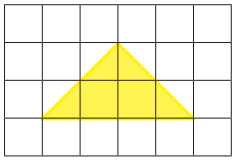
ب



.....

.....

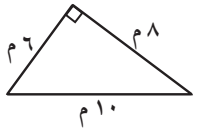
جـ



.....

.....

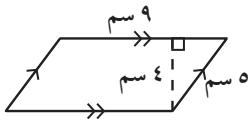
د



.....

.....

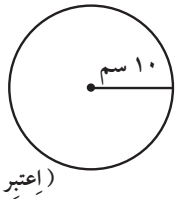
هـ



.....

.....

و

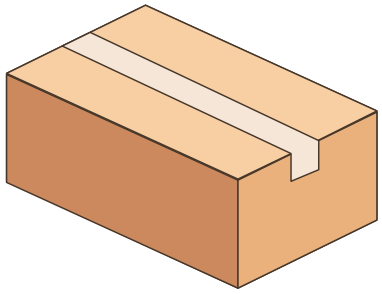


(اِعتبِر $\pi \approx 3,14$)

.....

.....

١٢ صندوق لجمع كرات التنس في ملعب رياضي على شكل شبه مكعّب أبعاده ٥ دسم ، ٢ دسم ، ٣ دسم .
اُحسب كلًّا ممّا يلي :



أ المساحة السطحية للصندوق .

.....

.....

.....

ب حجم الصندوق .

.....

.....

٢-١ المجموعات
Sets

سوف تتعلّم : مفهوم المجموعة وعناصرها وكتابة المجموعة وتمثيلها .

العبارات والمفردات :
مجموعة **Set**
عنصر **Element**
انتماء ∈ **Belongs to**
عدم انتماء ∉ **Doesn't Belong to**
مخطّط فن **Venn Diagram**
المجموعة الخالية ∅ **Empty Set**
منتهية **Finite**
غير منتهية **Infinite**

نشاط (١) :

شارك المنتخب الكويتي لكرة القدم في بطولة كأس العالم عام ١٩٨٢ م ، وكان يضم المنتخب الكويتي ١١ لاعبًا أساسيًّا مميّزًا منهم : جاسم يعقوب ، فتحي كميل ، فيصل الدخيل ، ... إلخ
المنتخَب الكويتي عبارة عن تجمّع من اللاعبين ، وهذا التجمّع **يُسمّى مجموعة** وكلّ لاعب فيها يمثّل **عنصرًا** في المجموعة . **فمثلاً :** أرقام لاعبي المنتخب الكويتي تشكل **مجموعة** وكل رقم في هذه المجموعة يشكل **عنصرًا** .

المجموعة هي تجمّع من الأشياء المتمايزة المحدَّدة تحديدًا تامًّا ، ويُطلَق على هذه الأشياء عناصر .

فمثلًا :

أ **يشكل** « المتعلّمون في ثانوية المباركية » **مجموعة** لأنها محددة تحديدًا تامًّا ولكن **لا يشكل** « المتعلّمون » **مجموعة** لأنهم غير محددين تحديدًا تامًّا .

ب « لاعبو فريق كرة القدم بمدرسة الجهراء الثانوية » **يشكّلون مجموعة** .

جـ « المناطق الجميلة في الكويت » **لا تشكل مجموعة** .

أجب عن الأسئلة التالية :

أ هل « المدربون » يشكلون مجموعة أم ليست مجموعة؟ ولماذا؟

.....

ب هل « دول مجلس التعاون الخليجي » مجموعة أم ليست مجموعة؟ ولماذا؟

.....

تذكر أنّ :
يُرمَز إلى الأعداد الكلّية بالرمز ط ، وإلى الأعداد الصحيحة بالرمز صـ . وإلى الأعداد الصحيحة الموجبَة بالرمز صـ$^+$ ، وإلى الأعداد الصحيحة السالبة بالرمز صـ$^-$.

تدرّب (١) :

حدِّد ما إذا كان كلّ ممّا يلي يمثّل مجموعة أم لا ، فسِّر إجابتك .

أ مضاعَفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨ (.....)

ب أيام الأسبوع (.....)

جـ الزهور الجميلة (.....)

د الأعداد الكُلية (ط) : ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... (.....)

من النشاط : اذكر أمثلة عن مجموعات متعلقة بكرة القدم ؟

أ .....

ب .....

ملاحظة :

- يُرمَز إلى المجموعة بأحرف مثل سـ ، صـ ، شـ ، ... بينما يُرمَز إلى العناصر بأحرف مثل س ، ص ، ش ، ... .
- يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسين { } مع وضع فاصلة بين كلّ عنصر وآخر .
- يجب عدم تكرار العنصر نفسه داخل المجموعة .
- لا يشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة .

فمثلًا : لكتابة مجموعة أحرف كلمة سعد يكون كما يلي : سـ = { س ، ع ، د }

من النشاط السابق لاحظ ما يلي :

بعد انتهاء المباراة غادر كلّ اللاعبين الملعب ، وفي هذه الحالة فإنّ مجموعة اللاعبين في الملعب لا تحتوي على عناصر .

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر (عدد عناصرها يساوي صفر) تُسمّى مجموعة خالية ويُرمَز إليها بالرمز { } أو ∅ .

فمثلًا :

أ المتعلّمون الذين تقلّ أعمارهم عن ١٠ سنوات في الصفّ الثامن يشكّلون مجموعة خالية .

ب مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ٠ والأصغر من ١ تُسمّى مجموعة خالية .

تدرّب (٢) :

أيّ من المجموعات التالية تمثّل مجموعة خالية أم لا ؟

أ مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيامها عن ٣١ يوم (.....)

ب مجموعة أرقام العدد ١٦٩ ٢٢٠ (.....)

ج مجموعة المكعبات التي ليس لها رؤوس (.....)

من النشاط السابق لاحظ ما يلي :

اللاعب فتحي كميل ينتمي إلى مجموعة لاعبي المنتخَب الوطني الكويتي ، بينما المدرِّب لا ينتمي إلى المجموعة نفسها .

فمثلًا : (-٢) لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلّية ، بينما العدد (٢) ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلّية . لاحظ ما يلي :

المفهوم	التعريف	الرمز	مثال
ينتمي إلى	وجود العنصر في المجموعة	∋	٤ ∋ { ٤ ، ٢ ، ١ ، ٥ }
لا ينتمي إلى	عدم وجود العنصر في المجموعة	∌	٧ ∌ { ٣ ، ٢ ، ٦ ، ٥ }

تدرّب (٣) :

أكمِل كلًّا ممّا يلي بوضع الرمز المناسِب ∋ أو ∌ لتحصل على عبارات صحيحية :

أ ن ☐ {أ ، ن ، ج}	ب ر ☐ مجموعة أحرف كلمة حريق
جـ ٧ ☐ {٧٧}	د ٨ ☐ {١ ، ١٨ ، ٤}

تذكر أنّ :
العوامل الموجبة للعدد ١٠ هي :
+١ ، +٢ ، +٥ ، +١٠ .
العوامل السالبة للعدد ١٠ هي :
-١ ، -٢ ، -٥ ، -١٠ .
عوامل العدد ١٠ هي :
±١ ، ±٢ ، ±٥ ، ±١٠ .

طرق التعبير عن المجموعة

مثال (١) :

إذا كانت س~ هي مجموعة العوامل الموجبَة للعدد ٨ ، فعبِّر عن المجموعة س~ ثمّ مثِّلها .

يمكن التعبير عن المجموعة بطريقتان كالتالي :

الطريقة الأولى : الصفة المميِّزة :

(أ) لفظية : س~ = مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨

(ب) رمزية : س~ = {أ : أ ∋ ص~ ، أ عامل من العوامل الموجبَة للعدد ٨ }

حيث ص~ مجموعة الأعداد الصحيحة = { ... ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }

الطريقة الثانية : ذكر العناصر : س~ = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ }

ويمكن تمثيل المجموعة بالرسم بشكل يُسمّى مخطَّط (شكل) ڤن

تدرّب (٤) :

أكمِل الجدول التالي :

١	الصفة المميِّزة (لفظية)	ص~ = مجموعة أرقام العدد ٩٧٣ ٧٠١	ص~ ٠ ١ ٣ ٧ ٩ مخطَّط ڤن
	ذكر العناصر	ص~ = {٠ ، ١ ، ٣ ، ٧ ، ٩}	
	الصفة المميِّزة (رمزية)	ص~ = {أ : أ ∋ ص~ ، أ أحد أرقام العدد ٩٧٣ ٧٠١}	
٢	الصفة المميِّزة (لفظية)	س~ = ...	س~ مخطَّط ڤن
	ذكر العناصر	س~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦}	
	الصفة المميِّزة (رمزية)	س~ = {أ : أ ∋ ..... }	

نشاط (٢) :

اِختلف أحمد وعبدالله في تحديد عدد عناصر المجموعتين .

س = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } ، عدد عناصر س = ...

ع = مجموعة الأعداد الكلّية الأكبر من أو تساوي ٦ ، عدد عناصر ع = ...

فأيّ المجموعتين يمكن حصر عدد عناصرها ؟ فسّر إجابتك .

إذًا **المجموعة المنتهية** : هي المجموعة التي يمكن حصر عناصرها .
المجموعة غير المنتهية : هي المجموعة التي لا يمكن حصر عناصرها .

مثال (٢) :

حدِّد أيّ المجموعتين مجموعة منتهية وأيّها مجموعة غير منتهية .

أ س = مجموعة عوامل العدد ٦

س = { ١- ، ٢- ، ٣- ، ٦- ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ } **مجموعة منتهية**
(يمكن حصر عناصرها)

ب ل = مضاعَفات العدد ٦

ل = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ..... }

جـ ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

ص = { ... ، ٢- ، ١- ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }

⇐ **مجموعة غير منتهية**
(لا يمكن حصر عناصرها)

تدرّب (٥) :

أكمِل كتابة كلّ من المجموعات التالية بذكر العناصر ، ثمّ حدِّد أيًّا منها منتهية أم غير منتهية .

أ ص = { ا : ا من مضاعَفات العدد ١٠ }

ص = { ١٠ ، ٢٠ ، ..... } ، ص مجموعة .....

ب س = { ا : ا عامل من عوامل العدد ٩ }

س = { ١- ، ٩- ، ..... } ، س مجموعة .....

جـ ن = { ا : ا عدد كلي يقبل القسمة على ٢ } ،

ن = ... ، ن مجموعة .....

تمـــرَّنْ :

١ **أكمِل كلًّا ممّا يلي بوضع الرمز المناسِب ∋ أو ∌ لتصبح كلّ من العبارات التالية صحيحة :**

أ ع ☐ {ع ، م ، ل}	**ب** ٩ ☐ {ا : ا عدد صحيح سالب}
جـ ٢٣ ☐ {٣ ، ٢ ، ١}	**د** ق ☐ مجموعة أحرف كلمة فريق
هـ ٤ ☐ {ا : ا عامل أوّلي من عوامل العدد ٢٠}	**و** ٥ ☐ {٥٥٤}

٢ **عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر العناصر ومثلها بمخطط ڤن .**

أ ك = {ب : ب حرف من أحرف كلمة سمسم}

.....

.....

ب ع = مجموعة أرقام العدد ١٢٩ ٢٣

.....

.....

جـ س = {ا : ا ∋ ص ، ا عامل من عوامل العدد ٩}

.....

.....

د ل = {هـ : هـ عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥}

.....

.....

هـ ن = {ب : ب ∋ ط ، ٢٣ < ب ⩽ ٢٩}

.....

.....

و م = {جـ : جـ عدد كلّي أكبر من ٨ وأصغر من ٩}

.....

.....

٣ أي من المجموعات التالية تمثل مجموعة خالية أم لا ؟

أ سـ = مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ١ ، ٥ وتقبل القسمة على ٦ (.....)

ب ع = { أ : أ ∈ ط ، أ < ٣ } (.....)

---

٤ عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميِّزة (بالصورة الرمزية) .

أ سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ... }

.....

.....

ب ع = { ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، −٤ ، −٥ }

.....

.....

---

٥ عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميِّزة (بالصورة اللفظية) ، ومثِّلها بمخطط ڤن .

أ ح = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }

.....

.....

ب ن = { م ، ح ، د }

.....

.....

---

٦ اُكتب كلًّا من المجموعات التالية بذكر العناصر ، ثمّ حدِّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية .

أ سـ = { ب : ب ∈ ط ، −٣ < ب ≤ ٤ }

.....

.....

ب ع = { أ : أ ∈ ط ، أ < ١ }

.....

.....

جـ ﻫ = { س : س ∈ صـ ، س > ٥ }

.....

.....

د صـ = مجموعة الأعداد الصحيحة

.....

.....

١-٣ المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين
Subset – Equal Sets

سوف تتعلّم : المجموعة الجزئية وتساوي مجموعتين .

العبارات والمفردات :
مجموعة جزئية ⊆
Subset
مجموعة غير جزئية ⊈
Not subset
تساوي مجموعتين
Equal Set

نشاط (١) :

يضمّ المنتخب الكويتي الوطني الحالي لكرة القدم ١١ لاعبًا موزَّعين بحسب خطّة المدرِّب ، وموضَّحين في المخطَّط المقابِل .

لتكن سـ = مجموعة فريق المنتخب الكويتي الوطني الحالي

١ أكمِل ما يلي مستعينًا بالمخطط المقابل :

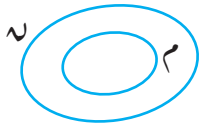
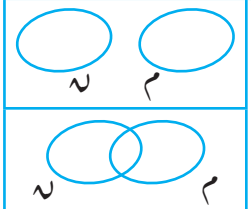
صـ هي مجموعة المدافعين = { م ، ط ، ف }

ع هي مجموعة لاعبي الوسط = { د ، ..... ، ..... ، ..... }

ل هي مجموعة لاعبي الهجوم = { ..... ، ..... ، ..... }

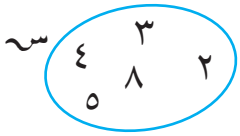
٢ هل كلّ عنصر في صـ ينتمي إلى سـ ؟ وضِّح ذلك .

لتكن م ، ن مجموعتين :

المفهوم	التعريف	الرمز	المخطط
المجموعة الجزئية (الاحتواء)	إذا كان كلّ عنصر من م ينتمي إلى ن فإن م مجموعة جزئية من ن وتقرأ (م محتواة في ن)	م ⊆ ن	
المجموعة غير الجزئية (عدم الاحتواء)	إذا وُجد عنصر من م لا ينتمي إلى ن فإن م ليست مجموعة جزئية من ن وتقرأ (م ليست محتواة في ن)	م ⊈ ن	

تدرّب (١) :

من الشكل المقابل ، ضَع الرمز المناسِب ⊇ ، ⊉ لتحصل على عبارة صحيحة .



أ { ٤ ، ٨ } ☐ س~	ب { ٣ ، ٧ } ☐ س~
جـ { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ } ☐ س~	د { ٥٨ } ☐ س~
هـ { س : س حلّ المعادلة س + ٢ = ٥ } ☐ س~	و { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ } ☐ س~

فكّر وناقِش

يقول راشد :

أ إنّ س~ مجموعة جزئية (محتواة) في نفسها .

ب المجموعة الخالية ∅ مجموعة جزئية (محتواة) من أي مجموعة .

هل توافقه الرأي ؟ فسّر إجابتك .

ملاحظة :

لأيّ س~ نجد أنّ :

(١) س~ ⊇ س~ ، (٢) ∅ ⊇ س~

مثال :

إذا كانت س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، فاكتب جميع المجموعات الجزئية من س~ واذكر عددها :

الحلّ :

أ ∅ المجموعة الخالية (مجموعة بدون عناصر)

ب { ١ } ، { ٢ } ، { ٣ } مجموعات جزئية أحادية (ذات عنصر واحد)

جـ { ١ ، ٢ } ، { ٢ ، ٣ } ، { ١ ، ٣ } مجموعات جزئية ثنائية (ذات عنصرين)

د { ١ ، ٢ ، ٣ } مجموعة جزئية ثلاثية (ذات ثلاثة عناصر) وتساوي س~

إذًا عدد المجموعات الجزئية من س~ = ٨

نشاط (٢) :

قام معلّم الصف بتوزيع مجموعة من الأسئلة على مجاميع المتعلّمين وكان نصيب مجموعة محمد السؤال التالي :

إذا كانت س = مجموعة أحرف كلمة "علّم"

ص = مجموعة أحرف كلمة "معلّم" ، فأكمِل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

أ) س = { ..... }

ب) ص = { ..... }

جـ) هل س ⊇ ص ؟ فسِّر . .....

د) هل ص ⊇ س ؟ فسِّر . .....

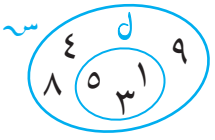
هـ) ماذا تلاحظ ؟

.....

س = ص عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون س ⊇ ص و ص ⊇ س .

تدرّب (٢) :

من المخطَّط الموضَّح أمامك ، أجِب عمّا يلي :



أ) هل ل ⊇ س ؟ ولماذا ؟ .....

ب) هل س ⊇ ل ؟ ولماذا ؟ كلا ، لأن ٤ ∈ س و لكن ٤ ∉ ل إذًا س ⊉ ل .

جـ) هل س = ل ؟ ولماذا ؟ .....

تدرّب (٣) :

أكمِل ما يلي مستخدمًا = أو ≠ لتصبح العبارة صحيحة :

أ) { ٣ ، ٥ } ..... { – ٣ ، – ٥ }

ب) مجموعة أحرف كلمة « حبر » ..... مجموعة أحرف كلمة « بحر » .

جـ) { ١ ، ٢ ، ٣ } ..... { ١ ٢ ٣ }

د) { ٢ } ..... مجموعة العوامل الموجَبة للعدد ٦ .

هـ) مجموعة عوامل العدد ٩ ..... { ١ ، ٣ ، ٩ ، – ١ ، – ٣ ، – ٩ }

و) مجموعة أرقام العدد ٤٠ ٥٤١ ..... { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٥ }

تمـــرَّنْ :

١ **إذا كانت** سـ = { أ : أ ∋ صـ ، أ **عدد أولي أصغر من ١٠** } ،
ع = { ب : ب ∋ ط ، **مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ١٤** }

أ أُكتب بطريقة ذكر العناصر كلًّا من سـ ، ع . .....

.....

ب هل ع ⊇ سـ ولماذا ؟ .....

جـ هل سـ ⊇ ع ولماذا ؟ .....

---

٢ **إذا كانت** سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، صـ = **مجموعة أرقام العدد ٤٣٢**

أ أُكتب صـ بذكر العناصر . .....

ب هل سـ = صـ ؟ ولماذا ؟ .....

.....

---

٣ **إذا كانت** شـ = { ١ ، −٢ ، −٣ ، ٠ ، −١ } ، ك = { أ : أ ∋ صـ ، −٤ < أ < ٤ }

أ أُكتب ك بطريقة ذكر العناصر . .....

ب هل ك = شـ ولماذا ؟ .....

---

٤ **إذا كانت** سـ = { أ : أ **عدد فردي محصورة بين ١ ، ٩** } ، صـ = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

أ أُكتب سـ بذكر العناصر . .....

ب هل ١ ∋ سـ ؟ فسِّر إجابتك . .....

جـ أُذكر المجموعات الجزئية الأحادية والثنائية من سـ . .....

.....

د هل سـ = صـ ؟ ولماذا ؟ .....

.....

---

٥ **إذا كانت** ن = { ٧ ، ٥ س ، − ٣ ، ٣ } ، ع = { ٣ ، هـ + ٢ ، ١٥ ، ٧ }
وكانت ن = ع ، **فأوجِد قيمة كلّ من** س ، هـ .

.....

.....

٤-١ العمليات على المجموعات (تقاطع – اتّحاد)
Operations on Sets (Intersection – Union)

سوف تتعلّم : إيجاد عناصر المجموعة الناتجة من تقاطع أو اتّحاد مجموعتين .

نشاط :

في أحد فصول الصف الثامن تم تشكيل فريق كرة القدم والمكون من ٧ لاعبين يمثلون س~ ويرمز لكل منهم بأحد الرموز (أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و ، ز) وأيضًا تم تشكيل فريق كرة السلة والمكون من ٥ لاعبين يمثلون ص~ ويرمز لكل منهم بأحد الرموز (ل ، م ، ب ، د ، هـ) .

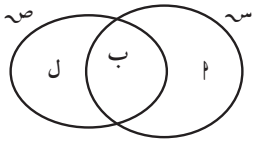
أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اكتب س~ ، ص~ بذكر عناصرها :

س~ = ... ، ص~ = ...

٢ اكتب المجموعة التي تعبر عن اللاعبين المشاركين في الفريقين معًا

وهم { .....



٣ أكمل عناصر كلًّا من س~ ، ص~ في شكل ڤن المقابل.

٤ ظلل المنطقة التي تمثل اللاعبين المشاركين من الفريقين معًا.

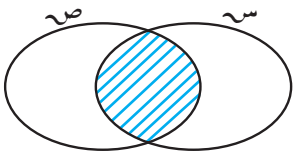
المنطقة الناتجة من تقاطع س~ ، ص~ والتي تضم اللاعبين المشاركين من الفريقين معًا تسمى التقاطع .

العبارات والمفردات :
التقاطع ∩
Intersection
الاتّحاد ∪
Union

التقاطع بين س~ ، ص~ :

س~ تقاطع ص~ : هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س~ وتنتمي إلى ص~ أي تنتمي إلى (المجموعتين معًا) .

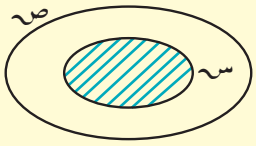
هذه المجموعة تُسمّى :

اِسم المجموعة	تُكتَب	تُقرَأ	المخطط
التقاطع بين س~ ، ص~	س~ ∩ ص~	س~ تقاطع ص~	

ونعبّر عن التقاطع بالصورة الرمزية $س \cap ص = \{ أ : أ \in س \text{ و } أ \in ص \}$

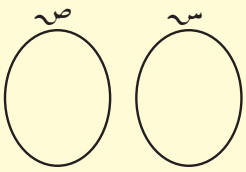
الحالات الخاصّة لتقاطع مجموعتين :

١



$س \subseteq ص \Leftarrow س \cap ص = س$

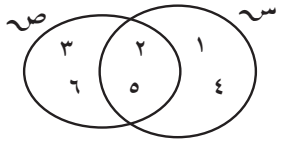
٢



$س \cap ص = \varnothing$

تدرّب (١) :

أكمِل ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل التقاطع في كلّ ممّا يلي إن أمكن ذلك .



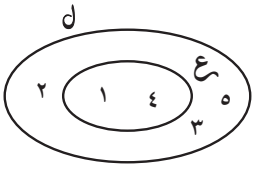
$س = \{ ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ \}$

$ص = \{ ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ \}$

$س \cap ص = \{ ٢ ، ٥ \}$

$ص \cap س = \{ ٢ ، ٥ \}$

إذًا $س \cap ص = ص \cap س$

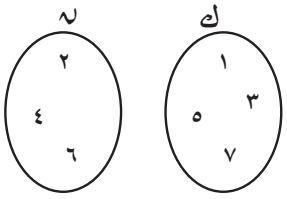


ع = { ..... }

ل = { ..... }

ع ∩ ل = ...

ماذا تلاحظ ؟ .....



ك = { ..... }

ن = { ..... }

ك ∩ ن = ...

ماذا تلاحظ ؟ .....

تدرّب (٢) :

لتكن س = مجموعة مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ١٠ ، ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٩ }

أ أوجد بذكر العناصر كلًّا من :

س = ... ، س ∩ ع = ...

ع ∩ س = ... ، ماذا تلاحظ ؟ .....

ب مثِّل كلًّا من س ، ع بمخطَّط ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل س ∩ ع .

فكِّر وناقِش

بيِّن صحّة أو خطأ العبارة التالية مع التفسير :

لأي مجموعتين س ، ص إذا كانت أ ∈ (س ∩ ص) فإنّ أ ∈ ص .

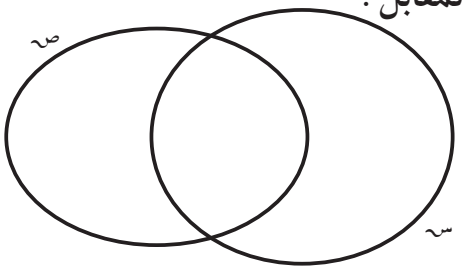
بالرجوع إلى النشاط السابق :

١ اكتب المجموعة التي تعبر عن اللاعبين المشاركين في الفريق س أو الفريق ص .

---

٢ أكمل عناصر كلًّا من س ، ص في شكل ڤن المقابل :

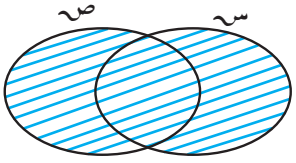
٣ ظلل المنطقة التي تمثل اللاعبين المشاركين في الفريق س أو في الفريق ص .



الاتّحاد بين س ، ص :

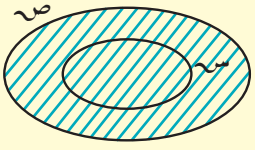
س إتحاد ص : هي مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى س **أو** ص .

هذه المجموعة تُسمّى :

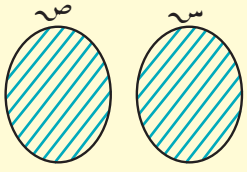
اِسم المجموعة	تُكتَب	تُقرَأ	المخطط
الاتّحاد بين س ، ص	س ∪ ص	س اتّحاد ص	

ونعبّر عن الاتّحاد بالصورة الرمزية س ∪ ص = { أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص }

الحالات الخاصّة لاتّحاد مجموعتين :

١ 

س ⊇ ص ⇐ س ∪ ص = ص

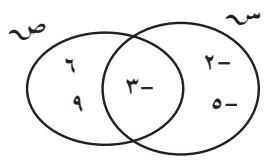
٢ 

س ∪ ص

حيث س ∩ ص = ∅

تدرّب (٣) :

أكمِل ما يلي ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل الاتّحاد .



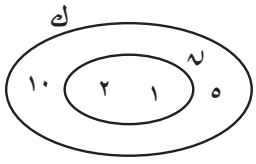
سـ = { ..... }

صـ = { ..... }

سـ ∪ صـ = { ..... }

صـ ∪ سـ = { ..... }

ماذا تلاحظ ؟ .....

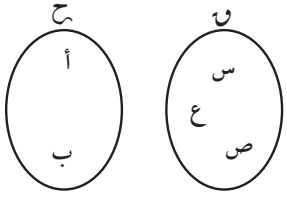


لـ = { ..... }

ك = { ..... }

لـ ∪ ك = { ..... }

ماذا تلاحظ ؟ .....



ن = { ..... }

ح = { ..... }

ن ∪ ح = { ..... }

تدرّب (٤) :

إذا كانت سـ = { ا : ا ∋ ط ، ا عدد فردي أصغر من ١٠ } حيث ط هي مجموعة الأعداد الكلّية ، صـ = مجموعة الأعداد الأوّلية الأصغر من ١٠ ،

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من :

سـ ، صـ ، سـ ∩ صـ ، سـ ∪ صـ ، ثمّ مثِّل المجموعتين بشكل ڤن وظلّل منطقة التقاطع .

سـ = { ١ ، ..... ، ٥ ، ..... ، ٩ }

صـ = { ..... ، ٣ ، ..... ، ٧ }

سـ ∩ صـ = { ٣ ، ..... ، ..... }

سـ ∪ صـ = { ..... }

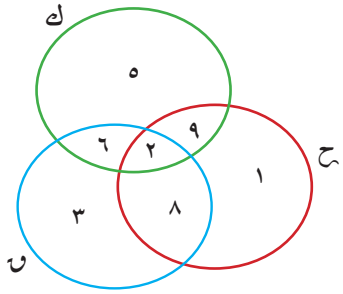
فكّر وناقِش

بيِّن صحّة أو خطأ العبارة التالية مع التفسير لأي مجموعتين سـ ، صـ

إذا كانت ا ∌ صـ ، فإنّ ا ∌ (سـ ∪ صـ) .

مثال :

من خلال مخطّط ڤن الذي أمامك ، فإنّ :



ح = { ١ ، ٢ ، ٨ ، ٩ }

ن = { ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٨ }

ك = { ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٩ }

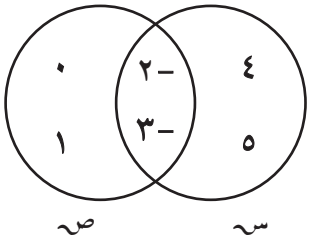
ح ∩ ن ∩ ك = { ٢ }

ح ∪ ن ∪ ك = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩ }

تمـــرَّنْ :

١ أكمل ما يلي ، ثمّ ظلّل ما يمثّل منطقة التقاطع إن أمكن :

أ



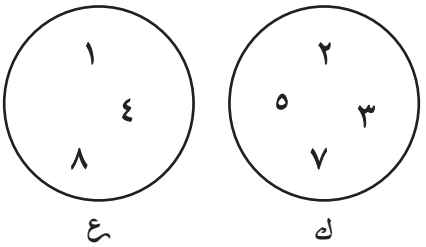
س~ = ...

ص~ = ...

س~ ∩ ص~ = ...

س~ ∪ ص~ = ...

ب



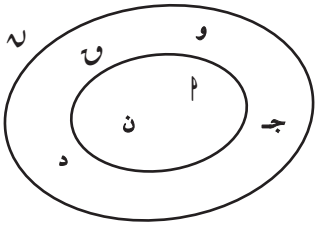
ك = ...

ع~ = ...

ك ∩ ع~ = ...

ك ∪ ع~ = ...

جـ



ن~ = ...

ن = ...

ن~ ∩ ن = ...

ن~ ∪ ن = ...

٢ إذا كانت ع~ = { ا : ا عامل أوّلي من عوامل العدد ١٥ } ،

ن~ = { ٥ ، ٣ ، -١ ، -٢ ، -٣ }

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من : ع~ ، ع~ ∩ ن~ ، ع~ ∪ ن~ ،

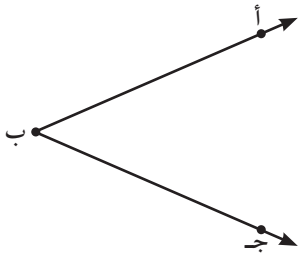
مثِّل كلًّا من ع~ ، ن~ بمخطَّط فن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع~ ∪ ن~ .

.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابِل ، أكمِل كلًّا ممّا يلي :



$\overleftarrow{ب أ} \cup \overleftarrow{ب جـ}$ = ...

$\overleftarrow{ب أ} \cap \overleftarrow{ب جـ}$ = ...

٤ إذا كانت سـ = { س : س ∈ ط ، ٤ ≤ س < ٩ } ،
صـ = { ص : ص عامل موجَب من عوامل العدد ٨ } ، فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من :
سـ ، صـ ، سـ ∪ صـ ، سـ ∩ صـ ، ومثِّل كلًّا من سـ ، صـ بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل سـ ∩ صـ .

.....

.....

.....

.....

---

٥ إذا كانت سـ هي مجموعة أحرف كلمة "جمال" ، صـ هي مجموعة أحرف كلمة "سعود" ، فاكتب كلًّا من سـ ، صـ بذكر عناصرها ،
ثمّ أوجِد سـ ∩ صـ ، سـ ∪ صـ .

.....

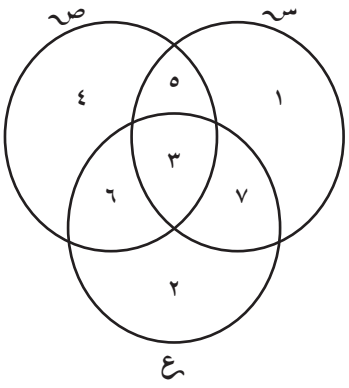
.....

.....

.....

---

٦ من خلال مخطَّط ڤن الذي أمامك ، أكمِل ما يلي :



سـ = ...

صـ = ...

عـ = ...

سـ ∩ صـ ∩ عـ = ...

سـ ∪ صـ ∪ عـ = ...

١-٥ مراجعة الوحدة الأولى
Revision Unit One

١ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ } ، فأيّ من العبارات التالية صحيحة .

أ ١ ∋ س .....

ب ٧ ∋ س .....

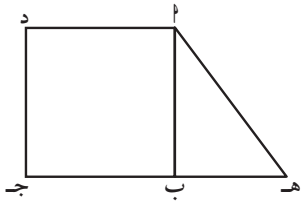
جـ ١ ∉ س .....

د ٥٤ ∋ س .....

هـ { ١ ، ٣ } ⊇ س .....

و { ٧ } ⊉ س .....

٢ تأمَّلِ الشكل المقابِل ، وضَعِ الرمز المناسِب ∋ أو ∉ أو ⊇ أو ⊉ .



أ د ☐ د جـ

ب جـ د ☐ جـ هـ

جـ Δ أ ب هـ ☐ الشكل الرباعي أ ب جـ د

٣ إذا كانت س = مجموعة الأعداد الكلّية الأصغر من ٥
ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، فهل س = ص ؟ فسِّر إجابتك .

.....

٤ إذا كانت س = { أ : أ ∋ ط ، أ < ٦ } ، ص = { د : د عامل موجَب من عوامل العدد ١٢ } ،
فأوجِد س ، ص ، س ∩ ص ، س ∪ ص بذكر العناصر ثمّ مثّل س ، ص
بمخطَّط فن وظلِّل س ∩ ص .

٥ إذا كانت ع = { س : س عدد زوجي أكبر من ١ وأصغر من ٩ }
ك = { ٠ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } ، ح = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، فأوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ ع = ...

ب ك ∪ ع = ...

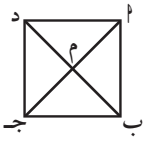
جـ ع ∩ ك = ...

د ك ∪ ع ∪ ح = ...

هـ ع ∩ ك ∩ ح = ...

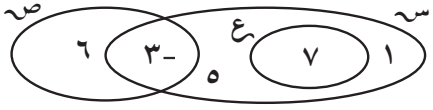
اِختبار الوحدة الأولى

أوّلًا : في البنود (١ – ٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ لأيّ مجموعتين س ، ص فإنّ س ∪ ص = ص ∪ س	(أ)	(ب)
٢ إذا كانت ٣ ∈ س ∩ ص ، فإنّ ٣ ∈ ص	(أ)	(ب)
٣ لأيّ مجموعة س يكون ∅ ⊆ س	(أ)	(ب)
٤ في الشكل المقابِل ، م ∈ المربّع أ ب جـ د 	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ في الشكل المقابِل العبارة الصحيحة فيما يلي هي :



(أ) ع ⊇ ص (ب) ع ⊄ س (جـ) ع ⊇ (س ∪ ص) (د) ع ⊇ (س ∩ ص)

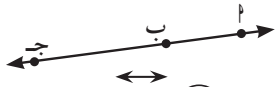
---

٦ إذا كانت س = { ٥ ، ٢ ، ١ – ك } ، ص = { ٢ ، ٧ ، ٥ } وكان س = ص ، فإنّ ك =

(أ) -٦ (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) -٨

---

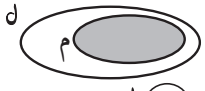
٧ في الشكل المقابِل ، $\overline{أ ب}$ ⊄



(أ) $\overleftarrow{أ جـ}$ (ب) $\overleftarrow{ب أ}$ (جـ) $\overleftarrow{ب جـ}$ (د) $\overleftrightarrow{أ جـ}$

---

٨ في الشكل المقابِل ، المنطقة المظلَّلة يمكن التعبير عنها بالصورة :



(أ) م ⊄ ل (ب) م ∩ ل (جـ) م ∪ ل (د) ل ⊇ م

---

٩ إذا كانت س = { أ : أ ∈ ط ، ٢ ≤ أ < ٦ } ، فإنّ س هي :

(أ) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } (ب) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } (جـ) { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } (د) { ٢ ، ٦ }

---

١٠ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، فإنّ المجموعة الجزئية من س هي :

(أ) ٣ (ب) { ١ ، ٢ ، ٥ } (جـ) { ١ ، ب } (د) { ١ ، ٢ }

الوحدة الثانية

الأعداد النسبية
Rational Numbers

صناعات ومعادن
Industries and Metals

مشروع الوحدة :
(التغذية السليمة)

للصناعة أهمّية كبرى في كونها تنوّع مصادر الدخل للدولة وترفع من مستوى معيشة الشعوب بما تدرّه من مال ، وما توفّره من رفاهية للإنسان بمقتنياتها المختلفة .

يقدم أحد مصانع الأغذية نوعين مختلفين من الأغذية :

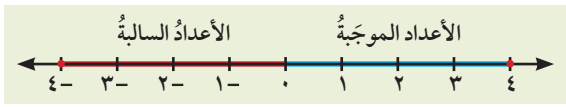
(١) أغذية تساعد على زيادة الوزن . (٢) أغذية تساعد على فقدان الوزن .

خطة العمل :

- ترتيب الأعداد (الأوزان) تصاعديًّا أو تنازليًّا .
- تمثيل هذه الأعداد (الأوزان) على خط الأعداد .

خطوات تنفيذ المشروع :

- أكمل الجدول المقابل .
- رتب الأوزان المكتسبة تصاعديًّا .
- رتب الأوزان المفقودة تنازليًّا .
- مثل الأعداد التي تمثل الأوزان (المكتسبة – المفقودة) على خط الأعداد .



نتائج بعض الأشخاص بعد أسبوعين من بداية تناول الأغذية

الاسم	تعبير لفظي	العدد النسبي
فرح	فقدت كيلوجرامًا	-١
نورة	زادت ٢ كيلوجرام ونصف	$+٢\frac{١}{٢}$
سلمى		$-١\frac{١}{٤}$
محمد	فقد ٢ كيلوجرام وثلاثة أرباع	
لولوة	زادت كيلوجرامًا ونصفًا	
عبدالله	زاد ٢ كيلوجرام وربع	
فهد		$-١\frac{١}{٢}$
خالد		$-\frac{١}{٢}$
سعد	زاد ٣ أرباع كيلوجرام	

- يُعبر عن زيادة الوزن بإشارة (+)
- يُعبر عن فقدان الوزن بإشارة (–)

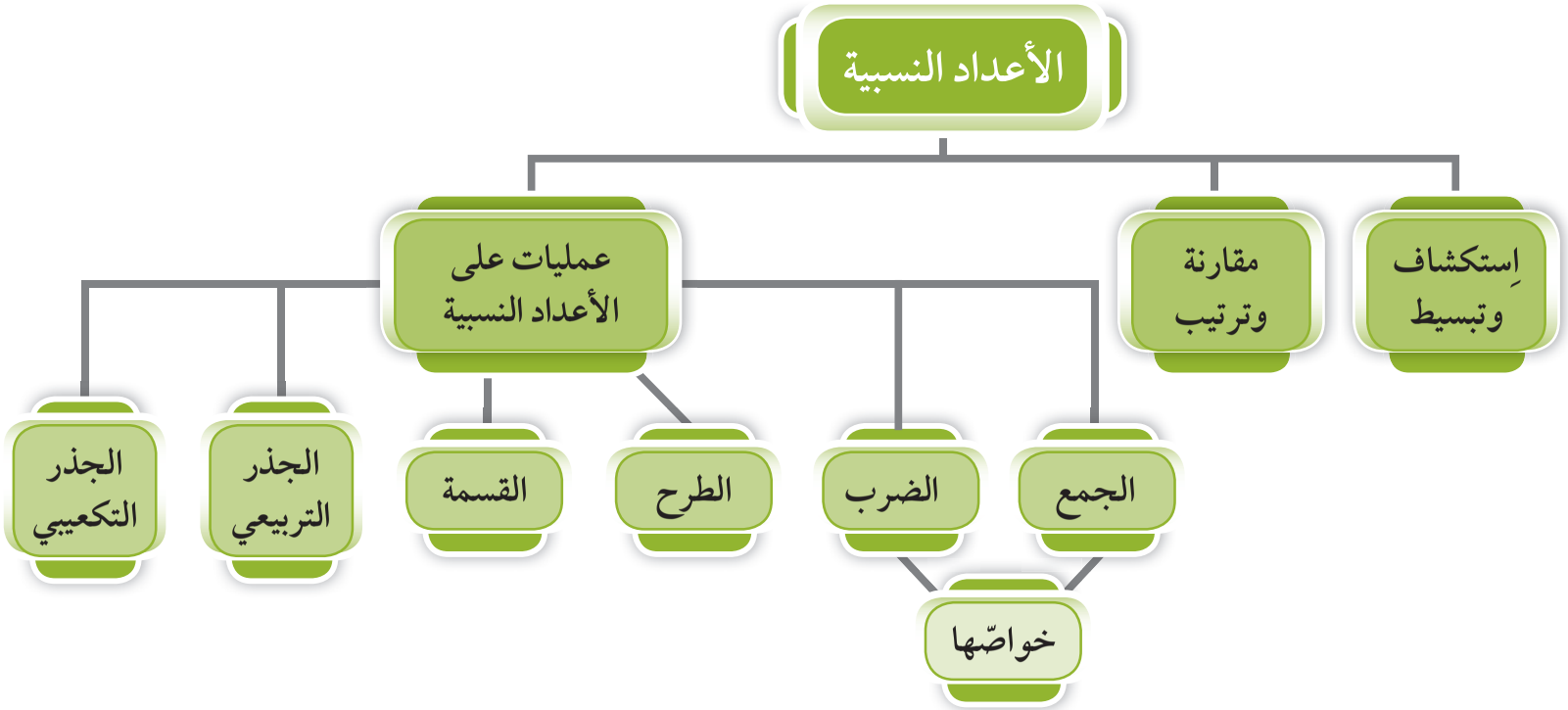
علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الجداول للتعرّف على صحة الحل ، وكذلك للتأكد من ترتيب الأوزان (تصاعديًّا – تنازليًّا) وتمثيلها على خط الأعداد .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة جدولها لمناقشته .
- تفسر المجموعة ترتيب الأوزان (تصاعدي – تنازلي) .
- تناقش المجموعة كيفية تمثيل الأعداد التي تمثل الأوزان على خط الأعداد .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية



١-٢ اِستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها
Exploring and Simplifying Rational Numbers

سوف تتعلّم : اِستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها .

نشاط (١) :

اِشترى سمير خمس نسخ من الكتاب نفسه ليهديها لأصدقائه بمبلغ ٤ دنانير ، **فما ثمن الكتاب الواحد ؟**

أجب عمّا يلي :

ثمن الكتاب الواحد = ---------- = ---------- دينار

هل ثمن الكتاب الواحد هو عدد ∈ ط ؟ .....

هل ثمن الكتاب عدد ∈ صـ ؟ .....

إذًا الناتج $\frac{٤}{٥}$ وهو عدد يمثل النسبة بين ٤ ، ٥

نلاحظ ما يلي : $\frac{٤}{٥} \notin$ ط ، $\frac{٤}{٥} \notin$ صـ .

$\frac{٤}{٥} \in$ لمجموعة جديدة من الأعداد نسميها **مجموعة الأعداد النسبية** حيث ٤ ، ٥ ∈ صـ

معلومات مفيدة :
يستخدم صانعو المجوهرات الأعداد النسبية في الصنع والبيع والشراء .

مجموعة الأعداد النسبية ق :

هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

نعبر عنها : ق = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ صـ ، ب ≠ ٠ }

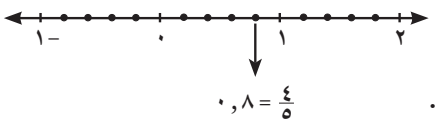
ق = ق$_+$ ∪ { ٠ } ∪ ق$_-$ حيث ق$_-$ هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ، ق$_+$ هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة .

تذكر أنّ :
- مجموعة الأعداد الكلية
ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
- مجموعة الأعداد الصحيحة
صـ = { ... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، ... }

أمثلة الأعداد النسبية :

- $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{١١}$ ، ٦ ، ٠ ، -٢ ، ٤ ، ٠ ، ... .
- كل عدد كلي هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$.
- كل عدد صحيح هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$.

يمكن تمثيل العدد $\frac{٤}{٥}$ على خط الأعداد كما في الشكل المقابل :

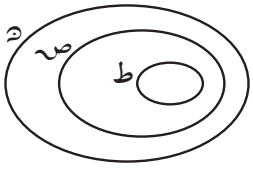


لاحظ أنّ : $\frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٠} = \frac{١٢}{١٥} = \ldots = ٠,٨$

كلّها كسور متكافئة وصور مختلفة لعدد نسبي واحد .

فكّر وناقِش

اِستعن بالشكل المقابل وأعطِ أمثلة لأعداد تنتمي لكل من ط ، صـ على صورة $\frac{أ}{ب}$.



تذكر أنّ :

$٠,\overline{٣} = \frac{١}{٣}$

$٠,\overline{٦} = \frac{٢}{٣}$

الأعداد النسبية

يكون على الصورة	عدد عشري منته	عدد عشري غير منته
$\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ صـ ، ب ≠ ٠ حيث مثل : $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٧}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-١\frac{١}{٢}$	مثل : ١,٦ ، ٣,٢- ، ٥,٢	(متكرر) أو دوري . مثل : $٠,\overline{٣}$ ، $٠,٥\overline{٧١}$ ، $٠,\overline{٦٥}-$

الأعداد غير النسبية

π	$\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٢}$ ، ...	٣,١٩٨٠٤٧٥٠٦٨٣ ...

تدرّب (١) :

ضَعْ كلًّا ممّا يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

أ	ب	جـ	د
٥	$١\frac{١}{٢}$	١,٦-	$٠,\overline{٣}$
.....	.....	.....	.....

تدرّب (٢) :

ضَعْ ∈ أو ∉ لتحصل على عبارات صحيحة :

١٧ ..... ط	١٧ ..... صـ	١٧ ..... ع
٥- ..... ط	٥- ..... صـ	٥- ..... ع
$\frac{٣-}{٤}$ ..... ط	$\frac{٣-}{٤}$ ..... صـ	$\frac{٣-}{٤}$ ..... ع
$٠,\overline{٣}$ ..... ط	$٠,\overline{٣}$ ..... صـ	$٠,\overline{٣}$ ..... ع

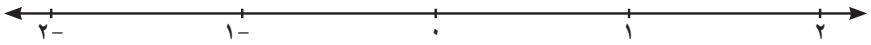
مثال (١) :

مثِّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

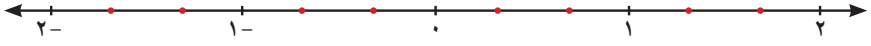
$$١\frac{١}{٣} \ ، \ \frac{٥}{٣} \ ، \ \frac{-٢}{٣} \ ، \ \frac{-٤}{٣} \ ، \ \frac{-٦}{٣}$$

الحلّ :

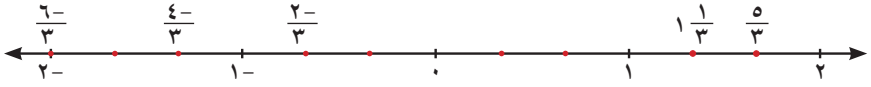
خطوة (١): نرسم خطّ الأعداد محدِّدين الصفر ووحدات متساوية .



خطوة (٢): نقسِّم كلّ وحدة إلى ٣ أجزاء متساوية تمثّل مقام ٣ .



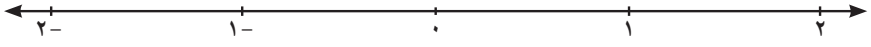
خطوة (٣): نعيِّن النقاط المطلوبة .



تدرّب (٣) :

مثِّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

$$١,٢٥ \ ، \ \frac{-٣}{٤} \ ، \ ٠,٥ \ ، \ \frac{-٨}{٤}$$



ملاحظة :
لإيجاد المعكوس والمطلق ، نستخدم طريقة الأعداد الصحيحة .

تدرّب (٤) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	-٥	صفر	٣	$\frac{-٥}{٦}$	٠,٧	-١,٤
المعكوس الجمعي	٥	.....	-٣	.....	.....	.....
المطلق	٥	صفر	.....	.....	.....	.....

تذكر أنّ :
- يرمز لمطلق العدد أ بالرمز |أ| .
- المعكوس الجمعي للعدد أ هو -أ .

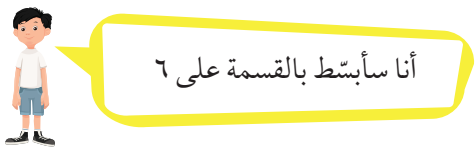
يكون العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في أبسط صورة إذا كان :

أ) ب $\in$ صحـ$_+$.

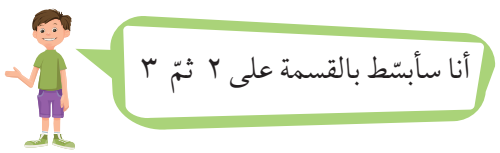
ب) العامل المشترك الأكبر للعددين أ ، ب هو الواحد الصحيح .

مثال (٢) :

أُكتب العدد $\frac{١٢}{-١٨}$ في أبسط صورة .



$$\frac{-١٢}{١٨} = \frac{-١٢ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{-٢}{٣} = -\frac{٢}{٣}$$



$$\frac{-١٢}{١٨} = \frac{-١٢ \div ٢}{١٨ \div ٢} = \frac{-٦ \div ٣}{٩ \div ٣} = \frac{-٢}{٣} = -\frac{٢}{٣}$$

ملاحظة :

- $\frac{أ}{ب} = \frac{-أ}{-ب}$ حيث ب $\neq$ صفر
- $\frac{أ}{ب} = -\frac{-أ}{ب} = -\frac{أ}{-ب}$
- $\frac{٠}{ب} = ٠$ ، ب $\neq$ صفر
- $\frac{أ}{ب}$ عدد صحيح عندما أ يقبل القسمة على ب ، ب $\neq$ صفر
- $\frac{ب}{٠}$ كمّية غير معرّفة

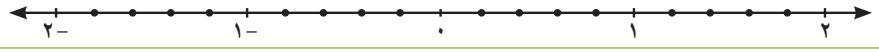
تمـــرَّنْ :

١ أيّ من الأعداد التالية نسبي ؟ وأيّها غير نسبي ؟

أ) $\frac{٢٢}{٧}$	ب) ١٥,١	جـ) -١,٧٥	د) ٧,٥٢٣٩٨١٧ ...
هـ) $١\frac{٧}{٩}$	و) $\sqrt{١١}$	ز) ٠,$\overline{١١٣}$	ح) ٠,$\overline{٦}$

٢ مثِّل الأعداد النسبية التالية على خطّ الأعداد .

$$١\frac{١}{٥} \ ، \ \frac{٤}{٥} \ ، \ \frac{-١}{٥} \ ، \ ٠,٦ \ ، \ -١,٤$$



٣ أُكتب كلًّا ممّا يلي في أبسط صورة .

أ) $\frac{١٢}{٢٤}$	ب) $\frac{-٢٥}{٤٥}$	جـ) $\frac{-١٥}{-١٢}$ .....
د) $\frac{٨}{-٤}$	هـ) $\frac{٧}{٥٠}$	و) $\frac{٢٤}{٨}$ .....

في التمرينين (٤ ، ٥) اِختر الإجابة الصحيحة :

٤ $\frac{|-٣|}{٥} =$

أ) -٠,٠٦	ب) ٠,٠٦	جـ) -٠,٦	د) ٠,٦

٥ العدد النسبي الذي يمكن وضعه على صورة عدد عشري دوري هو :

أ) $\frac{٣}{٨}$	ب) $\frac{١}{٤}$	جـ) $\frac{١}{٦}$	د) $\frac{٤}{٥}$

٢-٢ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية
Comparing and Ordering Rational Numbers

سوف تتعلّم : المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها .

نشاط :

يعمل محمّد على إعداد مشروع علمي عن الماء والصناعات المتعلّقة به . **وجد أنّ درجة تجمّد الماء تختلف باختلاف الارتفاع عن سطح البحر كما هو موضّح في الجدول التالي :**

الارتفاع أو العمق (بالمتر)	٣٣-	٣٠٩	صفر (مستوى سطح البحر)	٣٣٦-	٣٦٠
درجة التجمّد (درجة مئوية)	١,٥-	١	صفر	١,١-	١,٢

معلومات مفيدة :
يتمّ استخدام ٢٠٪ من المياه العذبة في الصناعة عالميًّا ، في حين تذهب ١٠٪ للاستخدام المنزلي والمحلّي ، بينما تذهب ٧٪ للاستهلاك الزراعي . وهذه النسبة تتأثّر بمدى تقدّم الدولة صناعيًّا . لذلك يجب علينا المحافظة على نعمة الماء وترشيد استهلاكه لنضمن تقدّمنا صناعيًا واقتصاديًّا .

١ مثّل درجات التجمّد الواردة في الجدول السابق على خطّ الأعداد .

٢ من الجدول السابق ، أكمِل ما يلي لتكون العبارة صحيحة .

أ درجة التجمّد ..... مئوية هي **الأصغر** من بين درجات التجمّد .

ب درجة التجمّد ١ مئوية **أصغر من** درجة التجمّد ..... مئوية .

جـ درجة التجمّد **١,١-** مئوية هي **أكبر من** درجة التجمّد ..... مئوية .

٣ رتّب درجات التجمّد السابقة تنازليًّا .

.....

مثال (١) :

قارِن بين العددين النسبيين $٢\frac{١}{٤}$ ، ٢,٥

الحلّ :

• **الطريقة الأولى :** تحويل العدد النسبي من الصورة العشرية إلى الصورة الكسرية .

$٢,٥ = ٢\frac{٥}{١٠} = ٢\frac{١}{٢}$

وحِّد المقامات ثم قارِن

$٢\frac{١}{٤}$ ، $٢\frac{٢}{٤}$

$٢\frac{١}{٤} < ٢\frac{٢}{٤}$

إذًا $٢\frac{١}{٤} < ٢,٥$

• **الطريقة الثانية :** تحويل العدد النسبي من الصورة الكسرية إلى الصورة العشرية .

$٢\frac{١}{٤} = ٢\frac{٢٥}{١٠٠} = ٢,٢٥$

ساوِ المنزلات العشرية ثم قارِن

٢,٢٥ ، ٢,٥٠

٢,٢٥ < ٢,٥٠

إذًا $٢\frac{١}{٤} < ٢,٥$

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$

$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$

$\frac{١}{٥} = ٠,٢$

$\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$

تدرّب (١) :

ضَعْ > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ	$\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٢}{٥}$		ب	$٢\frac{١}{٤}$ ◯ $٢,\overline{٥}$	
جـ	$-٠,٠٦$ ◯ $\frac{-٢}{٥٠}$		د	$\frac{٢}{٣}$ ◯ $٠,\overline{٥}$	
هـ	$-٥,٠٠٩$ ◯ $-٠,٠٠١$		و	$٧,\overline{٣}$ ◯ $٧\frac{١}{٣}$	
ز	$\frac{١}{٣}$ ◯ $\frac{١}{٢}$		ح	$\frac{-١}{٣}$ ◯ $\frac{-١}{٢}$	
ط	٠,٦ ◯ ٠,٤		ي	$-٠,٦$ ◯ $-٠,٤$	

فكِّر وناقِش

من خلال تدرّب (١) ماذا تلاحظ في كلٍّ من :

أ البندين (ز ، ح) ؟

ب البندين (ط ، ي) ؟

تدرّب (٢) :

أ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تنازليًّا :

$-٠,٢٥$ ، $٠,٥$ ، ٠ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $١\frac{١}{٤}$

الترتيب التنازلي هو : $١\frac{١}{٤}$ ، ..... ، ..... ، ..... ، $\frac{-١}{٢}$

ب رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًّا .

٢ ، $-٠,\overline{٦}$ ، صفر ، $\left|\frac{-٣}{٤}\right|$

الترتيب التصاعدي هو : $-٠,\overline{٦}$ ، ..... ، ..... ، ..... ، .....

تدرّب (٣) :

صنع بدر مجسَّمًا لمبنى يحوي عمودين ، اِرتفاع العمود الأوّل ٤٢,٤ سم ، وارتفاع العمود الثاني $٤٢\frac{٣}{٥}$ سم . قارِن بين الارتفاعين .

.....

.....

تمـــرَّنْ :

١ ضَعْ > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ $\frac{-٢}{٣}$ ◯ $\frac{-٢}{٥}$	**ب** $-٥,٢٨$ ◯ $-٥,٢$
جـ $\frac{-٣}{٥}$ ◯ $٠,٥١$	**د** $-٤,٠٣$ ◯ -٤٣
هـ $\frac{٧}{١١}$ ◯ $\frac{٧}{٢٥}$	**و** $٢\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٥}{٨}$
ز $٠,\overline{٣}$ ◯ $\frac{١}{٣}$	**ح** $-٢\frac{١}{٤}$ ◯ $-٤\frac{٢}{٥}$

٢ رتِّب ما يلي ترتيبًا تصاعديًّا :

أ $\frac{-٣}{٤}$ ، $-٠,\overline{٥}$ ، $\frac{-٥}{٦}$ ، -١

ب $\frac{-٧}{٩}$ ، $٠,٨$ ، ٠ ، ١ ، $\frac{-٣}{٥}$

٣ رتِّب ما يلي ترتيبًا تنازليًّا :

$-٦\frac{١}{٣}$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٩,٧$ ، $٧,٢٣$

٤ يقضي صائغ حليّ ٣,٤ ساعات لصياغة سوار من الذهب ، بينما يقضي ٣ ساعات وثلاثة أرباع الساعة لصياغة سوار من الفضّة ، أيّ نوع من الأساور يقضي الصائغ وقتًا أطول في صياغتها ؟

٣-٢ جمع الأعداد النسبية وخواصها
Adding Rational Numbers and Their Properties

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد جمع الأعداد النسبية – خواص جمع الأعداد النسبية .

نشاط :

يوضّح الجدول التالي فائضًا (+) أوعجزًا (–) في الميزانية السنوية لـ ٤ شركات صناعية بآلاف الدنانير الكويتية .

الشركة	الشركة (١)	الشركة (٢)	الشركة (٣)	الشركة (٤)
السنة الأولى	+٣,٦	+٢,٣	+٤,٥	–١,٠٥
السنة الثانية	+١,٣	–٣,٤	–١,٥	–٣,٠٥

من خلال الجدول السابق ، أجِب عمّا يلي :

أ حدِّد ما إذا كانت الشركة (١) قد حقّقت فائضًا أو عجزًا خلال السنتين .

.....

ب أوجِد مجموع ما حقّقته الشركة (١) من فائض أو عجز خلال السنتين .

المجموع = (+٣,٦) + (+١,٣) = +(..... + ...) = +.....

إذًا المجموع = ... ألف دينار فائض .

جـ حدِّد ما إذا كانت الشركة (٤) قد حقّقت فائض أو عجزًا خلال السنتين .

.....

د أوجِد مجموع ما حقّقته الشركة (٤) من فائضًا أو عجزًا خلال السنتين .

المجموع = (–١,٠٥) + (–٣,٠٥) = –(..... + ...) = –.....

إذًا المجموع = ... ألف دينار .....

ممّا سبق نلاحظ أنّ :

لأيّ عددين نسبيين ۴ ، ب حيث ۴ ، ب ∈ صـ+ ، فإنّ :

١ (+۴) + (+ب) = +(۴ + ب)

٢ (–۴) + (–ب) = –(۴ + ب)

العبارات والمفردات :

خاصّية الإبدال
Commutative Property

خاصّية التجميع
Associative Property

خاصّية التوزيع
Distributive Property

معلومات مفيدة :

يقوم صانعو الحلويات بجمع الأعداد الصحيحة والكسور والكسور العشرية عندَ تحضير أنواع الحلويات المختلفة .

تذكَّرْ أنّ :

لأيّ عددين ۴ ، ب ≠ صفر ،

۴ ، ب ∈ صـ+ فإنّ :

- (+۴) + (+ب)
  = +(۴ + ب)
- (–۴) + (–ب)
  = –(۴ + ب)

۴ ، ب ∈ صـ+ فإنّ :

- (+۴) + (–ب)
  = +(۴ – ب) ،
  |۴| > |ب|
- (+۴) + (–ب)
  = –(ب – ۴) ،
  |۴| < |ب|

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ $\frac{-٣}{٧} + (\frac{-٢}{٧})$

$= -(\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧})$

$= -\frac{\text{---}}{\text{---}}$

ب $\frac{-٣}{٨} + (-٥\frac{١}{٢})$

$= \frac{-٣}{٨} + (-\frac{\text{---}}{\text{---}}\ ٥)$

$= \frac{-(\text{---} + \text{---})}{٨}\ ٥$

$= \text{---}$

وحِّد المقامات

اِجمع البسط واجمع الصحيح

بسِّط

جـ $\frac{٢}{٣} + ٠,٥$

$= \frac{٢}{٣} + \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= \frac{\text{---}}{\text{---}} + \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= \text{---}$

$= \text{---}$

ضع العددين في الصورة نفسها في أبسط صورة

وحِّد المقامات

اجمع

بسِّط

د $١\frac{٣}{٨} + ٠,٧$

$= \text{---} + ٠,٧$

$= \text{---}$

$= \text{---}$

فكِّر وناقِش

من خلال النشاط السابق ، أيّهما أكبر :

أ | ٢,٣ | أم | -٣,٤ | ؟

ب | ٤,٥ | أم | -١,٥ | ؟

ثم فسّر إجابتك .

بالرجوع إلى النشاط السابق :

أوجِد مجموع ما حققته الشركة (٣) في السنتين معًا كما هو موضح في الشركة (٢) :

للشركة (٢)	للشركة (٣)
المجموع = +٢,٣ + (−٣,٤)	المجموع = +٤,٥ + (−١,٥)
= $\frac{+٢٣}{١٠}$ + ($\frac{-٣٤}{١٠}$)	= ..... + $\frac{٤٥}{١٠}$
لاحِظ أنّ العددين في البسط صحيحان	لاحِظ أنّ العددين في البسط صحيحان
= $\frac{-(٣٤ - ٢٣)}{١٠}$ = $\frac{-١١}{١٠}$ = − $\frac{١١}{١٠}$	= ..... = ...
إذًا المجموع = −١,١	إذًا المجموع = ...

ممّا سبق نلاحظ أنّ :

لأيّ عددين نسبيين ا ، ب ∈ ح، ، فإنّ :

(+ا) + (−ب) = + (ا − ب) ، |ا| > |ب|

(+ا) + (−ب) = − (ب − ا) ، |ب| > |ا|

تدرّب (٢) :

أوجِد الناتج :

أ ١٥,٠ + (−٥,٠)

= ..... + ... ساوِ المنزلات العشرية

= − (..... − .....) اِجمع وفق القاعدة

= .....

ب − ١ $\frac{١}{٦}$ + ٣ $\frac{٣}{٧}$

= − ..... + ١ $\frac{٧}{٤٢}$ وحِّد المقامات

= (..... − ٣ $\frac{١٨}{٤٢}$) اِجمع وفق القاعدة

= .....

تدرّب (٣) :

أوجِد الناتج :

أ ($\frac{-٥}{٩}$) + ($\frac{-٢}{٩}$) .....

ب ($\frac{-٢}{٩}$) + ($\frac{-٥}{٩}$) .....

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكلّ ا ، ب ∈ ح ، فإنّ :

ا + ب = ب + ا (الخاصّية الإبدالية لعملية الجمع على ح)

تدرّب (٤) :

أوجِد الناتج :

أ) $٠ + \frac{٢}{٣}$ = ... ب) $\frac{٢}{٣} + ٠$ = ... جـ) $-٠,٨ + ٠$ = ... د) $٠ + (-٠,٨)$ = ...

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، جـ ، د ؟

لكلّ $أ \in ص$ ، فإن :

$أ + ٠ = ٠ + أ = أ$ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الجمع على ص)

تدرّب (٥) :

أوجِد الناتج :

أ) $\frac{٤}{٥} + (\frac{-٤}{٥})$ = ... ب) $-٢,٥ + (+٢,٥)$ = ... جـ) $٣\frac{٢}{٧} + (-٣\frac{٢}{٧})$ = ...

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، جـ ؟

لكلّ $أ \in ص$ ، فإنّ :

$أ + (-أ)$ = صفر (خاصّية المعكوس الجمعي في ص)

تدرّب (٦) :

أوجِد الناتج :

أ) $\frac{-٢}{٧} + (\frac{٢}{٧} + ٣)$ = ...

.....

ب) $(\frac{-٢}{٧} + \frac{٢}{٧}) + ٣$ = ...

.....

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكلّ $أ ، ب ، جـ \in ص$ ، فإنّ :

$أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ$ (الخاصّية التجميعية لعملية الجمع على ص)

مثال :

أُذكر اسم الخاصّية المستخدَمة لحلّ التمرين التالي :

$$١\frac{٢}{٩} + ٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})$$

الحلّ :

$= ١\frac{٢}{٩} + (-١\frac{٢}{٩}) + ٣\frac{٥}{٩}$ — الخاصّية الإبدالية

$= (١\frac{٢}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})) + ٣\frac{٥}{٩}$ — الخاصّية التجميعية

$= \text{صفر} + ٣\frac{٥}{٩}$ — خاصّية المعكوس الجمعي

$= ٣\frac{٥}{٩}$ — خاصّية العنصر المحايد

فكِّر وناقِش

قال عبد الرحمن إنني أستطيع حل السؤال التالي بعدة طرق :

$$-٤,٥ + ٨\frac{١}{٢} + (-١٤\frac{٤}{٥})$$

هل توافقه الرأي ؟ اذكر إحدى هذه الطرق .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج وضَعْه في أبسط صورة إن أمكن .

أ $٧ + (-٥)$	ب $-٩ + (-٢)$ .....
جـ $-١٣ + ٨$	د $٢٤ + ١٦$ .....
هـ $-٣,٢ + (-٢,٥)$	و $\frac{٢}{٩} + (\frac{-٢}{٩})$ .....
ز $٧,٤ + \frac{١}{٢}$	ح $٠ + (\frac{-١}{١٥})$ .....

ط $-\frac{٤}{٧}\ ٧ + (-\frac{٣}{٥}\ ٩)$ .....

.....

.....

ي $\frac{٧}{٨}\ ٦ + (-٣,٧)$ .....

.....

.....

ك $\frac{-٢}{٩} + (-٠,٣)$ .....

.....

.....

ل $|-\frac{٧}{٨}\ ٤| + (-\frac{٥}{٨}\ ١)$ .....

.....

.....

٢ أوجد ناتج ما يلي وضعه في أبسط صورة إن أمكن مستخدمًا خواص عملية الجمع على الأعداد النسبية .

أ $\frac{٣}{٥}\ ٢ + (-\frac{٢}{٣}\ ١٤) + (-\frac{٣}{٥}\ ٢)$

.....

.....

.....

ب $-٤,٦٢ + \frac{٣}{٤}\ ٧ + (-\frac{٤}{٥}\ ١٣)$

.....

.....

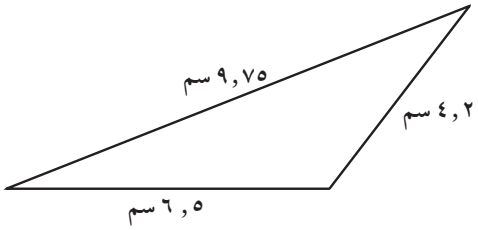
.....

٣ تتضمّن مقادير عمل فطائر $\frac{٥}{٨}$ كيلوجرام من الجوز ، $\frac{١}{٢}$ كيلوجرام من البندق ، كم كيلوجرامًا من هذه المكسَّرات يلزمك لعمل الفطائر ؟

.....

.....

٤ أ أوجِد محيط الشكل المرسوم .



.....

ب قرّب الناتج لأقرب جزء من عشرة .

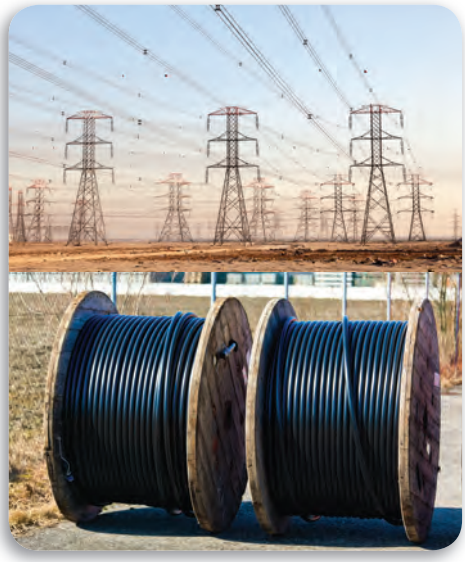
.....

٤-٢ طرح الأعداد النسبية
Subtracting Rational Numbers

العبارات والمفردات :
المعكوس الجمعي .
(النظير الجمعي)
Additive Inverse

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد طرح الأعداد النسبية .

نشاط :



في المناطق الجديدة تقوم وزارة الكهرباء والماء بتوصيل الكابلات الكهربائية للمساكن ولمنشآت أخرى . فإذا كان لدينا بكرة فيها $١٥\frac{٣}{٤}$ مترًا من الكابلات الكهربائية ونحتاج إلى $٥\frac{١}{٢}$ أمتار من الكابلات الكهربائية كتمديد لأحد المنازل ، **فما هو طول الكابل الباقي ؟**

لإيجاد ذلك ، يمكننا التوصل إلى الناتج بالطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى : (الطرح)

$١٥\frac{٣}{٤} -$ .....

$= ١٥\frac{٣}{٤} -$ .....

$=$ .....

الطريقة الثانية : (جمع النظير الجمعي)

$١٥\frac{٣}{٤} + (-٥\frac{١}{٢})$

$=$ .....

$=$ .....

ماذا تلاحظ؟ .....

معلومات مفيدة :
يوظف العمّال الذين يقومون بإصلاح شبكات الهاتف مفاهيم طرح الأعداد الصحيحة والكسور والكسور العشرية عند ضبط أعطال الشبكة لإصلاح الخطوط عقب هبوب عاصفة .

تذكَّرْ أنّ :
• إذا كان ا ، ب ∈ صـ فإنّ :
ا – ب = ا + (– ب)
• المعكوس (النظير) الجمعي للعدد النسبي $\frac{ا}{ب}$ حيث ب ≠ صفر هو $\frac{-ا}{ب}$

ملاحظة :

• طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .

• لطرح عدد نسبي اجمع معكوسه الجمعي ،
لكل ا ، ب ∈ صـ فإنه : ا – ب = ا + (– ب)

لاحِظ أنّ :
$\frac{ا}{ب} + \frac{-ا}{ب}$ = صفر

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة .

أ $٤\frac{٥}{٨} - (-٣\frac{١}{٨})$

استبدل عملية الطرح بعملية جمع النظير الجمعي

$= ٤\frac{٥}{٨} + \dots$

$= \dots$

$= \dots$

ب $-٠,٦ - |\frac{-٣}{٥}|$

$= -٠,٦ - \frac{\dots}{\dots}$

$= -٠,٦ + \dots$

$= \dots$

جـ $-٢\frac{٢}{٥} - ٦\frac{٢}{٣}$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

د $-٨\frac{١}{٤} - (-١٢,٩٧٥)$

ضَع العددين في الصورة نفسها إمّا في الصورة العشرية أو في الصورة الاعتيادية .

$= \dots - (\dots)$

$= \dots + \dots$

$= \dots$

هـ $٩\frac{١}{٧} - (-٤,\overline{٣})$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

و $٣\frac{١}{٥} - (-٢\frac{٣}{٤} + ١\frac{١}{٤})$

$= ٣\frac{١}{٥} - (\frac{\dots}{٤} + ١)$

$= \dots$

$= \dots$

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٣} = ٠,\overline{٣}$

$\frac{٢}{٣} = ٠,\overline{٦}$

تدرّب (٢) :

مع عبد الرحمن ٢٨ دينارًا ، اشترى أدوات منزلية بمبلغ ١٣,٢٥ دينارًا . فهل المتبقي معه يكفي لشراء أدوات صباغة بمبلغ $١٤\frac{١}{٢}$ دينارًا ؟

$\dots$

$\dots$

$\dots$

فكِّر وناقِش

أُكتب مسألة لفظية تتطلّب طرح عددين نسبيين مختلفي المقام ، ثمّ أوجِد الناتج .

.....

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج وضَعْه في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي إن أمكن :

أ $\frac{١٧}{٢٥} - \frac{١٧}{٢٠}$ .....

ب $\frac{٤}{٧}\ ٢ - \frac{١}{٥}\ ٤$ .....

جـ $-٥ - (-\frac{٢}{٧}\ ٣)$ .....

د $\frac{٢}{٣}\ ٨ - (-\frac{١}{٤}\ ٥)$ .....

هـ $\frac{٣}{٥}\ ٥ - \frac{٢}{٢٠}\ ٣$ .....

و $\frac{٣}{٥}\ ٤ - (-\frac{١}{٢}\ ٧ + \frac{١}{١٠}\ ١)$ .....

ز $|-١,٣| - ٦,٥٧$ .....

ح $-\frac{٧}{٨}\ ٧ - (-١٢,٩٥)$ .....

ط $١٢,٦٤ - \frac{٥}{٨}\ ١٤$ .....

ي $-٥٧,٩ - ١٥,\overline{٣}$ .....

ك $-\frac{٣}{٨}\ ٧ - (-\frac{٥}{٦}\ ٣)$ .....

ل $\frac{١}{٣}\ ٢ - \frac{١}{٤}\ ٩$ .....

٢ يمارس سعود وفهد رياضة الجري يوميًّا لمسافة $\frac{١}{٤}\ ٦$ كم من منزلهما إلى الحديقة العامّة . فإذا استراحا بعد قطع مسافة ٢,٣ كم ، فما هي المسافة التي يجب أن يقطعاها ليصلا إلى الحديقة العامّة ؟

٣ إذا كان سعر السهم لإحدى الشركات في سوق الأوراق المالية هو ١٣٥,٣ دينار كويتي ، ثمّ انخفضت قيمة هذا السهم إلى $\frac{١}{٢}\ ١$ دينار كويتي ، فما هو مقدار الإنخفاض في سعر السهم ؟

٢-٥ ضرب الأعداد النسبية وخواصها
Multiplying Rational Numbers and Their Properties

العبارات والمفردات :
المعكوس (النظير) الضربي
Multiplicative Inverse

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد ضرب الأعداد النسبية – خواص ضرب الأعداد النسبية .

نشاط :

شاهدت غنيمة فيلمًا وثائقيًّا عن أساليب البقاء لدى الحيوانات ، فعلمت أنّ الفهد الصيّاد يُعتبَر من أسرع الحيوانات الثديية حيث تصل سرعته إلى ١٢٠ كم / الساعة تقريبًا ، بينما تبلغ سرعة الفيل ثلث سرعة الفهد الصيّاد ، **فما هي سرعة الفيل ؟**

لإيجاد سرعة الفيل :

أ حدِّد العملية المطلوبة . .....

ب سرعة الفيل = ...

معلومات مفيدة :
تُعتبَر صناعة الأفلام الوثائقية واحدًا من التحدّيات في عالم الإنتاج السينمائي ، فهي تعرض العديد من جوانب الحياة بشتّى المجالات وتحمل جانبًا من المعلومات العلمية والتاريخية ، فلذلك يستخدم صنّاع الأفلام الأعداد النسبية لتركيب مشاهد الفيلم الواحد .

ملاحظة :

– إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in ص$ ، $ب \neq 0$ ، $د \neq 0$ ، فإنّ : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

تدرّب (١) :

أوجِد ناتج :

أ $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٧}$

= .....

= .....

ب $\frac{-٧}{٩} \times \frac{-٥}{٨}$

= $\frac{..... \times ٧}{..... \times ٩}$

= $\frac{.....}{.....}$

تذكَّرْ أنّ :

(+٢) × (+٣) = +٦

(−٢) × (−٣) = +٦

(−٢) × (+٣) = −٦

(+٢) × (−٣) = −٦

(لاحِظ أنّ العددين في كلّ من البسط والمقام عددان صحيحان)

ناتج ضرب عددين نسبيين موجبين معًا أو سالبين معًا يكون عددًا نسبيًا موجبًا .

تدرّب (٢) :

أوجِد ناتج $-١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$ بطريقتين .

• الطريقة الأولى :

$-١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$

$= -١\frac{٢}{١٠} \times ٣\frac{٣}{٤}$ (ضَع العددين في الصورة نفسها)

$= \frac{\text{---}}{\text{---}} \times \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= \frac{\text{---} \times \text{---}}{\text{---} \times \text{---}}$ بسِّط ثمّ اضرب .

$= \frac{\text{---}}{\text{---}} = \text{---}$ ضَع العدد في أبسط صورة .

• الطريقة الثانية :

$-١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$

$= -١,٢ \times ٣,٧٥$ (ضَع العددين في الصورة نفسها)

$= \text{---}$

٣٧٥

$\frac{\text{---}}{\text{---}} \times$

$\frac{\text{---}}{\text{---}} +$

ناتج ضرب عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب يكون عددًا نسبيًّا سالبًا .

تدرّب (٣) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٣}{٨}$

ب $\frac{-٣}{٨} \times \frac{-٤}{٥}$

قارِن بين الإجابتين في **أ** و **ب** . ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ، ب ∈ ح ، فإنّ :

أ × ب = ب × أ (الخاصّية الإبدالية في عملية الضرب على ح)

تدرّب (٤) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $(\frac{١}{٥} \times \frac{-٥}{٧}) \times \frac{٧}{٣}$

.....

.....

.....

ب $\frac{١}{٥} \times (\frac{-٥}{٧} \times \frac{٧}{٣})$

.....

.....

.....

قارِن بين الإجابتين في أ و ب . ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، فإنّ :

(أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) (خاصّية التجميع لعملية الضرب على ح)

تدرّب (٥) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $١ \times \frac{١}{٩} =$ .....

ب $-\frac{١}{٢} \times ١ =$ .....

جـ $٠ \times \frac{-٢}{٥} =$ .....

د $\frac{١}{٤} \times ٠ =$ .....

ممّا سبق ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ × ١ = ١ × أ = أ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الضرب على ح)

أ × ٠ = ٠ × أ = ٠ (خاصّية الضرب في صفر لعملية الضرب على ح)

تدرّب (٦) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\frac{٢}{٩} \times \frac{٩}{٢} =$ .....

ب $\frac{-٣}{٧} \times \frac{-٧}{٣} =$ .....

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ $\frac{أ}{ب} \in ق$ ، فإنّ :

١ المعكوس الضربي للعدد $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$ ، $أ \neq ٠$

٢ $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = \frac{ب}{أ} \times \frac{أ}{ب} = ١$

(خاصّية المعكوس الضربي لعملية الضرب على ق)

تذكَّرْ أنّ :
– أولوية ترتيب إجراء العمليات عند الحاجة.
– لكلّ
أ ، ب ، جـ ∈ صـ
فإنّ :
أ × (ب + جـ) =
(أ × ب) + (أ × جـ)

تدرّب (٧) :

أوجِد الناتج في كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $\frac{٢}{٩} \times (١\frac{١}{٤} + ٢\frac{١}{٢})$

• الطريقة الأولى :

$\frac{٢}{٩} \times (١\frac{١}{٤} + ٢\frac{١}{٢})$

$= \frac{٢}{٩} \times (\text{.....} + \text{.....})$

$= \frac{٢}{٩} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ ٣

$= \frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

$= \frac{\text{.....} \times \text{.....}}{\text{.....} \times \text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

• الطريقة الثانية :

$\frac{٢}{٩} \times (١\frac{١}{٤} + ٢\frac{١}{٢})$

$= (\frac{٢}{٩} \times \frac{\text{.....}}{٤} ١) + (\frac{٢}{٩} \times \frac{\text{.....}}{٢} ٢)$

$= (\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}}) + (\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}})$

$= \frac{\text{.....}}{\text{.....}} + \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} + \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

$= \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ق ، فإنّ :

أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ)

(الخاصّية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع في ق)

فكِّر وناقِش

هل عملية الضرب تتوزّع على عملية الطرح في ق ؟ فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{٢}{٥}$		$-٠,٧$	$٠,\overline{٣}$	$-٢\frac{١}{٤}$	$٣,٧٥$
المعكوس الضربي للعدد		$\frac{-١}{٧}$				

٢ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ -٤×١٢

ب -١٧×-١٠

جـ $\frac{-٣}{٥} \times (\frac{١٥}{-٩})$

د $٢\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥}$

هـ $٢\frac{١}{٤} \times (-١\frac{١}{٣})$

و $١,٦ \times (-٢\frac{١}{٥})$

ز $٣,١ \times ١,٣$

ح $\frac{١}{٥} \times \frac{١}{٤} \times ٢\frac{٢}{٣}$

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة . (مستخدمًا خواص ضرب الأعداد النسبية) .

أ $\frac{٢}{٥} \times (\frac{٣}{٧} + \frac{٤}{٧})$

ب $\frac{٣}{٧} \times (٢\frac{١}{٢} + ٣\frac{١}{٣})$

جـ $(\frac{٢}{٥} + ١\frac{١}{٤}) \times ٢\frac{١}{٥}$

د $(-٢\frac{٧}{٩} + ١\frac{٢}{٣}) \times (-٠,٩)$

هـ $\frac{١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥}) + \frac{-١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥})$

و $\frac{١}{٥} \times (\frac{٥}{٦} - \frac{٥}{٧})$

٤ يبلغ طول قطعة من الخشب $١\frac{١}{٤}$ متر ، قطع النجّار $\frac{٢}{٣}$ هذه القطعة لاستعمالها في صناعة خزانة ، فما طول قطعة الخشب الباقية ؟

٦-٢ قسمة الأعداد النسبية
Dividing Rational Numbers

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد قسمة الأعداد النسبية .

نشاط :

يضع أحمد $٣\frac{٣}{٤}$ لترات من الصلصة في علب سعة الواحدة $\frac{١}{٤}$ لتر .

ما عدد العلب اللازمة التي سعتها $\frac{١}{٤}$ لتر ؟

لإيجاد عدد العلب اللازمة ، اِتّبِع الخطوات التالية :

أ حدد العملية المطلوبة : .....

ب عدد العلب =

$$\frac{٣}{٤}\ ٣ \div \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} \div \text{.....} =$$

$$= \text{.....} \times \frac{٤}{١}$$

$$= \frac{\text{.....} \times ٤}{\text{.....} \times ١} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$$

أُكتب $٣\frac{٣}{٤}$ على شكل كسر مركَّب

حوِّل القسمة إلى ضرب في المعكوس الضربي للمقسوم عليه ، ثمّ اختصِر .

إذًا عدد العلب اللازمة ..... علبة .

لقسمة عدد نسبي على آخر غير الصفر ، اِضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخر واتّبِع قاعدة ضرب الأعداد النسبية .

تذكَّرْ أنّ :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$$

حيث أ ، ب ، جـ ، د $\in$ ص

ب ، جـ ، د $\neq$ صفر

تذكَّرْ أنّ :

المعكوس الضربي لـ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ هو $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$

حيث أ ، ب $\neq$ صفر

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ب}}{\text{أ}} = ١$$

تدرّب (١) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{-٩}{٤}$	$-١\frac{٧}{١٢}$	$-٠,٩$	$٣\frac{١}{٢}$
العدد في صورة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{-٩}{٤}$			
المعكوس الضربي	$\frac{٣}{٢}$				

فكِّر وناقِش

أ هل للصفر معكوس جمعي ؟

ب هل للصفر معكوس ضربي ؟

تدرّب (٢) :

أوجِد ناتج القسمة في أبسط صورة :

أ $٢\frac{٥}{٦} \div \frac{١}{٣} = \frac{\text{---}}{\text{---}} \div \frac{١}{٣}$

$= \frac{\text{---}}{\text{---}} \times \frac{١٧}{١}$

$= \frac{١٧ \times \text{---}}{١ \times \text{---}}$

$= \text{---}$

ب $(-٢,٨٤) \div (\frac{-٢}{٥})$ (حول إلى الصورة العشرية ثم اقسم)

$= (-٢,٨٤) \div (\text{---})$

$= \text{---}$

$= \text{---}$

جـ $٥\frac{٥}{٨} \div (-٣\frac{٣}{٤})$

$= \frac{\text{---}}{٨} \div \frac{\text{---}}{٤}$

$= \frac{٤٥}{\text{---}} \times \frac{\text{---}}{١٥}$

$= \frac{٤٥ \times \text{---}}{\text{---} \times ١٥}$

$= \text{---}$

د $-٧ \div (-٣\frac{١}{٢})$

$= -٧ \div \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= -٧ \times \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= \text{---}$

تدرّب (٣) :

أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم. فإذا كان العلم الواحد يحتاج إلى $\frac{١}{٤}$ ١ متر من القماش الأحمر، فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام $\frac{١}{٤}$ ٦ أمتار من القماش نفسه؟

أ حدد العملية المطلوبة : .....

ب عدد الأعلام = ...

.....

.....

فكّر وناقِش

هل ناتج قسمة عدد نسبي على آخر نسبي يقع كلّ منهما بين ٠ ، ١ يكون دائمًا عددًا أكبر من واحد صحيح ؟ ناقِش صحّة العبارة موضِّحًا رأيك بأمثلة .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ $\frac{٢}{٥} \div \frac{٣}{٤}$

.....

.....

.....

ب $\frac{-٤}{٥} \div \frac{٢}{١٥}$

.....

.....

.....

جـ $\frac{٩}{١٦} \div (-٣)$

د $١٢\frac{١}{٤} \div (-٤\frac{٢}{٣})$

هـ $٤٩ \div ٦\frac{٣}{١٠}$

و $٢,٨ \div \frac{-١٢}{٢٥}$

ز $٨,٣٦ \div (-٠,٤)$

ح $-\frac{٦}{٧} \div (-١١)$

٢ يراد تفريغ $٢٦\frac{١}{٤}$ لتر من الزيت في عبوات سعّة كلٍّ منهما $١\frac{٣}{٤}$ لتر . ما أصغر عدد من العبوات الكاملة يلزم لتفريغ الزيت كله ؟

٣ رصدت إحدى المدارس المتوسّطة مبلغ ١٣٥ دينارًا لحفل ختام العام الدراسي . إذا ساهم كلّ مشترك بمبلغ ٤,٥ دنانير ، فما عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

٧-٢ الجذر التربيعي للعدد النسبي
Square Root of Rational Numbers

سوف تتعلّم : إيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب .

العبارات والمفردات :
مربّع العدد
Square of a Number
الجذر التربيعي
Square Root

نشاط :

ذهب عبد الكريم إلى مصنع الألومنيوم لمشاهدة بعض أعمالهم واختيار ما هو مناسب لمنزله الجديد . فاختار شبّاكًا مربعًا مساحته ٤ م^{٢} ، وشبّاكًا مربعًا آخر مساحته ٩ م^{٢} ، وبوّابة مربعة ضخمة للمدخل الرئيسي مساحتها ١٦ م^{٢} .

ساعِد عبد الكريم على معرفة طول كلّ ضلع ممّا اختاره حتّى يتمكّن من عمل اللازم عند البناء ، وذلك بإكمال الجدول .

تذكَّرْ أنّ :
مساحة المنطقة المربّعة
= طول الضلع × نفسه
= ل × ل = ل^{٢}

الشكل			
مساحة منطقته	٤ م^{٢}	٩ م^{٢}	١٦ م^{٢}
المساحة بصورة أسّية		٩ = ٣ × ٣ = ٣^{٢}	
طول الضلع		٣ م	

تذكَّرْ أنّ :
مربّع العدد ٢ =
(٢)^{٢} = ٢ × ٢ = ٤

تعميم :
لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون : مربّع العدد $\frac{أ}{ب} = (\frac{أ}{ب})^{٢} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ \times أ}{ب \times ب} = \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$

تدرّب (١) :
أكمِل الجدول التالي :

العدد	٣	٧	٨-	٩	١٠	$-٢\frac{١}{٢}$	٠,٩	٠,٩-	$\frac{٢}{٥}$
مربّعه			٦٤				٠,٨١		$\frac{٤}{٢٥}$

ملاحظة :
مربّع أيّ عدد نسبي لا يساوي الصفر ، هو دائمًا عدد موجَب ، أ ∈ ق ، أ ≠ ٠ ، أ^{٢} > ٠

فكِّر وناقِش

يوجَد عددان مختلفان مربَّع كلّ منهما يساوي $\frac{٦٤}{٢٥}$ ما هما ؟ تحقَّقْ من إجابتك .

تدرّب (٢) :

ضَعْ كلًّا مما يلي على صورة $(\frac{أ}{ب})^{٢}$:

أ) $\frac{٢٥}{٤٩} = \frac{(٥)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{٥}{\text{.....}})^{٢}$

ب) $٢\frac{١}{٤} = \frac{٩}{٤} = \frac{(\text{.....})^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

جـ) $٠,٦٤ = \frac{\text{.....}}{١٠٠} = \frac{(٨)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

د) $١,٤٤ = \frac{١٤٤}{\text{.....}} = \frac{(١٢)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجَب أ :

هو العدد الذي مربّعه يساوي أ ونرمز له بالرمز $\sqrt{أ}$.

* كل عدد نسبي موجب أ يوجد له جذران ، أحدهما موجب ($\sqrt{أ}$) والآخر سالب ($-\sqrt{أ}$) (وستقتصر دراستنا على الجذر الموجب للعدد النسبي) .
* لاحظ من تدرب (١) أن :
  ٠,٩ هو الجذر التربيعي الموجب للعدد ٠,٨١
  -٠,٩ هو الجذر التربيعي السالب للعدد ٠,٨١

تدرّب (٣) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد (أ)	٤	١٦	٢٥	٣٦	١٢١	١٤٤
الجذر التربيعي الموجب ($\sqrt{أ}$)	٢			$\sqrt{٣٦} = ٦$	$\sqrt{١٢١} = ١١$	
السبب	$(٢)^{٢} = ٢ \times ٢$				$(١١)^{٢} = ١٢١$	

تذكَّرْ أنّ :

عند تحليل العدد إلى عوامله الأوّلية نقسم على ٢ أو ٣ أو ٥ أو ٧ أو ..... .

حلِّل : ١٩٦ إلى عوامله الأوّلية .

	÷
١٩٦	٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

١٩٦ = (٢)^{٢} × (٧)^{٢}

تدرّب (٤) :

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}} = \sqrt{\frac{٤ \times ٤}{\text{..... } \times ٥}}$

$= \sqrt{\frac{(٤)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}}} = \left(\frac{\text{.....}}{\text{.....}}\right)^{٢}$

$= \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ب $-\sqrt{٠,٨١} = -\sqrt{\frac{\text{.....}}{١٠٠}}$

$= \text{.....}$

جـ $\sqrt{٨١٠٠} = \text{.....}$

تدرّب (٥) :

أوجِد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد التالية :

أ $٥\frac{١}{١٦}$

$\sqrt{٥\frac{١}{١٦}} = \sqrt{\frac{٨١}{\text{.....}}}$

$= \text{.....}$

ب ٣٢٤

$\sqrt{٣٢٤} = \sqrt{\text{.....}}$

$= \text{.....}$

مثال :

أوجِد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$.

الحلّ : نعلم أنّ :

١٦ < ٢٣,٢٥ < ٢٥

$\sqrt{١٦} < \sqrt{٢٣,٢٥} < \sqrt{٢٥}$

٤ < $\sqrt{٢٣,٢٥}$ < ٥

إذًا العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$ يقع بين العددين ٤ ، ٥

حيث ١٦ = (٤)^{٢} ، ٢٥ = (٥)^{٢}

فكِّر وناقِش

أعطِ أمثلة عن جذور تربيعية أخرى تقع بين العددين ٤ ، ٥ .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد كلًّا من :

أ $\sqrt{\frac{٢٢٥}{٦٤}}$ .....

ب $-\sqrt{٣\frac{٦}{٢٥}}$ .....

٢ أوجِد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد التالية :

أ ١,٩٦ .....

.....

ب ٢٥٦ .....

.....

٣ أوجِد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد :

أ $\sqrt{٥٢}$ .....

ب $\sqrt{١٣,٥}$ .....

في التمارين من (٤ – ٧) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢}$ =

أ $\frac{-١}{٤}$	ب $\frac{-١}{٢}$	جـ $\frac{١}{٤}$	د $\frac{١}{٨}$

٥ $\sqrt{(٣)^{٢}+(٤)^{٢}}$ =

أ ٧	ب ٥	جـ ٢٥	د ٤

٦ ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟

أ ٩	ب ٣	جـ ٨١	د ٢٧

٧ $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ =

أ $١\frac{٣}{٤}$	ب $١\frac{٤}{٣}$	جـ $١\frac{١}{٤}$	د $\frac{٤}{٥}$

٨ أوجِد طول ضلع المربّع الذي مساحته $١٣\frac{٤}{٩}$ سم^{٢} .

.....

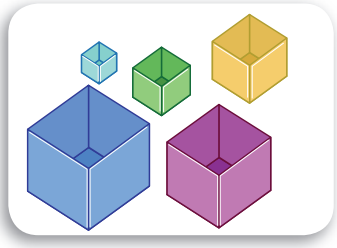
٢-٨ الجذر التكعيبي للعدد النسبي
Cubic Roots of Rational Numbers

سوف تتعلّم : إيجاد الجذر التكعيبي لعدد نسبي .

العبارات والمفردات :
الجذر التكعيبي
The Cubic Root

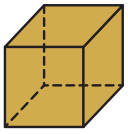
تذكَّرْ أنّ :
- مكعّب العدد ل = ل^{٣}
= ل × ل × ل
- مكعّب العدد ٢ = (٢)^{٣} = ٢ × ٢ × ٢ = ٨

نشاط :



لدى فرح صناديق على شكل مكعّبات ذات أحجام مختلفة . استخدمت صندوقًا حجمه ٨ وحدة مكعبة لوضع بعض حبوب الدواء الخاصّة بها ، وصندوقًا ثانيًا حجمه ٢٧ وحدة مكعبة لوضع صابون معطَّر فيه ، وصندوقًا ثالثًا حجمه ١٢٥ وحدة مكعبة لوضع القطع الذهبية الخاصّة بها . **أرادت حساب طول حرف كلّ صندوق من هذه الصناديق المكعّبة لتجهيز مكان مناسِب داخل الخزانة الخاصّة بها .**

ساعِد فرح على معرفة طول كلّ ضلع بإكمال الجدول التالي :

الشكل	صندوق حبوب الدواء	صندوق صابونة معطِّرة	صندوق قطع ذهبية 
حجمه	٨ وحدة مكعبة	٢٧ وحدة مكعبة	١٢٥ وحدة مكعبة
الحجم بصورة أسّية	٨ = ٢ × ٢ × ٢ = (٢)^{٣}		
طول الحرف	٢ وحدة طول		

تدرّب (١) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	١	٣		٦-	٧	٩-	- ص
مكعّبه			٦٤				

تعميم :

لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

مكعّب العدد $\frac{أ}{ب} = (\frac{أ}{ب})^{3} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ \times أ \times أ}{ب \times ب \times ب} = \frac{أ^{3}}{ب^{3}}$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي أ : هو العدد الذي مكعّبه أ ويرمز له بالرمز $\sqrt[3]{أ}$.

لاحظ أنّ :
* يوجد أعداد نسبية ليس لها جذور تكعيبية .
* فمثلًا : العدد ٢ ليس له جذر تكعيبي.
* $\sqrt[3]{٢}$ هو عدد غير نسبي .

ملاحظة :

١ – لإيجاد $\sqrt[3]{أ}$ نحلّل العدد أ إلى عوامله الأوّلية ونضعه على الصورة أ = ب^{3}

٢ – الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجَب هو عدد نسبي موجَب . فمثلًا $\sqrt[3]{٨} = ٢$

٣ – الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد نسبي سالب . فمثلًا $\sqrt[3]{-٨} = -٢$

تدرّب (٢) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد (أ)	٨	– ١٢٥	٢١٦	٣٤٣	– ١٠٠٠
الجذر التكعيبي $(\sqrt[3]{أ})$				$\sqrt[3]{٣٤٣} = ٧$	
السبب				٣٤٣ = (٧)^{3}	

تدرّب (٣) :

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ) $\sqrt[3]{\frac{١٢٥}{٢٧}} = \sqrt[3]{\frac{٥ \times ٥ \times ٥}{____ \times ____ \times ____}} = \sqrt[3]{\frac{(٥)^{3}}{(____)^{3}}} = \sqrt[3]{(\frac{_____}{_____})^{3}} = \frac{_____}{_____}$

ب) $\sqrt[3]{-٠,٠٦٤} = \sqrt[3]{\frac{-٦٤}{١٠٠٠}} = _____$

تدرّب (٤) :

أوجِد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد التالية :

أ $-١٥\frac{٥}{٨}$

$\sqrt[٣]{-١٥\frac{٥}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{\text{.....}}{\text{.....}}}$

= .....

.....

.....

ب ٣,٣٧٥

$\sqrt[٣]{٣,٣٧٥} = \sqrt[٣]{\frac{٣٣٧٥}{\text{.....}}}$ = ...

÷

٣٣٧٥	٣
١١٢٥	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

تذكَّرْ أنّ :
ترتيب العمليات الحسابية كما يلي :
(١) ما داخل الأقواس
(٢) الأسس والجذور
(٣) الضرب والقسمة
(٤) الجمع والطرح

مثال :

أوجِد ناتج ما يلي : $٥\sqrt{٣٦} - ٤\sqrt[٣]{-٢٧}$

الحلّ :

$٥\sqrt{٣٦} - ٤\sqrt[٣]{-٢٧} = ٥ \times ٦ - ٤ (-٣)$

$= ٣٠ - (-١٢)$

$= ٣٠ + ١٢ = ٤٢$

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد التالية :

أ ٠,٢١٦ .....

.....

ب $\frac{-٢٧}{٨}$ .....

.....

جـ ٠,١٢٥ − .....

.....

د $-٤٢\frac{٧}{٨}$ .....

.....

٢ مكعّب حجمه ٦٤ سم^{٣} . أوجد طول حرفه .

.....

٣ أوجد ناتج ما يلي :

أ $٣\sqrt[٣]{-٦٤} + ٢\sqrt[٣]{١٢٥}$

.....

.....

.....

.....

ب $٢\sqrt[٣]{٢٧} + ٣\sqrt[٣]{-٨}$

.....

.....

.....

.....

في التمارين من (٤ – ٩) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\sqrt[٣]{(-٠,٠٤)^{٣}} =$

(أ) ٠,٠٤	(ب) -٠,٠٤	(جـ) ٠,٠١٦	(د) ٤

٥ $\sqrt[٣]{\frac{-٣٤٣}{٢٧٠٠٠}} =$

(أ) $\frac{٧}{٣٠}$	(ب) $\frac{٣٠}{٧}$	(جـ) $\frac{-٧}{٣٠}$	(د) $\frac{-٣٠}{٧}$

٦ $\frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{\sqrt{٢٥}} =$

(أ) ٥	(ب) ١	(جـ) $\frac{١}{٥}$	(د) ٠,١

٧ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٨} =$

(أ) ٠,٢	(ب) ٠,٠٢	(جـ) ٠,٨	(د) ٢

٨ $\sqrt[٣]{ب^{٣}} =$

(أ) $ب^{٣}$	(ب) $ب^{٢}$	(جـ) ب	(د) – ب

٩ مكعّب حجمه ٨ $م^{٣}$. فإنّ مساحة أحد أوجهه تساوي :

(أ) ٢ $م^{٢}$ (ب) ٤ م (جـ) ٤ $م^{٢}$ (د) ٨ $م^{٢}$

٢-٩ مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

١ مثِّل الأعداد النسبية التالية على خطّ الأعداد .

$١\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-١}{٤}$ ، ٠,٢٥ ، -١,٧٥

٢ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًّا .

$٥\frac{١}{٣}$ ، $-٥\frac{١}{٥}$ ، ٥,٢٥ ، -٥,٤

٣ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تنازليًّا .

$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، ٠,٨ ، -٠,٨

٤ أوجِد الناتج في أبسط صورة .

أ -٥,٦٣ - (-٢,٠٧٣) .....

ب -٥,٤ + $٣\frac{١}{٣}$ .....

جـ $-٦\frac{٥}{٨} + ٣\frac{٥}{٦}$ .....

د $١٠\frac{٢}{٣} - ١٨\frac{١}{٥}$ .....

هـ $١\frac{٢}{٣} \times ٢\frac{١}{٦}$ .....

و $٥\frac{١}{٧} \div (-١\frac{١}{٧})$ .....

ز $١\frac{١}{٦} \times (\frac{٦}{٧} - \frac{٣}{١٤})$ .....

ح $-٣\frac{٢}{٥} + ٦\frac{٧}{٩} + ٣\frac{٢}{٥}$ .....

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\sqrt{٠,٠٠٦٤}$ .....

ب $\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}}$ .....

جـ $\sqrt[٣]{٢\frac{١٠}{٢٧}}$ .....

٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل ، وذلك من خلال خلط $٩\frac{١}{٢}$ جرام من العطر المركَّز و ٣٩,٨ جرامًا من الكحول الأبيض و ٠,٤٥ جرام من الصندل للتثبيت .

أ ما كمّية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر ؟

ب إذا كان يريد جاسم عمل $\frac{٣}{٤}$ الكمّية ، فما الكمّية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إليها .

٧ خزّان ماء على شكل مكعّب حجمه ١٢٥ مترًا مكعّبًا . أوجِد طول حرفه .

اِختبار الوحدة الثانية

أوّلًا : في البنود (١-٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\frac{٧}{١٠}$ هو المعكوس الضربي للعدد $١\frac{٣}{٧}$	(أ)	(ب)
٢ $٠,٥ + (-٠,١٥) = ٠,٢$	(أ)	(ب)
٣ $٠,\overline{٦} = ٠,٦$	(أ)	(ب)
٤ $\frac{-٧}{١٥} - (\frac{-٣}{١٥}) = \frac{-١٠}{١٥}$	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ ناتج $\frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٧}{٩}$ يساوي :

(أ) $\frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٧}{٩}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٦ $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} =$

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) ٢ (جـ) ٨ (د) $\frac{١}{٢}$

٧ $\sqrt{٩٠٠} =$

(أ) ٣٠٠ (ب) ٣ (جـ) ٣٠ (د) ٩٠

٨ $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} =$

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٩}{٤}$

٩ العددان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما $\sqrt{٧}$ هما :

(أ) ٦ ، ٨ (ب) ٣ ، ٤ (جـ) ٢ ، ٣ (د) ١ ، ٢

---

١٠ الأعداد المرتبة ترتيبًا تصاعديًّا هي :

(أ) $-\frac{١}{٩}$ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، ٠ ، ٠,٧ (ب) $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ ، ٠ ، ٠,٧

(جـ) ٠,٧ ، ٠ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ (د) ٠ ، ٠,٧ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$

الوحدة الثالثة

النسبة والتناسب
Ratio and Proportion

المشروعات الصغيرة
The small projects

مشروع الوحدة :
(التاجر الصغير)

تمّ إنشاء الصندوق الوطني في عام ٢٠١٣م لرعاية وتنمية المشروعات الصغيرة والمتوسطة ، حيث يهدف هذا الصندوق إلى دعم الشباب ومحاربة البطالة وتمكين القطاع الخاص من المساهمة في تحقيق النمو الاقتصادي في دولة الكويت .

خطة العمل :

- اختيار منتج محدد تشارك فيه المجموعات في مقصف المدرسة وتحديد سعر البيع والمكسب لهذا المنتج كنسبة مئوية .

خطوات تنفيذ المشروع :

- حدد المنتج (نوع من العصير – نوع من الكيك نوع من السندويش ...)
- حدد ثمن المنتج .
- حدد ثمن البيع للمنتج .
- حدد النسبة المئوية للمكسب .
- حدد نسبة خصم لزيادة مبيعات المنتج .
- أوجد السعر الجديد والمكسب .

المنتج	سعر المنتج	سعر البيع	المكسب	نسبة المئوية للمكسب
عصير	٢٠٠ فلس	٣٠٠	١٠٠	٥٠٪

خصم على سعر البيع السابق....				
المنتج	سعر البيع القديم	سعر البيع الجديد	الخصم	نسبة الخصم
عصير	٣٠٠	٢٤٠	٦٠	...

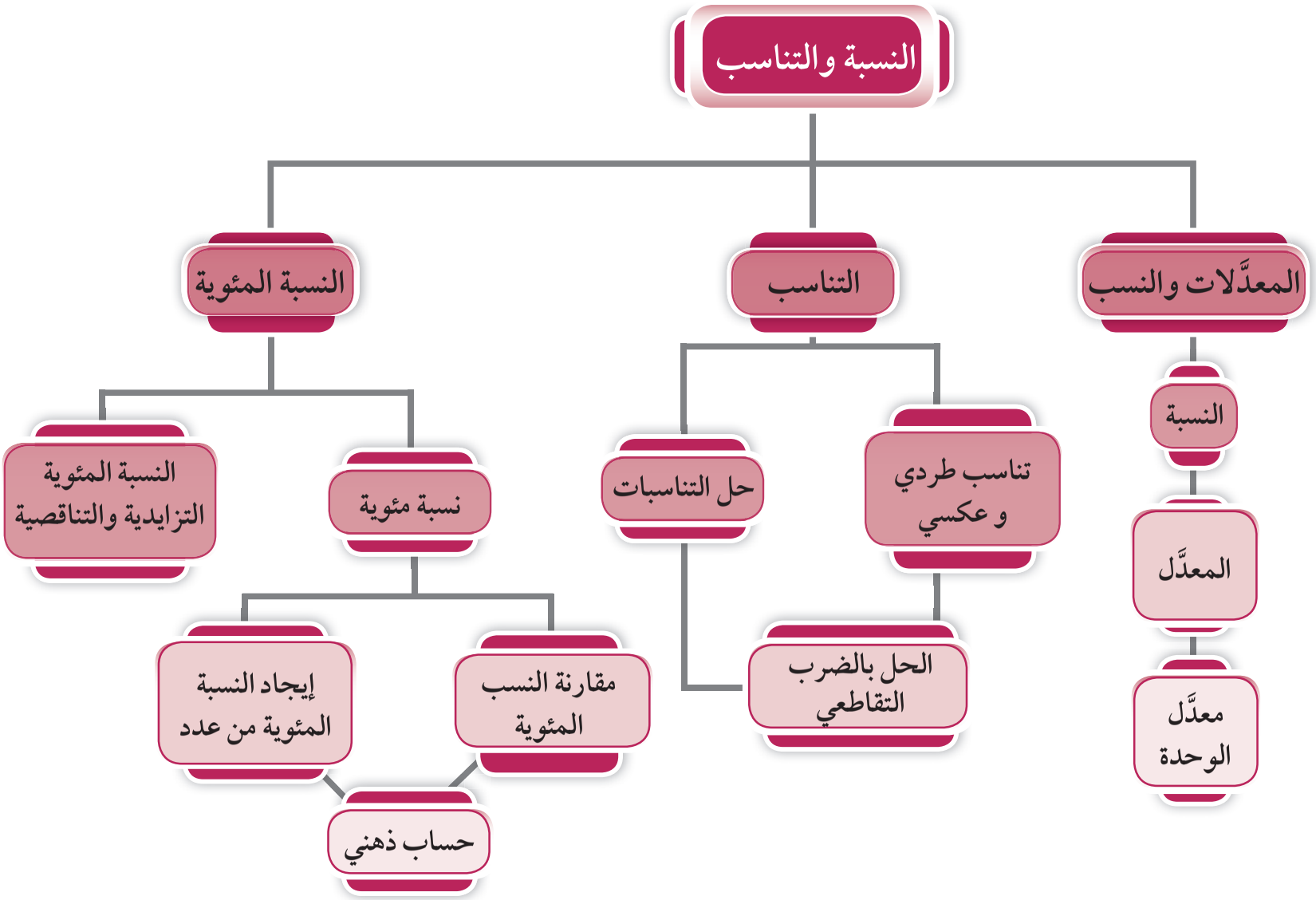
علاقات وتواصل :

- يقوم المتعلّمون بالتشاور باختيار المنتج والتشاور في نسبة الخصم.

عرض العمل :

- تعرض المجموعات جداولها وتناقش كل منتج ومكاسبه والمنتج الجديد ومكاسبه ، وتحدد أرباح كل فريق .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثالثة



١-٣ حلّ التناسب (طردي – عكسي)
Solving Proportion (Direct – Inverse)

سوف تتعلّم : حل التناسب – حل التناسب (طردي – عكسي)

العبارات والمفردات :
التناسب
Proportion
تساوي نسبتين
Equivalent Ratios
تناسب طردي
Direct Proportion
تناسب عكسي
Inverse Proportion

نشاط (١) :

ذهبت نور إلى معرض الكتاب الدولي وأرادت شراء بعض الكتب ، فإذا كان سعر كتاب ما ٥ دنانير والمطلوب :
معرفة سعر ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ كتب من نفس النوع .
بإكمال الجدول التالي:

عدد الكتب (س)	١	٣	٤	٥	١٠
ثمنها بالدينار (ص)	٥	١٥	٢٠	.....	.....

ونلاحظ أنّ : $\frac{١}{٥} = \frac{٣}{١٥} = \frac{٤}{.....} = \frac{٥}{.....} = ...$ [نسمّي ذلك تناسبًا] .

ونلاحظ العكس أنّ : $\frac{٥}{١} = \frac{١٥}{٣} = \frac{.....}{٤} = \frac{.....}{٥} = ...$ [نسمّي ذلك تناسبًا] .

من الجدول نلاحظ أنّ : عدد الكتب يتناسب مع ثمنها بالدينار .

التناسب : هو تساوي نسبتين .

معلومات مفيدة :
يستخدم مصمِّمو المجلّات التناسبات لوضع الصور بمقاييس معيَّنة في الأماكن المخصَّصة لها في المجلّة .

تذكَّرْ أنّ :
النسبة بين مقدارين :
– قسمة المقدار الأوّل على المقدار الثاني أو العكس .
– علاقة بين كمّيتين أو مقدارين من الوحدات نفسها .
إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإنّ :
أ × د = ب × جـ

تدرّب (١) :

صندوق فيه عدد من الكرات البيضاء والكرات الحمراء . فإذا كانت نسبة عدد الكرات البيضاء إلى الكرات الحمراء هي ٧ : ٣ وكان عدد الكرات الحمراء هو ٢٤ كرة .
فما عدد الكرات البيضاء ؟

$\frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{عدد الكرات الحمراء}} = \frac{٧}{٣}$ ، نفرض أنّ عدد الكرات البيضاء = س

$\frac{س}{٢٤} = \frac{٧}{٣}$

$س = \frac{..... \times .....}{٣} = ...$

إذًا عدد الكرات البيضاء = ...

تدرّب (٢) :

حل التناسب .

أ $\frac{٥}{٢} = \frac{٢}{س}$

$س = \frac{٢ \times ٢}{٥}$

$س = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ب $\frac{١٠,٥}{٠,٥} = \frac{س}{٤}$

$س = \frac{\text{.....} \times ١٠,٥}{٠,٥}$

$س = \text{.....}$

جـ $\frac{٦}{ب - ١} = \frac{١}{٢}$

$(ب - ١) = \frac{٢ \times ٦}{\text{.....}}$

$ب - ١ = \text{.....}$

$ب = \text{.....} + ١$

$ب = \text{.....}$

نشاط (٢) :

شارك حمد في معرض الكويت الدولي للعطور .

باع ١٥ زجاجة عطر (س) خلال ٣ ساعات (ص) ..... (١)

إذا افترضنا أنّ معدَّل المبيعات هو نفسه طيلة النهار ، فإنّه يكون قد :

باع ..... زجاجة عطر خلال ٥ ساعات ..... (٢)

من خلال (١) ، (٢) **لاحظ أنّه** : عندما زاد عدد الساعات زاد في المقابِل بيع زجاجات العطر. **هذا النوع من التناسب يُسمّى تناسبًا طرديًّا .**

التناسب الطردي : الكمية ص تتغيّر طرديًّا بتغيّر الكمية س إذا كانت $\frac{ص}{س}$ = مقدار ثابت .

ويكون : (١) ص = مقدار ثابت × س

(٢) $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

(٣) كل زيادة (نقص) في س يقابلها زيادة (نقص) في ص .

تذكَّرْ أنّ :

المعدَّل :
هو مقارنة بين كمّيّتين لهما وحدات قياس مختلفة .

معدَّل الوحدة :
هو مقارنة لوحدة واحدة .

ولمعرفة الكمّية المباعة خلال ٥ ساعات نكوّن التناسب التالي :

لنفرض أنّ عدد الزجاجات المباعة هو س .

(س) زجاجة العطر	(ص) الساعات
١٥	٣
س	٥

زيادة ↓ ، زيادة ↓

$\frac{١٥}{س} = \frac{٣}{٥}$ (الضرب التقاطعي)

$س = \frac{١٥ \times \text{.....}}{\text{.....}}$

$س = \text{.....}$

نوع التناسب .....

إذًا عدد زجاجات العطر المباعة خلال ٥ ساعات هو ..... .

تدرّب (٣) :

يبلغ ثمن ٣ بطّاريّات ٢٤٠ فلسًا . فإذا أردنا شراء ٥ بطّاريّات من النوع نفسه .

لنفرض أنّ ثمن البطاريات هو س .

أ أكمِل الجدول .

بطّاريّات	فلس
٣	
٥	

زيادة

نوع التناسب .....

ب حدد نوع التناسب .

.....

جـ حل التناسب .

$$\frac{٣}{٥} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{..... } \times \text{ .....}}{\text{.....}}$$

س = ...

تدرّب (٤) :

ملاحظة :
كلما زادت المسافة زاد استهلاك البنزين .

سيّارة يمكنها أن تسير مسافة ١٥٠ كم مستخدِمة ١٥ لترًا من البنزين . فما المسافة التي تسيرها باستخدام ٢٥ لترًا من البنزين ، علمًا أنّ معدل الاستهلاك هو نفسه (عند ثبوت السرعة) .

.....

.....

.....

نشاط (٣) :

يستطيع ٣ عمّال إنجاز عمل ما في ١٢ يومًا . في كم يومًا يتمّ إنجاز العمل نفسه بواسطة ٩ عمال في المستوى نفسه من الكفاءة ؟ « ماذا تتوقّع : هل يزيد عدد الأيام أم يقلّ » ؟

لاحظ أنّه : إذا زاد عدد العمال سيقابله نقص في عدد أيام العمل و هذا النوع من التناسب يسمى **تناسبًا عكسيًا** .

لنفرض أنّ عدد الأيّام هو س .

$$\frac{٣}{٩} = \frac{س}{١٢}$$

.....

.....

.....

عمّال	يوم
٣	١٢
٩	س

(س) (ص)

زيادة ↓ ↑ نقصان

نوع التناسب .....

التناسب العكسي : الكمية ص تتغيّر عكسيًّا بتغيّر الكمية س إذا كانت ص × س = مقدار ثابت .

ويكون : (١) ص = مقدار ثابت × $\frac{١}{س}$

(٢) $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

(٣) كل زيادة (نقص) في س يقابلها نقص (زيادة) في ص .

ملاحظة :
١) السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$
٢) كلما زادت السرعة قل الزمن اللازم عند ثبوت المسافة .

تدرّب (٥) :

تقطع سيّارة المسافة من مدينة (أ) إلى مدينة (ب) خلال زمن قدره ٣٠ دقيقة عندما كانت تسير بسرعة ١٠٠ كم / ساعة ، فما هو الزمن اللازم لقطع المسافة نفسها إذا سارت بسرعة ١٢٠ كم/ ساعة ؟

لنفرض أنّ الزمن المطلوب هو س .

$$\frac{\text{السرعة في الحالة الأولى (١٠٠)}}{\text{السرعة في الحالة الثانية (١٢٠)}} = \frac{\text{الزمن في الحالة الثانية (س)}}{\text{الزمن في الحالة الأولى (٣٠)}}$$

$$\frac{١٠٠}{١٢٠} = \frac{س}{٣٠}$$

.....

.....

سرعة	زمن
١٠٠	٣٠
١٢٠	س

زيادة ↓ ↑ نقصان

نوع التناسب .....

إذًا الزمن (س) هو ..... دقيقة .

تمـــرَّنْ :

١ حُلَّ التناسبات :

أ $\frac{١٨}{ص} = \frac{٢٧}{٦}$

ب $\frac{س}{٩٠} = \frac{٧,٢}{٦٠}$

جـ $\frac{٦}{ل - ١} = \frac{١}{٣}$

---

٢ في سباق السيّارات قطع وليد مسافة الـ ٥٠٠ كم الأولى في ٥ ساعات .

أ أوجِد المعدَّل الذي قطع فيه وليد المسافة بالكيلومتر في الساعة الواحدة .

ب بهذا المعدَّل نفسه ، أُحسب المسافة التي قطعها وليد في ساعتين خلال هذا السباق .

في التمارين من (٣ – ٦) حدد نوع التناسب ثم أوجد المطلوب :

٣ قامت إحدى المجموعات في الصفّ الثامن بنشاط عن كيفية صناعة الصابون السائل في مختبر العلوم ، حيث كانت نسبة هيدروكسيد البوتاسيوم إلى الزيت ١ : ٦ على الترتيب . إذا كانت كمّية هيدروكسيد البوتاسيوم ٤,٥ مل ، فكم تكون كمّية الزيت في الصابون السائل ؟

٤ شمعة طولها ٤٠ سم تحترق في مدّة قدرها ٦ ساعات .
فكم يلزم من الوقت لاحتراق شمعة من السمك نفسه وفي الظروف نفسها بطول ٣٠ سم .

٥ يلزم ١٤ عاملًا لجني محصول الطماطم من مساحة الأرض خلال ١٢ ساعة .
أُحسب عدد العمّال اللازم لجني المحصول خلال ٨ ساعات لنفس مساحة الأرض .

٦ إذا كان ٢٠ رجلًا يحفرون بئرًا في ١٥ يومًا ، ففي كم يومًا يحفر ٣٠ رجلًا البئر نفسها إذا كانت قدرات الرجال متساوية في الحالتين .

٢-٣ إيجاد النسبة المئوية من عدد
Finding a Percent of a Number

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد النسبة المئوية من عدد (ذهنيًّا – جبريًّا).

نشاط :

يمتلك بدر سلسلة مطاعم في الكويت ، ويتمّ إضافة ١٥٪ بدل خدمة على قيمة الطلب .

إذا كانت قيمة الطلب ٤٠ دينارًا ، فاحسب بدل الخدمة .

لإيجاد ذلك :

الطريقة الأولى : باستخدام الحساب الذهني

فكِّر : ١٥٪ = ١٠٪ + ٥٪

١٠٪ من ٤٠ = ٤

٥٪ هي نصف ١٠٪

إذًا ٥٪ من ٤٠ = ٢

بدل الخدمة = ٤ + ٢ = ٦ دنانير

الطريقة الثانية : باستخدام الحل الجبري

١٥٪ من المبلغ

١٥٪ × ٤٠

$\frac{١٥}{١٠٠} \times ٤٠ = ٦$

$\frac{١٥}{١٠} \times ٤ = \frac{٦٠}{١٠} = ٦$

إذًا بدل الخدمة للطلب = ٦ دنانير .

معلومات مفيدة:

يستخدم مندوبو المبيعات النسب المئوية في تحديد نسب الخصم بسرعة .

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٢}$ = ٥٠٪

$\frac{١}{١٠}$ = ١٠٪

$\frac{١}{١٠٠}$ = ١٪

تدرّب (١) :

أكمِل كلًّا ممّا يلي :

النسبة المئوية	العدد	النسبة المئوية من العدد
٥٠٪	٤٥٠	$\frac{٥٠}{١٠٠} \times ٤٥٠ = ٢٢٥$
٢٠٪	٨٠	
١٠٪	٧٥	
٥٪	٤٠	

مثال :

اِستخدِم الحساب الذهني لإيجاد ٧٠ ٪ من ٦٠٠ .

الحلّ :

فكِّر : ٧٠ ٪ تساوي ٧ أمثال ١٠ ٪

١٠ ٪ من ٦٠٠ هو ٦٠

٧٠ ٪ من ٦٠٠ = ٧ × ٦٠ = ٤٢٠

تدرّب (٢) :

أوجِد ٦٠ ٪ من ٤٨٠ بطريقتين مختلفتين .

أ .....

.....

.....

.....

ب .....

٦٠٪ من .....

$\frac{٦٠}{١٠٠}$ × .....

= .....

تذكر أن :
لإيجاد قيمة نسبة مئوية بالحساب الذهني من عدد نقسّم النسبة المئوية إلى أجزاء مثل : ١٠٠ ٪ ، ٥٠ ٪ ، ١٠ ٪ ، ١ ٪ .

فكِّر وناقِش

هل ١٠ ٪ من ٥٠ هي نفس قيمة ٥٠ ٪ من ١٠ ؟ فسِّر إجابتك .

تدرّب (٣) :

في إحدى المدارس تم اختيار ٢٦,٥٪ من ٨٠٠ متعلم لأداء اختبار ميزه لمادة الرياضيات في الصف التاسع ، كم عدد هؤلاء المتعلمين ؟

.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد النسب المئوية التالية من العدد ٨٢٠٠ باستخدام الحساب الذهني :

أ ٢ ٪ .....

ب ١٢ ٪ .....

جـ ٨٢ ٪ .....

٢ أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ ٣٠ ٪ من ٦٠٠ .....

ب ١٥ ٪ من ٢٢ دينارًا .....

جـ $\frac{١}{٣}$ ٣٣ ٪ من ١٢٠ .....

د ١٢,٥ ٪ من ١٦٠ .....

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٣}$ ٣٣ ٪ = $\frac{١}{٣}$

$\frac{٢}{٣}$ ٦٦ ٪ = $\frac{٢}{٣}$

١٢,٥ ٪ = $\frac{١}{٨}$

٣ اِستخدِم > أو < أو = لتحصل على عبارة صحيحة :

أ ١ ٪ من ١٥٠ ◯ ١٠ ٪ من ١٥

ب $\frac{٢}{٣}$ ٦٦ ٪ من ١٨ ◯ ٦٠ ٪ من ١٥

جـ ١٠٠ ٪ من ٩٥ ◯ ١٠ ٪ من ٩,٥

د ٤ ٪ من $\frac{١}{٤}$ ◯ $\frac{١}{٤}$ ٪ من ٤٠

٤ باع صاحب محلّ أقمشة ٢٥ ٪ من أحد الأنواع . إذا كان لديه ١٢٠ مترًا من النوع نفسه ، فما عدد الأمتار الباقية ؟

.....

.....

.....

.....

.....

٥ تحتوي زجاجة عطر على ٦,٤ ٪ زيوت عطرية . إذا كان في الزجاجة ٧٥ مل من العطر ، فما مقدار الزيوت العطرية في الزجاجة ؟

.....

.....

.....

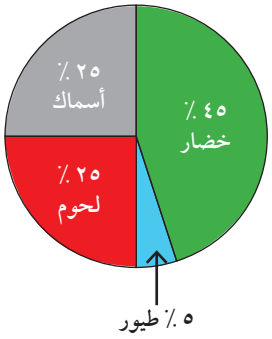
.....

٣-٣ اِستخدام المعادلات لحلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية
Using Equations to Solve Percentages Problems

سوف تتعلّم : كيفية استخدام المعادلات لحلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية .

نشاط :

يمثّل الشكل المقابل ٤ أنواع من الأغذية الأكثر مبيعًا في أحد المتاجر ، وذلك من خلال دراسة أُجريت على مجموعة من زبائن هذا المتجر ، **فإذا كان عدد الزبائن الذين يشترون الخضار هو ١٨٠ شخصًا فكم :**



أ عدد زبائن هذا المتجر ؟

للإجابة عن ذلك ، نفرض أنّ عدد زبائن هذا المتجر هو س ،
أكمِل حل المعادلة لمعرفة عدد زبائن المتجر :

٤٥ ٪ × س = ١٨٠

$\frac{٤٥}{١٠٠}$ × س = ١٨٠

.....

.....

فيكون عدد زبائن هذا المتجر هو ..... شخص .

ب عدد الأشخاص الذين يشترون الطيور ؟

نفرض أنّ عدد الذين يشترون الطيور هو ن مثلًا ، أكمِل :

ن = ٥ ٪ × ..... = ... × .....

ن = ...

فيكون عدد الزبائن الذين يشترون الطيور هو ..... شخصًا .

معلومات مفيدة:
يقوم العاملون في مجال تكرير البترول بتصنيع مختلف أنواع الوقود عن طريق إضافة مركّبات كيميائية مختلفة إلى الوقود بنسب مئوية معيّنة .

تذكر أن:
* المعكوس الضربي للعدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$ حيث أ ≠ ٠
* النسبة المئوية من عدد = النسبة المئوية × العدد

فكّر وناقِش

بالرجوع إلى النشاط السابق :

- هل يمكنك بطريقة ذهنية أن تحسب عدد الزبائن الذين يشترون الأسماك ؟
- بكم يزيد عدد الزبائن الذين يشترون الخضار عن عدد الذين يشترون الأسماك ؟

مثال (١) :

في إحدى المدارس يتناول ٤٨٠ متعلمًا إفطارهم قبل الذهاب إلى المدرسة ويمثّلون ٨٠ ٪ من عدد متعلّمي المدرسة ، فما عدد متعلّمي المدرسة ؟

الحلّ :

نفرض أنّ عدد متعلّمي المدرسة هو س فإنّ :

$$\text{٨٠ ٪} \times \text{س} = \text{٤٨٠}$$

$$\frac{\text{٨٠}}{\text{١٠٠}} \times \text{س} = \text{٤٨٠}$$

$$\frac{\text{٨٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠٠}}{\text{٨٠}} \times \text{س} = \text{٤٨٠} \times \frac{\text{١٠٠}}{\text{٨٠}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{٤٨٠} \times \text{١٠٠}}{\text{٨٠}}$$

$$\text{س} = \text{٦٠٠}$$

إذًا عدد متعلّمي المدرسة هو ٦٠٠ متعلّم .

تذكَّرْ أنّ :
يمكن حلّ المعادلة باستخدام مفهوم العملية العكسية .

تدرّب (١) :

أ ما العدد الذي يمثّل ٢٠٠ ٪ من العدد ١,٦ ؟

نفرض أنّ العدد هو ن فإن :

ن = ٢٠٠ ٪ × ١,٦

ن = ...

ن = ... ،

إذًا العدد هو .....

ب ما العدد الذي ٤٠ ٪ منه هو ٦٠ ؟

نفرض أنّ العدد هو ن فإن :

٤٠ ٪ × ن = ٦٠

$\frac{\text{٤٠}}{\text{١٠٠}} \times$ ن = ٦٠

ن = ...

ن = ...

تدرّب (٢) :

ما النسبة المئوية التي تمثّل قيمة ٣٦ من ١٢٠ ؟

نفرض أنّ النسبة المئوية هي ن فإن :

ن من ١٢٠ = ٣٦

ن × ١٢٠ = ٣٦

ن × ١٢٠ × ---/--- = ٣٦ × ---/---

ن = ...

> **تذكر أن:**
> النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكلّ}} \times ١٠٠ \%$

هل يمكن حل مثال (١) ، تدرب (١) ، تدرب (٢) بطريقة أخرى ؟

.....

.....

.....

.....

مثال (٢) :

بيعت إحدى ساعات اليد بتخفيض قدره ٢٠ ٪ من ثمنها الأصلي . إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٢٨ دينارًا ، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

الحلّ :

النسبة المئوية للبيع = ١٠٠ ٪ – النسبة المئوية للتخفيض

= ١٠٠ ٪ – ٢٠ ٪ = ٨٠ ٪

إذا كان الثمن الأصلي س ، فإنّ :

٨٠ ٪ × س = ٢٨

$\frac{٨٠}{١٠٠} \times$ س = ٢٨

$\frac{٨٠}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٨٠} \times$ س = ٢٨ × $\frac{١٠٠}{٨٠}$

س = $\frac{\overset{٧}{\cancel{٢٨}} \times \overset{٥}{\cancel{١٠٠}}}{\underset{١}{\cancel{٨٠}}}$ = ٣٥

إذًا ثمنها الأصلي قبل التخفيض = ٣٥ دينارًا

تمـــرَّنْ :

١ أوجد النسبة المئوية التي تمثل ٣٥ من ٧٥ .

.....

.....

٢ ما العدد الذي يمثل ٤٥ ٪ من ٨٠ ؟

.....

.....

٣ ما العدد الذي ٥٠ ٪ منه هو ٤٠٠ ؟

.....

.....

٤ إذا نجح ٢٥٥ متعلّمًا في مدرسة وكانت نسبة النجاح هي ٨٥ ٪ ، فكم عدد متعلّمي هذه المدرسة ؟

.....

.....

٥ قامت لطيفة بحمية غذائية أفقدتها ٢٠ ٪ من وزنها ليصبح وزنها ١٠٠ كجم ، أوجد وزنها قبل الحمية .

.....

.....

.....

٦ أثناء مهرجان هلا فبراير ، يقدّم محلّ للحلوى تخفيضًا قدره ٣٥ ٪ على كل منتَجاته ، فبكم يبيع طبق حلوى ثمنه الأصلي ٢٠ دينارًا ؟

.....

.....

.....

٤-٣ النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية
Percent Increase and Percent Decrease

سوف تتعلّم: حلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية تزايدية ونسبًا مئوية تناقصية .

العبارات والمفردات :
النسبة المئوية التزايدية
Percent Increase
النسبة المئوية التناقصية
Percent Decrease

نشاط :

بدأ كلٌّ من ناصر و أحمد تجارتهما برأس مال قدره ٥٠٠٠ دينار كويتي لكلٍّ منهما ، وخلال الشهر الأوّل أصبح ما مع ناصر ٧٠٠٠ دينار كويتي ، وأصبح ما مع أحمد ٢٠٠٠ دينار كويتي خلال الشهر نفسه.

١ أجِب عمّا يلي :

أ هل زاد أم نقص ما مع ناصر خلال هذا الشهر ؟ .....

ب هل زاد أم نقص ما مع أحمد خلال هذا الشهر ؟ .....

٢ من خلال المخطَّط التالي ، أجِب عن الأسئلة التالية :

أ ما هي النسبة المئوية للزيادة في ما مع ناصر خلال هذا الشهر؟

مقدار الزيادة = ٧٠٠٠ − ٥٠٠٠ = ٢٠٠٠

معلومات مفيدة:
يحتاج تجّار التجزئة إلى أن يعرفوا مقدار تخفيض سعر منتَج ما في البيع من دون أن تلحق بهم الخسارة .

نلاحظ أنّ :

٥٠٠٠ (الأصل) تمثّل ← ١٠٠ ٪

٢٠٠٠ (مقدار الزيادة) تمثّل ← س ٪

نكوّن تناسبًا $\frac{٥٠٠٠}{٢٠٠٠} = \frac{١٠٠}{س}$

س = $\frac{\text{.....} \times \text{.....}}{\text{.....}}$ = ...

إذًا النسبة المئوية للزيادة = ... ٪
(التزايدية)

ب ما هي النسبة المئوية للنقصان في ما مع أحمد أيضًا خلال هذا الشهر ؟

مقدار النقصان = ٥ ٠٠٠ – ٢ ٠٠٠ = ٣ ٠٠٠

نلاحظ أنّ :

٥ ٠٠٠ ⟵ ١٠٠ ٪

..... ⟵ س ٪

(مقدار النقصان)

نكوّن تناسبًا $\frac{٥\,٠٠٠}{\text{.....}} = \frac{١٠٠}{\text{س}}$

$\text{س} = \frac{\text{..... } \times \text{ .....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

إذًا النسبة المئوية للنقصان = ... ٪

(التناقصية)

النسبة المئوية للتغير $= \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}} \times ١٠٠\,٪$

التغير يكون إما بالزيادة أو النقصان .

مثال :

اِشترى محمّد جهاز حاسوب بخصم ١٥ ٪ ومقدار هذا الخصم ٢٢٥ دينارًا كويتيًّا ، فما هو ثمن الحاسوب الأصلي ؟ وكم دفع محمّد للجهاز ؟

الحلّ :

نفرض أن ثمن الحاسوب الأصلي = س

النسبة المئوية للتغير (الخصم) $= \frac{\text{مقدار التغير (الخصم)}}{\text{السعر الأصلي}} \times ١٠٠\,٪$

$١٥\,٪ = \frac{٢٢٥}{\text{س}} \times ١٠٠\,٪$

$\frac{١٥}{١٠٠} = \frac{٢٢٥}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = \frac{٢٢٥ \times ١٠٠}{١٥}$

إذًا ثمن الحاسوب الأصلي = ١٥٠٠ دينار

إذًا الثمن الذي دفعه للشراء = ١٥٠٠ – ٢٢٥ = ١٢٧٥ دينارًا

تدرّب (١) :

في أحد المحلّات التجارية كان عدد الزبائن يوم الثلاثاء ٦٠٠ شخص وفي يوم الأربعاء انخفض العدد إلى ٤٥٠ شخصًا .

أ أوجد النسبة المئوية للانخفاض في عدد الزبائن ليوم الأربعاء .

مقدار (النقصان) = ٦٠٠ − ٤٥٠ = ...

النسبة المئوية التناقصية = ... / ٦٠٠ × ١٠٠٪

= .....

إذًا النسبة المئوية للانخفاض (التناقصية) = ...

ب إذا زاد عدد الزبائن ليوم الخميس بنسبة ٦٠ ٪ عن يوم الثلاثاء ، فأوجِد مقدار الزيادة في عدد الزبائن ليوم الخميس ، ثمّ أوجِد العدد الكلي للزبائن في هذا اليوم .

نفرض أن الزيادة في عدد الزبائن هو س

النسبة المئوية التزايدية = $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{القيمة الأصلية}} \times ١٠٠٪$

ملاحظة :
١٠٠٪ = ١

$٦٠٪ = \frac{س}{٦٠٠} \times ١٠٠٪$

$س = \frac{..... \times ٦٠٠}{١٠٠}$

س = ...

إذًا مقدار الزيادة في عدد الزبائن هو .....

إذًا العدد الكلي للزبائن يوم الخميس = ٦٠٠ + ...

= ..... **شخصًا**

تدرّب (٢) :

جهاز رياضي سعره الأصلي ١٢٠ دينارًا

يُضاف إليه نسبة ١٢ ٪ خدمة توصيل .

فما هو ثمنه عند التوصيل ؟

نفرض أن س هي مقدار الزيادة .

$$\text{١٢٪} = \frac{\text{س}}{\text{١٢٠}} \times \text{١٠٠٪}$$

$$\frac{\text{---------}}{\text{١٠٠}} = \frac{\text{---------}}{\text{---------}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{---------} \times \text{---------}}{\text{---------}} = \text{----------}$$

إذًا (س) مقدار الزيادة = ----------

إذًا الثمن عند التوصيل = ١٢٠ + ----------

= ----------

تدرّب (٣) :

افتُتِحَ قبل ٤ سنوات ، محلّ للألعاب الإلكترونية . واستخدم مالك المحلّ حاسوبًا ليراقب دخله السنوي ، وقد أُصيب حاسوبه بفيروس تسبّب بخلل أدّى إلى ظهور بعض الجداول بخانات فارغة . أكمل الجدول التالي لتساعد المالك مستخدِمًا خبراتك الحسابية .

السنة	المبيعات بالدينار	مقدار التغيّر عن العام السابق بالدينار	النسبة المئوية للتغيّر	نوع التغيّر
١	٢٠٠ ٠٠٠	لم يُفتَتح	–	–
٢	٢٤٠ ٠٠٠	٤٠ ٠٠٠	$\frac{\text{٤٠ ٠٠٠}}{\text{٢٠٠ ٠٠٠}} \times \text{١٠٠٪} = \text{٢٠٪}$	زيادة
٣	١٨٠ ٠٠٠			
٤			٤٠ ٪	زيادة

تمـــرَّنْ :

١ باعت إحدى المكتبات خلال مهرجان هلا فبراير ٦٠٠ كتاب ، ثم باعت ٤٥٠ كتاب في شهر مارس ، بيِّن نوع التغيّر ما إذا كان زيادة أم نقصانًا ؟ ثم أوجِد النسبة المئوية للتغيّر .

---

٢ معدَّل تساقط الأمطار سنويًّا في الكويت خلال شهر فبراير هو ٢٤ مم وخلال شهر مارس ٢١ مم . بيِّن نوع التغيّر من زيادة أو نقصان ، ثمّ أوجد النسبة المئوية للتغيّر في معدَّل تساقط الأمطار خلال الشهرين .

---

٣ تحوي علبة من الحليب المخصَّصة للدعاية نسبة زيادة مجّانية ٣٠ ٪ عمّا تحويه العلبة الأصلية ، فإذا كانت سعة علبة الحليب الأصلية ٤ لترات ، فما السعة الزائدة عن العلبة الأصلية ؟ وما سعة علبة العروض ؟

٤ أعلن متجر عن خصم ٢٥ ٪ على جميع الأدوات الرياضية . فإذا كانت قيمة الخصم لكرة القدم واللباس الرياضي ٢٣,٥ دينارًا ، فما سعرهما الأصلي ؟

٣-٥ مراجعة الوحدة الثالثة
Revision Unit Three

١ حُلَّ التناسب :

أ $\frac{٤}{٩} = \frac{١٠}{س}$

ب $\frac{س - ١}{٤} = ١,٧$

٢ تدور آلة طابعة ٢٠ دورة فتطبع ٣٢٠ ورقة ، كم ورقة تطبع إذا دارت ١٤ دورة ؟

٣ طائرة تطير بسرعة ٤٠٠ كم / ساعة قطعت مسافة بين دولتين خلال ٥ ساعات .
فإذا طارت بسرعة ١٠٠٠ كم / ساعة ، فكم ساعة تحتاج لتقطع المسافة نفسها ؟

٤ في أحد فصول الصف الثامن لإحدى المدارس ٢٨ متعلّمًا من بينهم ٧ متعلّمين فائقين .
أوجِد النسبة المئوية للفائقين في هذا الفصل .

٥ أوجِد كلًّا مما يلي :

أ ٥ ٪ من ٧٠٠ دينار

.....

.....

ب ١٥٠ ٪ من ٢٣٨

.....

.....

جـ ما هو العدد الذي ١٢ ٪ منه هو ٣٦ ؟

.....

.....

د ما هي النسبة المئوية من ٨٠ ليكون الناتج ٤٤ ؟

.....

.....

٦ بيعت إحدى الساعات بتخفيض ٤٠ ٪ من ثمنها الأصلي . إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٧٥ دينارًا ، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

.....

.....

.....

٧ باعت إحدى المكتبات ٢٠٠ كتاب في شهر يونيو ، و ١٧٥ كتابًا في شهر يوليو .
بيِّن نوع التغيّر من زيادة أو نقصان ، ثم أوجِد النسبة المئوية للتغيّر .

.....

.....

.....

اِختبار الوحدة الثالثة

أوّلًا : في البنود (١-٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ ١٠٪ من ٢٠٠ > ١٥٪ من ١٥٠	(أ)	(ب)
٢ تتقاضى سلمى ٢٥,٥٠٠ دينارًا في العمل لمدة ٥ ساعات. فإن ما تتقاضاه مقابل ساعة عمل واحدة تساوي ٥,١٠٠ دنانير.	(أ)	(ب)
٣ تستهلك سيّارة ٣٠ لترًا من البنزين لتقطع مسافة ١٨٠ كم ، فإذا استهلكت ١٦٠ لترًا من البنزين عند قطعها مسافة ٩٦٠ كم ، فإنّ نوع التناسب بين هذه القيم هو تناسب عكسي .	(أ)	(ب)
٤ قرأ بدر ٢٠٠ صفحة في زمن قدره ٦ ساعات ، فإنّ الزمن الذي يستغرقه لقراءة ٥٠٠ صفحة بالمعدَّل نفسه هو ١٥ ساعة .	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٥ سعر لعبة كمبيوتر ٤ دنانير . إذا كانت خدمة التوصيل ٦ ٪ ، فإن ثمن التكلفة الكلية يساوي :

(أ) ٤ دنانير × ٠,٠٦ (ب) ٤ دنانير + ٠,٠٦ (جـ) ٤ دنانير × ١,٠٦ (د) ٤ دنانير + ١,٠٦

---

٦ إذا كان $\frac{\text{س}}{٩٠} = \frac{٧٥}{١٥٠}$ ، فإنّ س =

(أ) ٤٥ (ب) ٤,٥ (جـ) ٠,٤٥ (د) ١٨٠

---

٧ عدد ما ٣٠ ٪ منه هو ٤٥ ، فإنّ العدد هو :

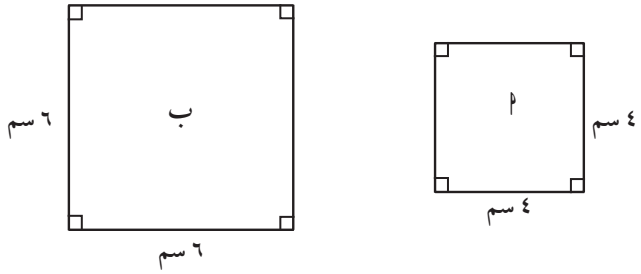
(أ) ١٥ (ب) ٧٥ (جـ) ١٥٠ (د) ٢٥٠

٨ ٥٠ ٪ من ٢٤٠ تساوي :

(أ) ٥٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١١٥ (د) ١٢٠

---

٩ النسبة المئوية للزيادة في مساحة الشكل (ب) عن الشكل (أ) هي :



(أ) ٨٠ ٪ (ب) ١٢٥ ٪ (جـ) ٥٠ ٪ (د) ٥٥,$\overline{٥}$ ٪

---

١٠ قيمة التذكرة العادية لحضور أمسية شعرية هي ٧ دنانير ، ويُمنَح المتعلّمون تخفيضًا قدره ٢٥٪ من ثمن التذكرة ، فإنّ ثمن التذكرة بعد التخفيض :

(أ) ٨,٧٥ دنانير (ب) ٧ دنانير (جـ) ٥,٢٥٠ دنانير (د) ١,٧٥٠ دينار

الوحدة الرابعة

تطابق وتشابه المثلثات

Congruency and Similarity of Triangles

الفنون الجميلة
Fine Art

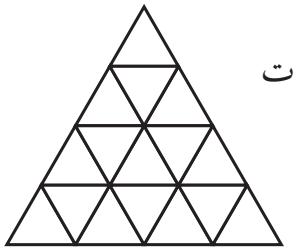
مشروع الوحدة :
(الفنان الصغير)

الفنون الجميلة هي أحد وأهمّ أنواع الفنون ، حيث تصف موهبة الإنسان ومقدرته على التعبير عن مكنونات نفسه وعقله وتجسيدها ، ليترجم بذلك جميع أحاسيسه وخواطره على شكل رسومات أو منحوتات أو أشعار أو أعمال يدوية وغيرها الكثير . وأغلب الفنّانين يستخدمون هندسة المثلّث في أعمالهم الفنّية .

خطة العمل :

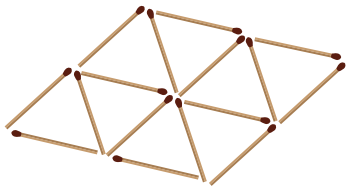
- رسم لوحة فنّية من الفسيفساء باستخدام نوع محدّد من المثلّثات .

خطوات تنفيذ المشروع :



باستخدام الأدوات الهندسية ، اصنع لوحة من الفسيفساء توظّف فيها المثلّثات التالية ومثلّثات من اختيارك (احرص على استخدام مثلّثات متطابقة أكثر)

- ارسم مثلّثًا فيه طول ضلعين وزاوية (٥ سم ، ٣ سم ، وقياس الزاوية المحدّدة بهما ١٢٠°)
- ارسم مثلّثًا متطابق الأضلاع طول ضلعه ٦ سم .
- ارسم مثلّثًا بمعلومية زاويتين وضلع واصل (٤٠° ، ٦٠° والضلع الواصل بينهما طوله ٧ سم)
- لوِّن المثلّثات بطريقة مميّزة للحصول على لوحة مميّزة .



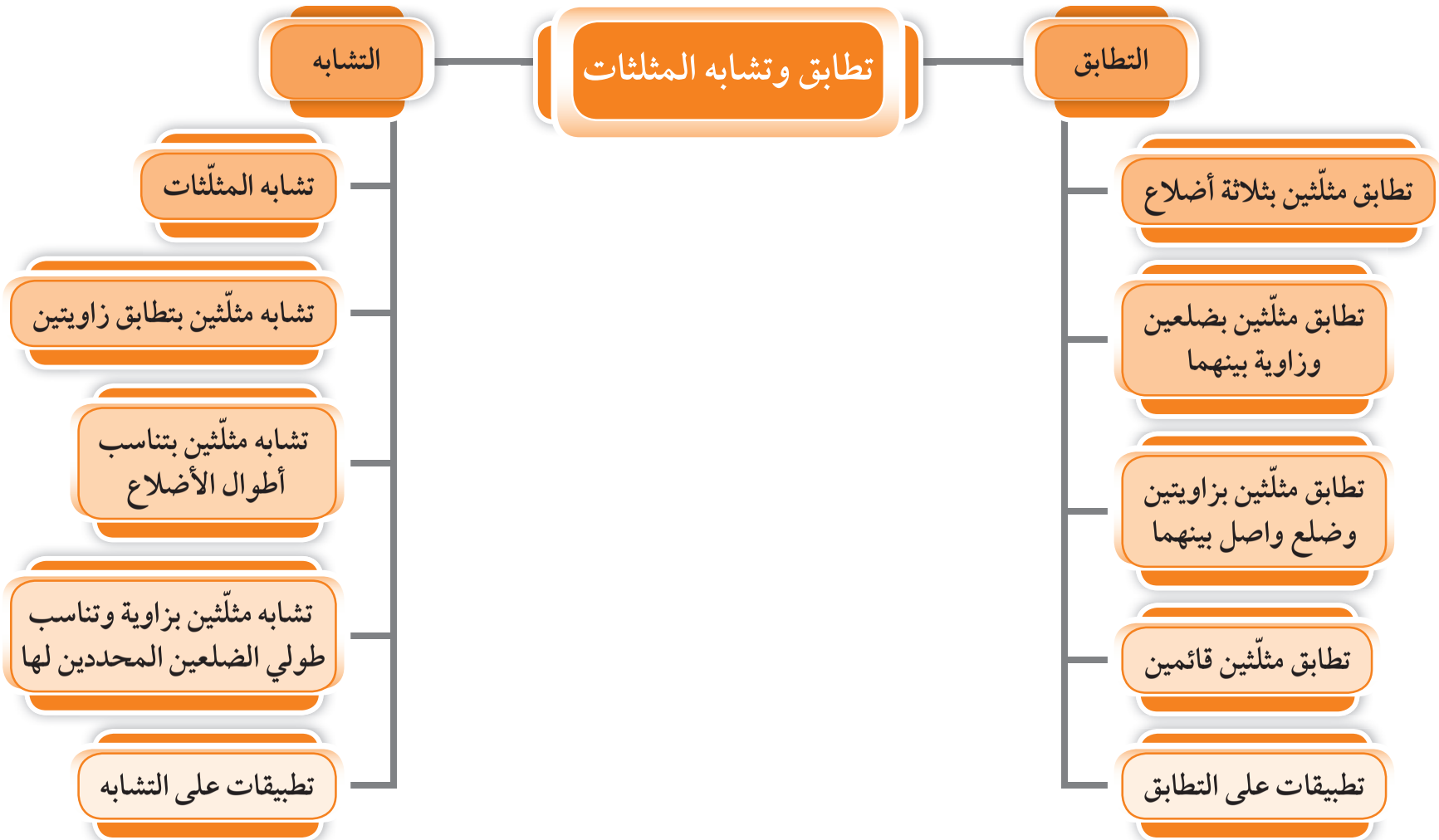
علاقات وتواصل :

- كلّ مجموعة تعرض لوحتها .
- تتبادل المجموعات اللّوحات للاطّلاع عليها .

عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة اللّوحة الفنّية .
- تحدّد عدد المثلّثات المتطابقة المستخدمة .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الرابعة



١-٤ التطابق
Congruency

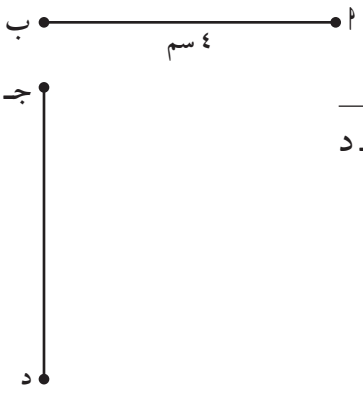
سوف تتعلّم: تطابق قطعتين مستقيمتين – زاويتين – مثلّثين .

تطابق قطعتين مستقيمتين

نشاط (١) :

استعن بالورق الشفاف لتتحقّق من تطابق القطعتين $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ ثمّ أكمل ما يلي :

حاول مطابقة $\overline{أب}$ على $\overline{جـد}$ بحيث



أ تنطبق على ..... ، فإنّ ب تنطبق على .....

إذًا $\overline{أب}$ تطابق $\overline{جـد}$. ونرمز إلى ذلك بالرمز $\overline{أب} \cong \overline{جـد}$

العبارات والمفردات :
التطابق
Congruency
رمز التطابق ≅
Congruency sign ≅

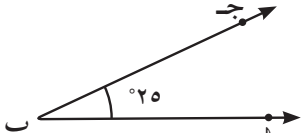
ملاحظة :
– إذا كان :
$\overline{أب} \cong \overline{جـد}$ تعني
$أب = جـد$.
– إذا كان :
$\hat{أ} \cong \hat{ب}$ تعني
$ن(\hat{أ}) = ن(\hat{ب})$.

تطابق زاويتين

نشاط (٢) :

استعن بالورق الشفاف لتتحقّق من تطابق $\hat{أ}$ جـ ، و $\hat{هـ}$ د

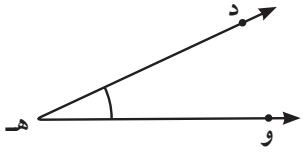
حاول مطابقة $\hat{أ}$ جـ مع و $\hat{هـ}$ د ثمّ أكمل ما يلي :



بحيث : تنطبق نقطة ب على نقطة .....

وينطبق $\overleftarrow{ب أ}$ على .....

فإنّ $\overleftarrow{ب جـ}$ ينطبق على .....



نقول في هذه الحالة أنّ $\hat{أ}$ جـ تطابق .....

فكّر وناقِش

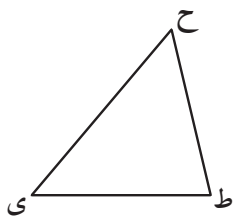
١ متى تتطابق قطعتان مستقيمتان ؟

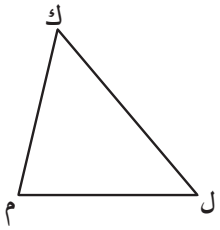
٢ متى تتطابق زاويتان ؟

تطابق مثلّثين

نشاط (٣) :

اِستعِن بالورق الشفّاف لتتحقق من تطابق المثلّثين ك ل م ، ح ى ط ، ثمّ أكمِل :





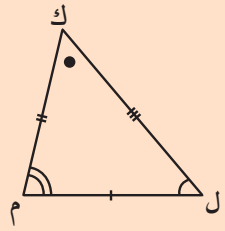
Δ ك ل م ≅ Δ	$\hat{ك}$ ≅ .....
$\overline{ك ل}$ ≅	$\hat{ل}$ ≅ .....
$\overline{ل م}$ ≅	$\hat{م}$ ≅ .....
$\overline{ك م}$ ≅	

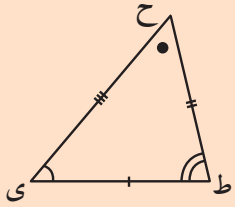
إذاً لأي مثلّثين :

المثلّث ك ل م ≅ المثلّث ح ى ط إذا وفقط إذا كانت :

١ أضلاعهما المتناظرة متطابقة .

٢ زواياهما المتناظرة متطابقة .





وعمومًا : يتطابق مضلعان إذا و فقط إذا كان :

١ أضلاعهما المتناظرة متناسبة .

٢ زواياهما المتناظرة متطابقة .

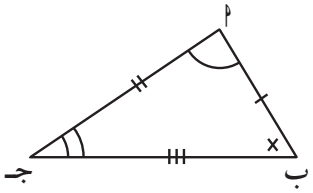
و ستقتصر دراستنا على حالات تطابق مثلثين .

تذكر أنّ :
نراعي ترتيب الرموز عند كتابة عبارة التطابق .

تذكّر أنّ :
للمثلّث ستّة عناصر ، ثلاثة أضلاع ، ثلاث زوايا .

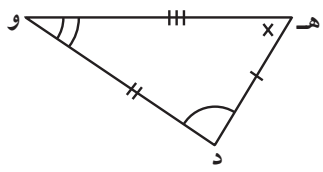
ملاحظة :
الرمز ⟺ يعني : إذا و فقط إذا .

تدرّب (١) :



في الشكل المقابل Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و .

أكمِل ما يلي حسب المعطيات بالرسم :

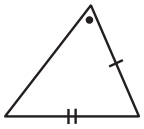
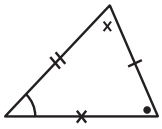
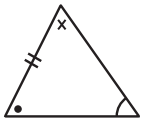
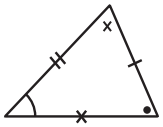
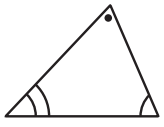
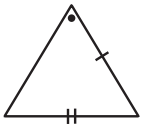
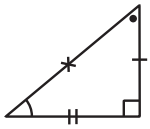
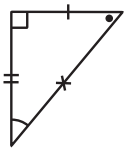


أ $\hat{أ} \cong$	ب ..... $\cong \hat{هـ}$
جـ $\hat{جـ} \cong$	د ..... $\cong \overline{د هـ}$
هـ $\overline{ب جـ} \cong$	و $\hat{أ}$ $\overline{جـ} \cong$ .....

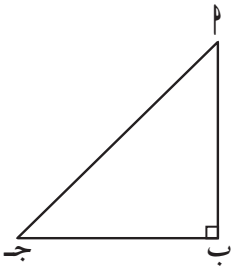
نستنتج أنّ : المثلّث أ ب جـ $\cong$ .....

تمـــرَّنْ :

١ في الجدول التالي حدّد المثلّثين المتطابقين :

المثلّث / المجموعة	أ	ب	جـ	د	المثلّثان المتطابقان
١					.....
٢					.....

٢ في الشكل المقابل Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، باستخدام الورق الشفاف ارسم Δ ل م ن المتطابق مع Δ أ ب جـ ثمّ حدّد العناصر المتطابقة فيهما.



.....

.....

.....

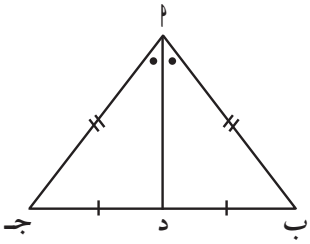
٣ إذا كان Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع ، فحدّد العناصر المتطابقة فيهما .

.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابل : Δ أ ب جـ وبحسب المعطيات أكمل ما يلي :



أ $\overline{أب}$ ≅ .....

ب ..... ≅ $\overline{جـد}$

جـ ..... (ضلع مشترك)

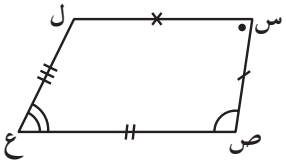
د ب $\hat{أ}$ د ≅ .....

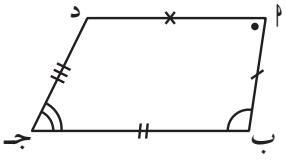
هـ ..... ≅ $\hat{جـ}$

و أ $\hat{د}$ ب ≅ ..... السبب : .....

ز Δ أ د ب ≅ Δ .....

٥ من الشكلين أ ب جـ د ، س ص ع ل ، أكمل ما يلي حسب المعطيات على الرسم :





أ $\hat{أ}$ ≅	ب ..... ≅ $\hat{ص}$
جـ $\hat{د}$ ≅	د ..... ≅ $\hat{ع}$
هـ $\overline{أب}$ ≅	و ..... ≅ $\overline{ل ع}$
ز $\overline{د أ}$ ≅	ح ..... ≅ .....

٤-٢ الحالة الأولى : تطابق مثلّثين بثلاثة أضلاع
Congruent Triangles with SSS

العبارات والمفردات :
رمز التطابق (≅)
Congruency Symbol (≅)
Side : S ضلع : (ض)
Angle : A زاوية (ز)
تطابق مثلّثين بثلاثة أضلاع
Congruency Triangles with 3 Corresponding Sides .

سوف تتعلّم : تطابق مثلّثين بثلاثة أضلاع .

في شهر فبراير ، تتزيّن دولة الكويت بأعلامها الجميلة ذات الأشكال المتنوّعة .
في الصورة المقابِلة أحد هذه الأشكال .

نشاط

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
مثلث أ ب جـ	مثلث د هـ و
أ ب = ٧ سم	د هـ = ٦ سم
ب جـ = ٦ سم	هـ و = ٥ سم
أ جـ = ٥ سم	د و = ٧ سم

معلومات مفيدة :
يستخدم مصمِّمو الواجهات الزجاجية الملوَّنة المثلّثات المتطابقة في الإنشاءات .

١ كل مجموعة ترسم المثلث المطلوب منها .
٢ يطابق أعضاء المجموعة المثلثات التي تم رسمها .
٣ تطابق المجموعة الأولى مع المجموعة الثانية المثلثات المرسومة .

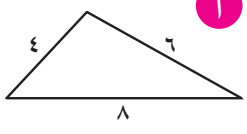
ماذا تلاحظ ؟ .....

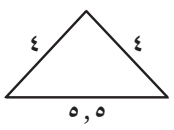
اللوازم :
- ورق شفّاف
- مسطرة
- فرجار

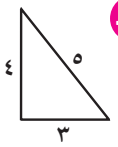
يتطابق المثلّثان إذا تطابق كلّ ضلع في المثلّث الأوّل مع نظيره في المثلّث الثاني .
يُعبَّر عن ذلك بحالة (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ض . ض)

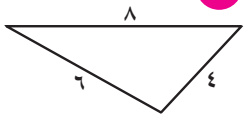
تدرّب (١) :

عيِّن المثلّثات المتطابقة في ما يلي :

أ


ب


جـ


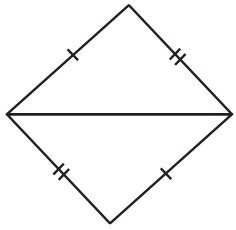
د


.....

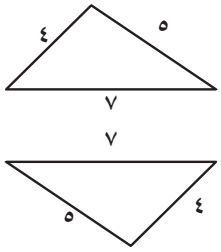
تدرّب (٢) :

هل المثلّثان في كلّ من الأشكال التالية متطابقان ؟ ولماذا ؟

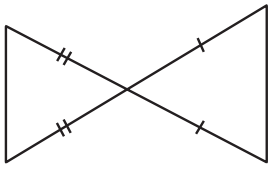
أ



ب



جـ



اعتبر أن الأضلاع لها نفس وحدة الطول أينما وجد .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

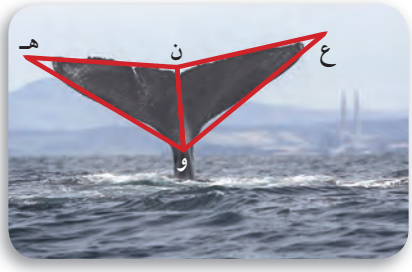
ملاحظة :
الرمز ∴ يعني إذًا
الرمز ∵ يعني بما أن

مثال :

يبدو ذيل الحوت القاتل على شكل مثلّثين بينهما ضلع مشترَك إذا عُلِم أنّ :

ع ن ≅ هـ ن ، ع و ≅ هـ و ، ق (ع̂) = ٥٠°

فأثبِت أنّ Δ ع ن و ≅ Δ هـ ن و ، ثمّ أوجد ق (هـ̂)



الحلّ :

المعطيات :

ع ن ≅ هـ ن ، ع و ≅ هـ و ، ق (ع̂) = ٥٠°

المطلوب :

(١) إثبات أنّ : Δ ع ن و ≅ Δ هـ ن و ، (٢) إيجاد ق (هـ̂)

ملاحظة :
ن و ضلع مشترك
تعني : ن و ≅ ن و

البرهان :

Δ ع ن و ، Δ هـ ن و فيهما :

(١) ع ن ≅ هـ ن (معطى)

(٢) ع و = هـ و (معطى)

(٣) ن و (ضلع مشترَك)

⟸ ∴ Δ ع ن و ≅ Δ هـ ن و

بحالة (ض . ض . ض)

وينتج أنّ ق (هـ̂) = ق (ع̂) = ٥٠°

لاحِظ أنّ : عند إثبات تطابق مثلّثين نحتاج إلى إثبات تطابق ثلاثة عناصر مثل (ض . ض . ض) ونستنتج بعد ذلك تطابق الثلاثة عناصر الباقية (الزوايا الثلاث).

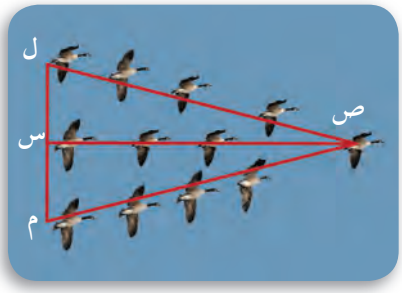
تدرّب (٣) :

يطير سرب من الإوزّ البرّي مشكِّلًا الرسم الذي في الصورة المجاوِرة .

إذا عُلِم أنّ : $\overline{ص م} \cong \overline{ص ل}$ ، س منتصف $\overline{م ل}$

فأثبت أنّ : (١) Δ ص م س $\cong \Delta$ ص ل س

(٢) $\overline{ص س}$ ينصف (ل $\hat{ص}$ م)



المعطيات :

(١) $\overline{ص م} \cong$ .....

(٢) ..... منتصف .....

المطلوب :

إثبات أنّ :(١) Δ ص م س $\cong \Delta$ ص ل س

(٢) $\overline{ص س}$ منصف (ل $\hat{ص}$ م)

البرهان :

Δ ..... ، Δ ..... فيهما :

(١) $\overline{ص م} \cong$ ..... (معطى)

(٢) $\overline{ل س} \cong$ ..... (..... منتصف .....)

(٣) ..... (ضلع مشترَك)

∴ Δ ..... $\cong$ ..... بحالة (..... ، ..... ، .....)

وينتج من التطابق أنّ ق (م $\hat{ص}$ س) = ق (.....)

∴ $\overline{ص س}$ ينصف (ل $\hat{ص}$ م)

فكِّر وناقِش

هل كلّ المثلّثات المتطابقة الأضلاع متطابقة ؟ فسِّر ذلك .

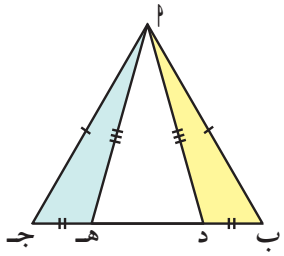
تمـــرَّنْ :

١ في الشكل المقابل :

$\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، $\overline{أد} \cong \overline{أهـ}$ ، $\overline{بد} \cong \overline{جـهـ}$

أثبت أنّ : (١) Δ أبد $\cong \Delta$ أجـهـ

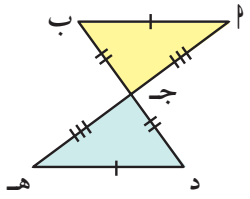
(٢) $\hat{ب أ د} \cong \hat{جـ أ هـ}$



٢ في الشكل المقابل :

$\overline{أب} \cong \overline{هـد}$ ، $\overline{دجـ} \cong \overline{بجـ}$ ، $\overline{أجـ} \cong \overline{هـجـ}$

أثبت أنّ : Δ أبجـ $\cong \Delta$ هـدجـ



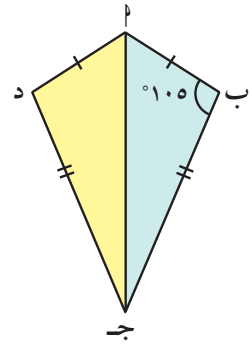
٣ الشكل المقابل أبجـد شكل رباعي فيه

أب = أد ، بجـ = دجـ ، ق ($\hat{أ ب جـ}$) = ١٠٥°

أثبت أنّ : (١) Δ أبجـ $\cong \Delta$ أدجـ

(٢) ق ($\hat{أ د جـ}$) = ١٠٥°

(٣) $\overline{أجـ}$ منصف ($\hat{ب أ د}$)



٤-٣ الحالة الثانية : تطابق مثلّثين بضلعين والزاوية المحدَّدة بهما
Congruent Triangles with SAS

سوف تتعلّم: تطابق مثلّثين بضلعين والزاوية المحدَّدة بهما .

المعلومات المفيدة:
يستخدم النجّارون الكثير من المثلّثات المتطابقة في تنفيذ الديكور .

نشاط

تمثّل المباني الحديثة جزءًا مهمًّا من الفنّ المعماري ، ويتمّ تصميم بعض واجهات المباني على شكل مثلّثات متطابقة كما في الصورة المجاوِرة .

المثلّث	طول الضلع الأوّل	قياس الزاوية	طول الضلع الثاني
∆ أ ب جـ	أ ب = ٧ سم	ق ($\hat{ب}$) = ٨٠°	ب جـ = ٩ سم
∆ س ص ع	س ص = ٨ سم	ق ($\hat{ص}$) = ١٤٠°	ص ع = ٦ سم

اللوازم :
- ورق شفّاف
- مسطرة
- منقلة
- فرجار

١ كلّ مجموعة تقوم برسم المثلّثين في الجدول أعلاه .

٢ على كلّ مجموعتين العمل معًا لمطابقة المثلّثات في ما بينها ، ماذا تلاحِظ ؟

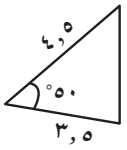
يتطابق المثلّثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحدَّدة بهما في أحد المثلّثين مع نظائرها في المثلّث الآخر . يُعبَّر عن ذلك (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ز . ض)

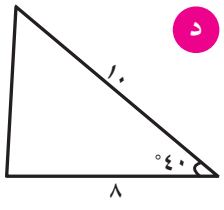
تدرّب (١) :

عيِّن المثلّثات المتطابقة في ما يلي :

أ

ب

جـ


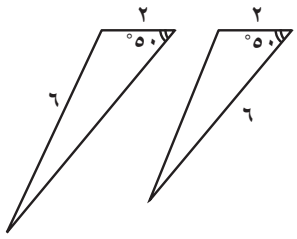
د


هـ

تدرّب (٢) :

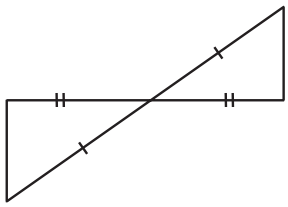
هل المثلّثان في الأشكال التالية متطابقان ؟

أ



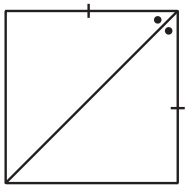
.....

ب



.....

جـ



.....

مثال :

يبدو جناحا الطائرة الشراعية في الصورة المجاوِرة أنّهما مثلّثان متطابقان .

إذا كان $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، $\overline{أو}$ منصِّف زاوية الرأس $ب\hat{أ}جـ$ ،

فهل المعطَيات في الرسم كافية ليصبح المثلّثان متطابقين . أثبِت صحّة ذلك .

الحلّ :

المعطيات :

(١) $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، **(٢)** $\overline{أو}$ منصِّف $(ب\hat{أ}جـ)$

المطلوب :

إثبات أنّ : $\Delta ب أ و \cong \Delta جـ أ و$

البرهان :

في $\Delta ب أ و$ ، $\Delta جـ أ و$ فيهما :

(١) $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ **(معطى)**

(٢) $ق(ب\hat{أ}و) = ق(جـ\hat{أ}و)$ **($\overline{أو}$ منصِّف زاوية الرأس $(ب\hat{أ}جـ)$)**

(٣) $\overline{أو}$ **(ضلع مشترَك)**

$\therefore \Delta ب أ و \cong \Delta جـ أ و$ حالة (ض . ز . ض)

$\therefore$ نعم المعطَيات كافية لإثبات الحالة .

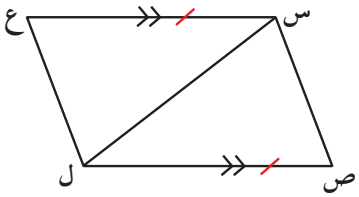
تذكَّرْ أنّ :

- // رمز التوازي .
- إذا توازى مستقيمان وقطعهما قاطع ، فإنّ :
  - الزوايا المتبادلة متطابقة .
  - الزوايا المتناظرة متطابقة .
  - الزوايا المتحالفة متكاملة .

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابل

$\overline{س ع} \cong \overline{ص ل}$ ، $\overline{س ع}$ // $\overline{ص ل}$.



أثبت أنّ : (١) Δ ل س ع $\cong$ Δ س ل ص

(٢) س ص = ع ل

المعطيات :

(١) ..... $\cong$ ..... ، (٢) ..... // .....

المطلوب :

إثبات أنّ : (١) Δ س ل ص $\cong$ Δ ل س ع ، (٢) س ص = ع ل

البرهان :

Δ ..... ، Δ ..... فيهما :

(١) $\overline{س ع} \cong$ ..... (معطى)

(٢) ق (ل $\hat{س}$ ع) = ق (.....) (.....)

(٣) ..... (ضلع مشترَك)

∴ أنّ Δ ..... $\cong$ Δ ..... بحالة (..... . ...)

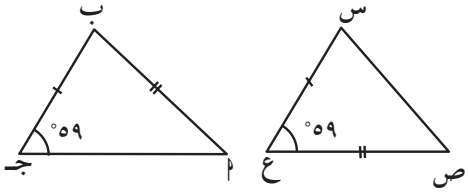
وينتج من التطابق أنّ س ص = ...

فكِّر وناقِش

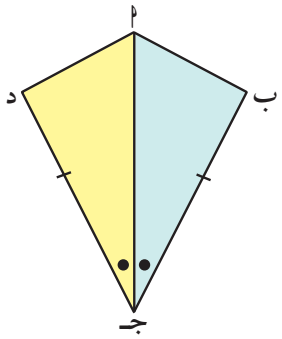
قال أحمد إنّ Δ س ص ع $\cong$ Δ أ ب جـ بحالة (ض . ز . ض)

وقال خالد إنّ المعلومات غير كافية لبيان أنّ المثلّثين متطابقان .

أيّهما على صواب ؟ فسِّر ذلك .



تمـــرَّنْ :



١ في الشكل المجاور : ق (أ جـ ب) = ق (أ جـ د) ، $\overline{ب جـ} \cong \overline{د جـ}$

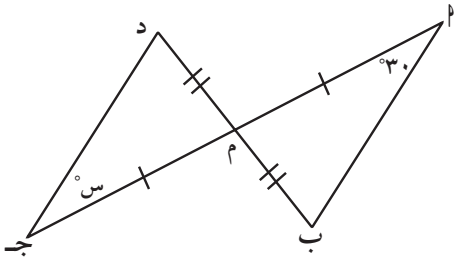
أ أثبِت أنّ: Δ أ ب جـ $\cong \Delta$ أ د جـ .

ب برهِن أنّ $\hat{أ ب جـ} \cong \hat{أ د جـ}$.

.....

.....

٢ من خلال المعطَيات على الشكل المقابِل .



أ أثبِت أنّ: Δ أ م ب $\cong \Delta$ جـ م د .

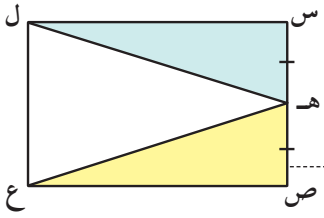
ب أوجِد قيمة س .

.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابِل : س ص ع ل مستطيل ، هـ منتصف $\overline{س ص}$



أثبِت أنّ : هـ ل = هـ ع

.....

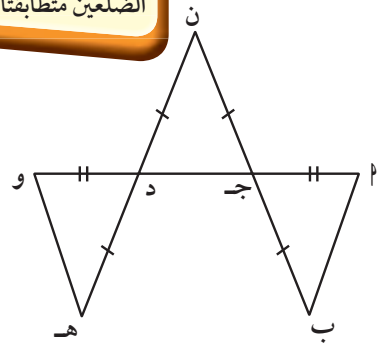
.....

.....

تذكَّرْ أنّ :
زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان .

٤ في الشكل المجاور : جـ منتصف $\overline{ن ب}$ ، د منتصف $\overline{ن هـ}$ ،

$\overline{ن ب} \cong \overline{ن هـ}$ ، $\overline{أ جـ} \cong \overline{و د}$ ، ب أ = ١٢ وحدة طول



أ أثبِت أنّ : Δ أ ب جـ $\cong \Delta$ و هـ د .

ب أوجِد طول $\overline{هـ و}$.

.....

.....

.....

.....

٤-٤ الحالة الثالثة : تطابق مثلّثين بزاويتين وضلع واصل بين رأسيهما
Congruent Triangles with ASA

سوف تتعلّم: تطابق مثلّثين بتطابق زاويتين وضلع واصل بين رأسيهما .

نشاط (١) :

أُرسُم المثلّثات التالية وفقًا للمعلومات المعطاة في الجدول الموضَّح :

	المثلّث	طول الضلع	قياس الزاوية (١)	قياس الزاوية (٢)
١	ا ب جـ	ا ب = ٦ سم	ق ($\hat{ا}$) = ٦٠°	ق ($\hat{ب}$) = ٧٠°
٢	س ص ع	س ص = ٧ سم	ق ($\hat{س}$) = ٦٠°	ق ($\hat{ص}$) = ٧٠°
٣	ل م ن	ل م = ٦ سم	ق ($\hat{ل}$) = ٦٠°	ق ($\hat{م}$) = ٧٠°

اللوازم :
- ورق شفّاف
- أدوات هندسية

١ أيّ المثلّثات المرسومة متطابقة ؟ .....

٢ حدِّد الشروط المتوفّرة في المثلّثات المتطابقة ؟

.....

.....

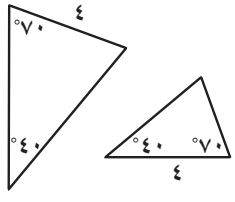
تذكّر أنّ :
المثلّثين يتطابقان بحالة
(١) (ض . ض . ض)
(٢) (ض . ز . ض)

يتطابق المثلّثان إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلّثين مع نظائرهما في المثلّث الآخر ، ويُعبَّر عن ذلك بحالة (زاوية ، ضلع ، زاوية) ويرمز إليها (ز . ض . ز) .

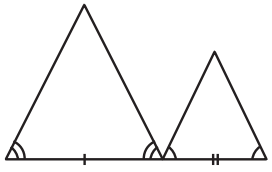
تدرّب (١) :

هل المثلّثان في كلّ من أ ، ب ، جـ متطابقان ؟ فسِّر ذلك .

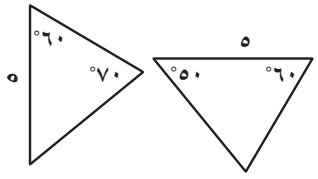
أ



ب

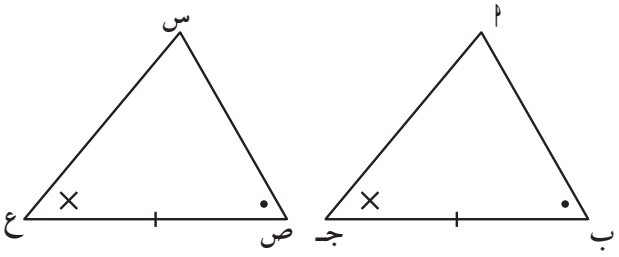


جـ



تدرّب (٢) :

من المعطَيات الموضَّحة في الرسم ، أكمِل كلًّا ممّا يلي :



في Δ أ ب جـ ، Δ .....

(١) ق ($\hat{ب}$) = ...

(٢) ..... = ق ($\hat{ع}$)

(٣) ب جـ = ...

∴ يتطابق المثلثان بحالة (..... ، ..... ، .....)

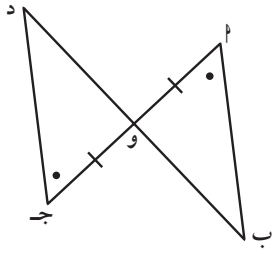
ينتج من التطابق أن ق ($\hat{أ}$) = ... ، $\overline{س ص}$ ≅ ..... ، $\overline{أ جـ}$ ≅ .....

تذكَّرْ أنّ :
- إذا تقاطع مستقيمان فإن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة .

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابِل :

أثبِت أنّ : Δ أ ب و ≅ Δ جـ د و



المعطَيات :

(١) $\overline{أ و}$ ≅ .....

(٢) $\hat{أ}$ ≅ .....

المطلوب :

إثبات أنّ : Δ أ ب و ≅ Δ .....

البرهان :

في Δ ..... ، Δ ..... فيهما :

(١) ق ($\hat{أ}$) = ... (.....)

(٢) أ و = ... (.....)

(٣) ق (أ $\hat{و}$ ب) = ... (.....)

∴ يتطابق Δ أ ب و ، Δ جـ د و بحالة (..... ، ..... ، .....)

فكِّر وناقِش

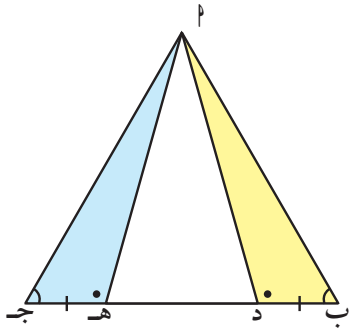
إذا تطابقت ثلاث زوايا في أحد المثلّثين مع نظائرها في المثلّث الآخر ،
فهل يتطابق المثلّثان ؟
أُرسُم مثلّثين لدعم إجابتك .

تدرّب (٤) :

في الشكل المقابِل ، أثبت أنّ :

(١) Δ أ ب د ≅ Δ أ جـ هـ

(٢) أ ب = أ جـ



المعطَيات : (١) $\overline{ب د}$ ≅ ..... ،

(٢) ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق (.....) ، (٣) ق ($\hat{ب}$) = ق (.....)

المطلوب : إثبات أنّ : (١) Δ أ ب د ≅ Δ ..... ، (٢) $\overline{أ ب}$ ≅ $\overline{أ جـ}$

البرهان : Δ أ ب د ، Δ ..... فيهما :

(١) $\overline{ب د}$ ≅ ..... (معطى)

(٢) ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق (.....) (.....)

(٣) ق ($\hat{ب}$) = ... (.....)

∴ يتطابق المثلثان بحالة (..... ، ..... ، .....)

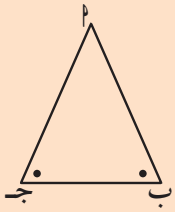
∴ ينتج أن $\overline{أ ب}$ ≅ .....

مُلاحَظَةٌ:
الرمز ⟺ يعني :
إذا و فقط إذا .

نستنتج من تدرب (٤) أنه :

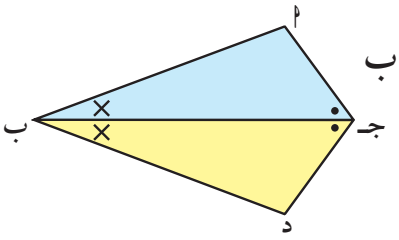
إذا تطابقت زاويتان في مثلث يكون متطابق الضلعين.

∵ ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$) ⟺ $\overline{أ ب}$ ≅ $\overline{أ جـ}$



تمـــرَّنْ :

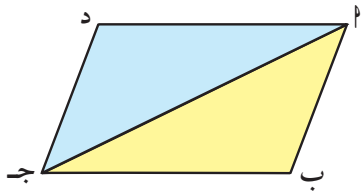
١ في الشكل المقابِل ليكن $\overline{جـ ب}$ منصِّف الزاويتين جـ ، ب



(١) أثبت أنَّ Δ أ جـ ب ≅ Δ د جـ ب .

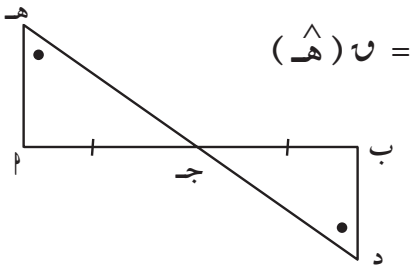
(٢) برهِن أنَّ أ جـ = د جـ .

٢ أ ب جـ د متوازي أضلاع . وظِّف حالة التطابق (زاويتان وضلع واصل بين رأسيهما) لإثبات تطابق Δ أ ب جـ ، Δ جـ د أ .



تذكر أنّ :
إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع نظائرهما في المثلث الآخر ، فإن الزاوية الثالثة في كلاهما تكون متطابقة. (لأن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي ١٨٠°)

٣ في الشكل المقابل جـ منتصف $\overline{أ ب}$ ، ق ($\hat{د}$) = ق ($\hat{هـ}$)

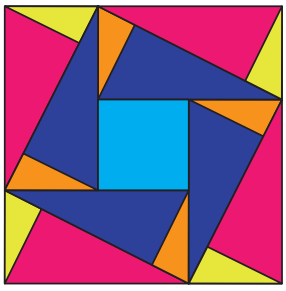


أثبِت أنّ : (١) Δ ب د جـ ≅ Δ أ هـ جـ

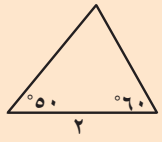
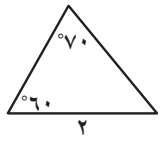
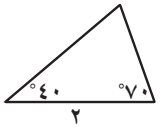
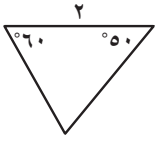
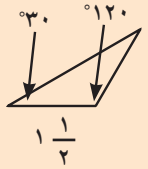
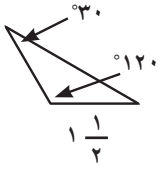
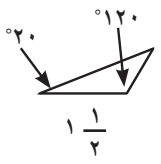
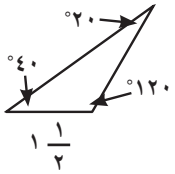
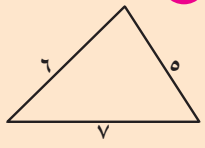
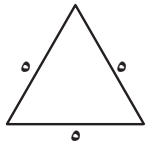
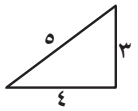
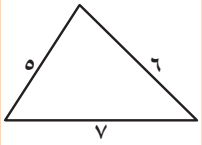
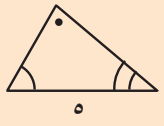
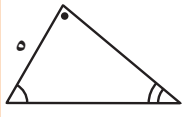
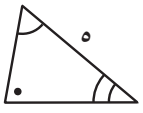
(٢) $\overline{أ هـ}$ ≅ $\overline{ب د}$.

٤-٥ تطبيقات على تطابق المثلّثات
Applications on Congruent Triangles

نشاط :



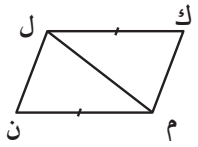
قام مبارك بعمل لوحة فنّية باستخدام المثلّثات . وبعد أن اكتملت اللوحة بلصق مثلّثات معيَّنة وأثناء النقل ، سقطت بعض المثلّثات ، فحاول رسم مثلّثات تطابق المثلّثات المفقودة من اللوحة . **ساعِد مبارك على الوصول إلى المثلّثات التي يحتاج إليها بإكمال الجدول .**

القطعة المثلثة المفقودة	الأنواع ١	الأنواع ٢	الأنواع ٣	رقم القطعة المتطابقة مع حالة التطابق
أ 				رقم (..... ، .....) (..... . ...)
ب 				رقم (.....) (..... . ...)
جـ 				رقم (.....) (..... . ...)
د 				رقم (.....) (..... . ...)

تدرّب (١) :

ما المعلومة الإضافية التي تحتاج إليها لإثبات أنّ المثلّثين في الأشكال التالية متطابقان ؟

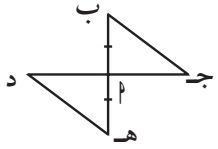
أ



.....

.....

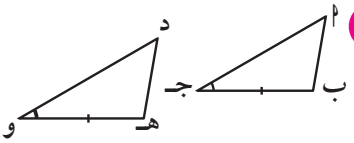
ب



.....

.....

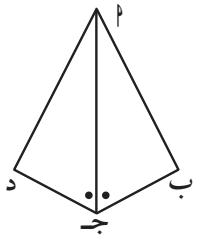
جـ



.....

.....

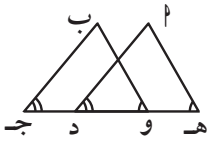
د



.....

.....

هـ



.....

.....

تدرّب (٢) :

شكّلت الطائرات في العرض الذي أُقيم للطائرات النفّاثة سربًا على شكل مثلّثين .

إذا عُلِم أنّ $\overline{\text{ع هـ}} \cong \overline{\text{ع ن}}$ ، د منتصف $\overline{\text{هـ ن}}$.

أثبت أنّ : Δ ع د هـ $\cong \Delta$ ع د ن

المعطَيات :

$\overline{\text{ع هـ}} \cong$ ..... ، د منتصف .....

المطلوب :

إثبات أنّ Δ ع د هـ $\cong \Delta$ .....

البرهان :

Δ ع د هـ ، Δ ..... فيهما :

(١) $\overline{\text{ع هـ}} \cong$ ..... (.....)

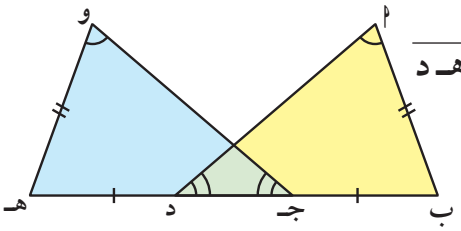
(٢) ..... (ضلع مشترك)

(٣) $\overline{\text{هـ د}} \cong$ ..... (.....)

∴ نستنتج أنّ Δ ..... $\cong \Delta$ .....

⟸ بحالة (..... . ...)

تدرّب (٣) :



في الشكل المقابِل : $\overline{أب} \cong \overline{وهـ}$ ، $\overline{بجـ} \cong \overline{هـد}$

ق ($\hat{أ}$) = ق ($\hat{و}$) ، ق ($\hat{وجـهـ}$) = ق ($\hat{أدب}$)

أثبِت أنّ : $\overline{أد} \cong \overline{وجـ}$

مُلاحَظَةٌ :
خاصية المساواة :
إذا كان أ = ب
فإن : أ + جـ = ب + جـ
و العكس صحيح .

المعطَيات :

.....

.....

المطلوب : إثبات أنّ : ..... ≅ .....

البرهان :

Δ ..... ، Δ ..... فيهما :

.....

.....

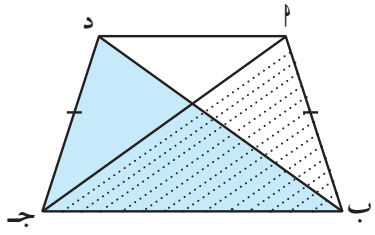
.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

١ أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين .
أثبت أنّ : Δ أ ب جـ ≅ Δ د جـ ب
(عَلمًا بأنّ قطري شبه المنحرف المتطابق الضلعين متطابقان)



.....

.....

.....

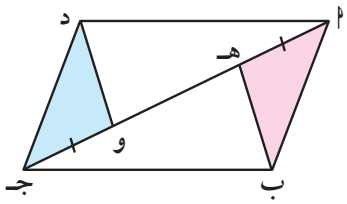
.....

.....

٢ في الشكل المقابِل :

أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر فيه ،

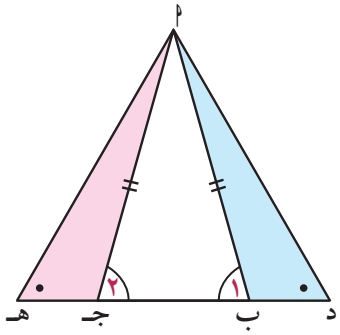
أ هـ = جـ و . أثبِت أنّ ب هـ = د و



٣ في الشكل المقابِل :

أ ب = أ جـ ، ق (أ $\hat{\text{د}}$ ب) = ق (أ $\hat{\text{هـ}}$ جـ)

أثبِت أنّ : المثلّثين أ ب د ، أ جـ هـ متطابقان .



مُلاحَظَةٌ:
مكملات الزوايا المتطابقة تكون متطابقة .

٦-٤ تطابق مثلّثين قائمي الزاوية بضلع ووتر
Congruency of Two Right Triangles (HL)

سوف تتعلّم: تطابق مثلّثين قائمي الزاوية بتطابق وتر وأحد ضلعي القائمة .

العبارات والمفردات :
زاوية قائمة **Right Angle**
مثلّث قائم الزاوية **Right-Angled Triangle**
وتر **Hypotenuse**
ضلع الزاوية القائمة **Leg**

نشاط :

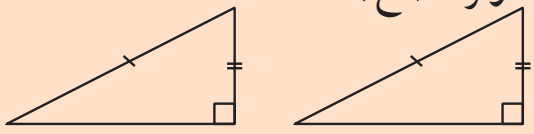
ارسم المثلثين القائمي الزاوية الآتيين وفقًا للمعلومات المعطاة في الجدول التالي :
ثمّ أجِب عن الأسئلة التالية :

المثلث	طول ضلع القائمة	طول الوتر
س ص ع	س ص = ٣ سم	س ع = ٥ سم
أ ب جـ	أ ب = ٤ سم	أ جـ = ٥ سم

١ هل يتطابق المثلثان المرسومان ؟ .....

٢ حدد الشروط المتوفرة في المثلثين المتطابقين . .....

يتطابق مثلّثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائرهما في المثلّث الآخر ويعبر عن ذلك بحالة (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع)
ويرمز إليها (△ . و . ض)



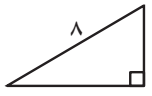
تذكّر أنّ :
لأيّ مثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في ب يكون $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ضلعا القائمة ، $\overline{أ جـ}$ وتر المثلث .

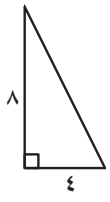
تدرّب (١) :

أكمل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

أ المثلّث (١) ≅ المثلّث .....
المثلّث (١) ≇ المثلّث .....

(١)

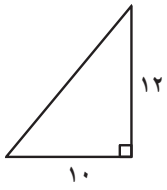
(٢)


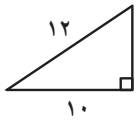
(٣)


مُلاحَظَةٌ:
الرمز ≇ يعني لا يتطابق

ب المثلّث (١) ≅ المثلّث .....
المثلّث (١) ≇ المثلّث .....

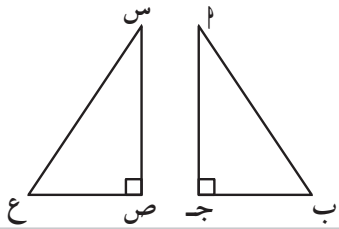
(١)

(٢)


(٣)


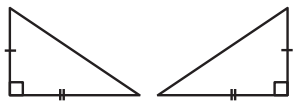
فكِّر وناقِش

أمامك مثلّثان ، ما الحدّ الأدنى من المعلومات التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلّثين متطابقان ؟



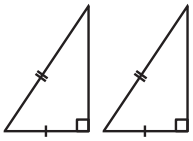
تدرّب (٢) :

في كلّ من الأشكال التالية المثلّثان متطابقان ، حدِّد حالة التطابق :

أ 

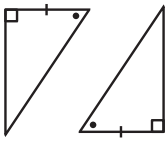
.....

.....

ب 

.....

.....

جـ 

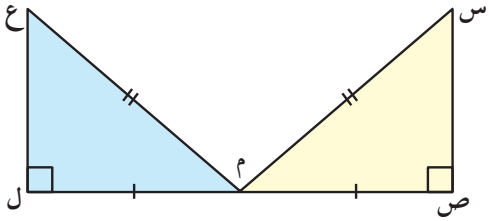
.....

.....

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابِل :

برهِن أنّ Δ س ص م ≅ Δ ع ل م



أكمِل ما يلي :

المعطَيات : (ص̂) ، (ل̂) زوايا .....

س م ≅ .....

ص م ≅ .....

المطلوب : إثبات أنّ Δ س ص م ≅ Δ ع ل م

البرهان :

Δ س ص م ، Δ ع ل م فيهما :

(١) ق (ص̂) = ... = ٩٠° (معطى)

(٢) س م ≅ ..... (معطى)

(٣) ..... ≅ ل م (معطى)

∴ نستنتج أنّ Δ س ص م ..... Δ ع ل م

⟸ وحالة التطابق هي (..... . ...)

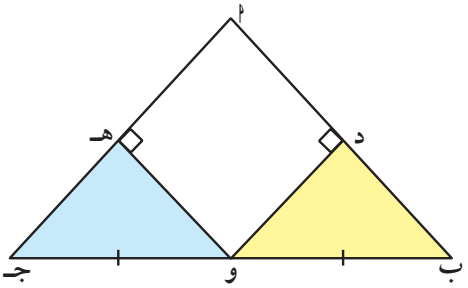
مثال :

في الشكل المقابل :

أ د و هـ مربع ، ب و = جـ و

أثبت أنّ : (١) $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$

(٢) Δ أ ب جـ متطابق الضلعين



تذكَّرْ أنّ :
من خواص المربّع
- زواياه الأربع قوائم
- أضلاعه الأربعة متطابقة .

الحل :

المعطيات : أ د و هـ مربّع ، ب و = جـ و

المطلوب : إثبات أنّ $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$

البرهان : Δ د ب و ، Δ هـ جـ و فيهما :

(١) ب و = جـ و (معطى)

(٢) د و = هـ و (من خواص المربع)

(٣) ق (و $\hat{د}$ ب) = ق (و $\hat{هـ}$ جـ) = ٩٠° $\Longleftarrow$

ق (و $\hat{د}$ ب) = ٩٠° بالتجاور مع (أ $\hat{د}$ و)

ق (جـ $\hat{هـ}$ و) = ٩٠° بالتجاور مع (أ $\hat{هـ}$ و)

∴ Δ د ب و $\cong$ Δ هـ جـ و وحالة تطابقهما هي (∠ . و . ض)

وينتج من التطابق أن : $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$ ..... (١)

∵ Δ أ ب جـ فيه :

ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$) (زاويتا القاعدة متطابقة)

∴ Δ أ ب جـ متطابق الضلعين ..... (٢)

تعميم : زاويتي القاعدة في مثلث متطابقتان $\Longleftrightarrow$ المثلث متطابق الضلعين

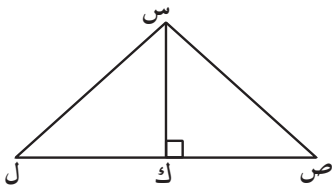
تذكَّرْ أنّ :

– في المثلّث المتطابق الضلعين، القطعة المستقيمة المرسومة من رأس المثلّث والعمودية على القاعدة تنصّفها.

– من خواصّ المستطيل :

- زواياه الأربع قوائم
- كلّ ضلعين متقابلين متطابقان
- القطران متطابقان . وينصف كلّ منهما الآخر .

فكِّر وناقِش



في Δ س ص ل ، $\overline{\text{س ك}} \perp \overline{\text{ص ل}}$

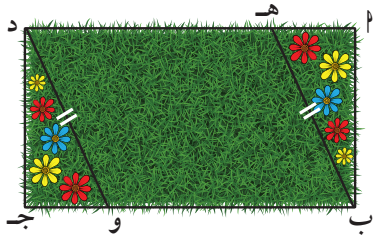
ما الحدّ الأدنى من المعلومات التي يمكن إضافتها لإثبات أن :

المثلّثين س ص ك ، س ل ك متطابقان .

تدرّب (٤) :

في الشكل المقابل مخطط لحديقة على شكل مستطيل ، يراد زراعة حوضين من الأزهار على شكل مثلثين . أثبت أنّ حوضي الزهور متطابقة موظفًا المعطيات الموجودة على الرسم .

أكمِل كلًّا ممّا يلي :



المعطيات : أ ب جـ د ..... ، ..... ≅ .....

المطلوب : إثبات أن ..... ≅ .....

البرهان : Δ أ ب هـ ، Δ جـ د و فيهما :

(١) ق ($\hat{\text{أ}}$) .....) = ق (.....) = ٩٠° من خواصّ ..... (زواياه الأربع .....)

(٢) $\overline{\text{أ ب}}$ ≅ ..... من خواصّ ..... (كلّ ضلعين متقابلين .....)

(٣) $\overline{\text{ب هـ}}$ ≅ ..... (معطى)

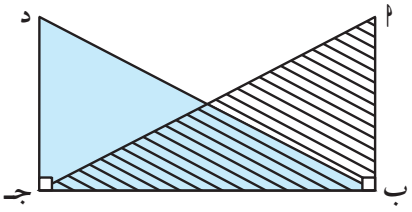
Δ أ ب هـ ..... Δ جـ د و بحالة (..... . ...)

وينتج أن الحوضان متطابقان .

تمـــرَّنْ :

١ في الشكل المقابِل : $\overline{أ ب} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{د جـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، أ جـ = ب د ،

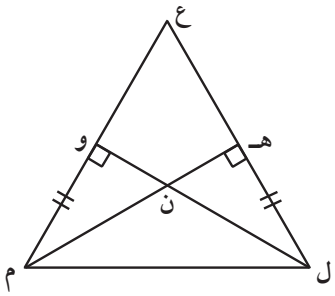
أثبِت أنّ : $\angle ب أ جـ \cong \angle جـ د ب$.



٢ في الشكل المقابِل :

أثبِت أنّ : **أ** Δ ل و م $\cong$ Δ م هـ ل

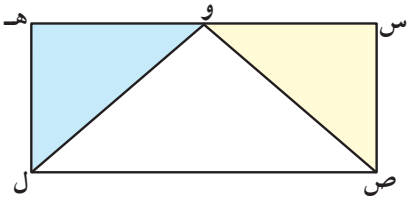
ب ع ل = ع م



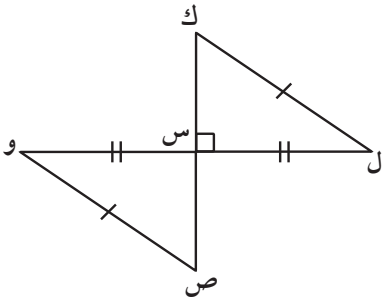
٣ في الشكل المقابِل :

س ص ل هـ مستطيل ، و ص ل مثلّث متطابق الضلعين . وظف التطابق لإثبات أنّ :

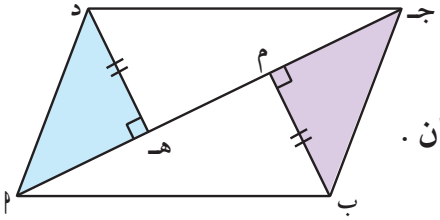
و منتصف $\overline{س هـ}$.



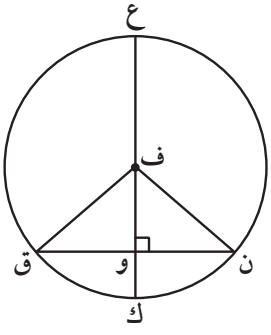
٤ في الشكل المقابل :
برهِن أنّ Δ ك ل س ≅ Δ ص و س .



٥ صمم عبد الكريم لوحة من الفسيفساء كما في الشكل المقابل ،
وأراد إثبات أن : Δ جـ م ب ، Δ ا هـ د متطابقان .
ساعده في إثبات ذلك.
(علمًا بأن الشكل جـ ب ا د متوازي أضلاع)



٦ دائرة مركزها ف ، ع ك ⊥ ن ق ،
وظف التطابق لاثبات أنّ : و منتصف ن ق .



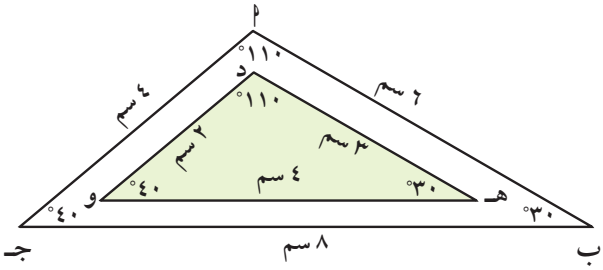
تذكَّرْ أنّ :
أنصاف أقطار الدائرة متطابقة .

٤-٧ تشابه المثلّثات
Similarity of Triangles

سوف تتعلّم: تشابه المثلّثات .

العبارات والمفردات :
التشابه
Similarity
رمز التشابه ~
Symbol of Similarity ~

نشاط :



في الشكل المقابل المثلّثان أ ب جـ ، د هـ و لهما الشكل نفسه ولكن ليس بالضرورة القياسات نفسها.

من المعلومات على الرسم أكمل ما يلي :

١ ق(أ̂) = ق(.....) ، ق(ب̂) = ق(.....) ، ق(.....) = ق(و̂)

∴ الزوايا المتناظرة .....

٢ $\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{٦}{\text{.....}} = \frac{٢}{\text{.....}}$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{٨}{\text{.....}} = \frac{٢}{\text{.....}}$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}} = \frac{\text{.....}}{٢} = \frac{\text{.....}}{١}$

معلومات مفيدة :
للتشابه أهمّية كبيرة في كثير من تصاميم المباني والأجهزة والاستحقاقات الحياتية المتنوّعة .

∴ أطوال الأضلاع المتناظرة .....

∴ Δ أ ب جـ يشابه Δ د هـ و ونرمز لذلك Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و

تذكر أنّ :
يتشابه المضلعان إذا وفقط إذا كانت :
- زواياهما المتناظرة متطابقة .
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .

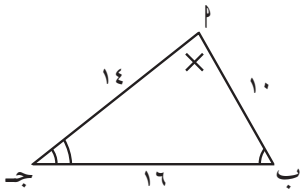
Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ⟺

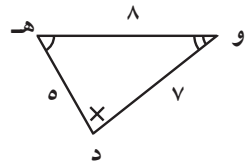
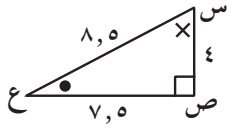
الزوايا المتناظرة المتطابقة	أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة
ق(أ̂) = ق(د̂) ق(ب̂) = ق(هـ̂) ق(جـ̂) = ق(و̂)	$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$ (نسبة التشابه)

ملاحظة : نراعي ترتيب رؤوس المثلثين عند كتابة عبارة التشابه .

تدرّب (١) :

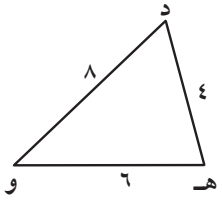
في الجدول التالي حدِّد أيًّا من المثلّثات يشابه Δ أ ب جـ مع ذكر السبب .



م	المثلّث	يشابه أو لا يشابه	السبب
أ			الزوايا المتناظرة ..... و أطوال الأضلاع المتناظرة .....
ب			....

مثال :

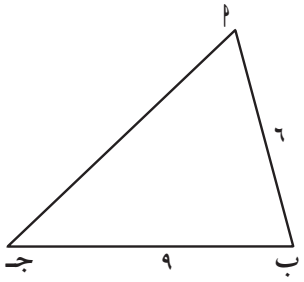
في الشكل المقابِل : Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و :



أ اذكر الزوايا المتناظرة المتطابقة .

ب أُكتب نسبة التشابه بين Δ أ ب جـ و Δ د هـ و .

جـ أوجِد طول $\overline{\text{أ جـ}}$ ؟



الحلّ :

∵ Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و :

أ ∴ الزوايا المتناظرة المتطابقة هي :

$\hat{أ} \cong \hat{د}$ ، $\hat{ب} \cong \hat{هـ}$ ، $\hat{جـ} \cong \hat{و}$

ب أطوال الأضلاع المتناظرة المتناسبة هي :

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}} \Longleftarrow \text{نسبة التشابه} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$$

جـ $\frac{\text{أ جـ}}{٨} = \frac{٩}{٦} = \frac{٦}{٤}$

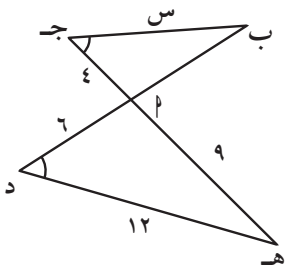
$\frac{\text{أ جـ}}{٨} = \frac{٦}{٤}$

$\text{أ جـ} = \frac{٦ \times ٨}{٤} = ١٢$

تذكَّرْ أنّ :
مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°

ملاحظة :
لتحديد الأضلاع المتناظرة ، يمكن ترتيب أطوال الأضلاع تصاعديًّا أو تنازليًّا في كلّ من المثلّثين .

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابِل : Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د . أوجد قيمة س ؟

المعطَيات : .....

المطلوب : .....

البرهان : .....

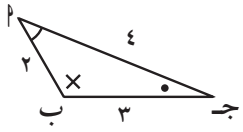
.....

.....

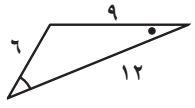
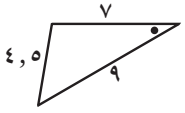
.....

تذكر أنّ :
إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع نظائرهما في المثلث الآخر ، فإن الزاوية الثالثة في كلاهما تكون متطابقة. (لأن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي ١٨٠°)

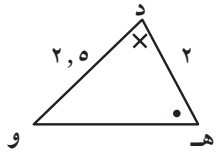
تمـــرَّنْ :

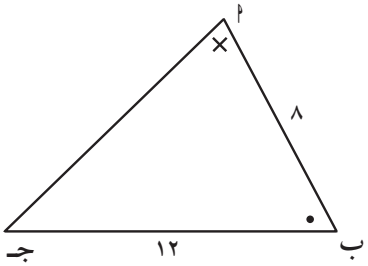


١ في الجدول التالي حدِّد أيًّا من المثلّثات يشابه Δ أ ب جـ مع ذكر السبب .

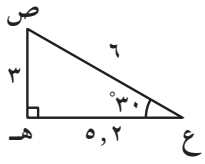
م	المثلّث	يشابه أو لا يشابه	السبب
أ			....
ب			....

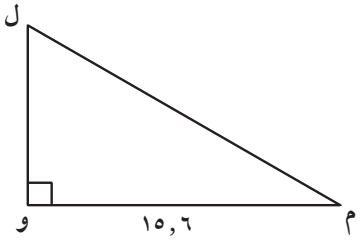
٢ في الشكل المقابِل : Δ ﺃ ب جـ ~ Δ د هـ و .
أُحسب طول كلّ من $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$.





٣ في الشكل أدناه :





Δ ل م و ~ Δ ص ع هـ . أُحسب طول $\overline{\text{ل م}}$ ، وطول $\overline{\text{ل و}}$ ، ق($\hat{\text{ل}}$) .

٤-٨ تشابه مثلّثين بتطابق زاويتين
Similarity of 2 Triangles with 2 Congruent angles

سوف تتعلّم: تشابه مثلّثين بتطابق زاويتين فقط .

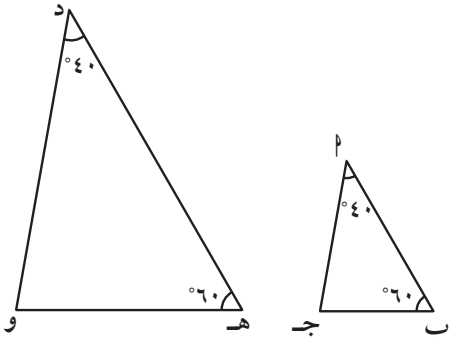
في دراستنا لتشابه المثلثات استخدمنا العلاقة بين ٣ زوايا و ٣ أضلاع . نبحث الآن عن عدد أقلّ من الشروط لتشابه مثلّثين ، تُسمّى هذه الشروط حالات تشابه مثلّثين .

نشاط :

في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ فيه ق($\hat{أ}$) = ٤٠° ، ق($\hat{ب}$) = ٦٠° ،

Δ د هـ و فيه ق($\hat{د}$) = ٤٠° ، ق($\hat{هـ}$) = ٦٠°



لمعرفة أطوال أضلاع المثلّثين نستخدم المسطرة وفرجار القياس لإكمال الجدول التالي :

المثلّث	قياسات الزوايا	أطوال الأضلاع
Δ أ ب جـ	ق($\hat{أ}$) = ٤٠° ، ق($\hat{ب}$) = ٦٠° ، ق($\hat{جـ}$) = ...	أ ب = ... ، ب جـ = ١,٥ ، أ جـ = ...
Δ د هـ و	ق($\hat{د}$) = ٤٠° ، ق($\hat{هـ}$) = ٦٠° ، ق($\hat{و}$) = ...	د هـ = ... ، هـ و = ٣ ، د و = ...
النتائج	ق($\hat{أ}$) = ق(.....) ، ق($\hat{ب}$) = ق(.....) ، ق($\hat{جـ}$) = ق(.....)	$\frac{أ ب}{د هـ}$ = ... = $\frac{ب جـ}{هـ و}$ = ... ، $\frac{أ جـ}{د و}$ = ...

ما العلاقة بين الزوايا المتناظرة ؟ ..... ، أطوال الأضلاع المتناظرة ؟ .....

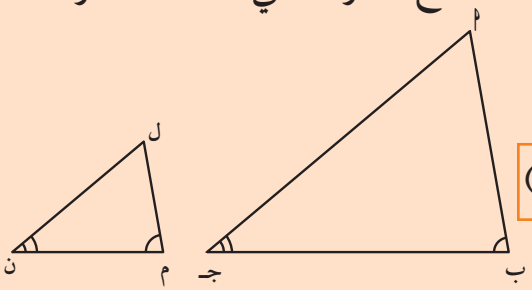
هل المثلّثان متشابهان ؟ .....

معلومات مفيدة :
يستخدم المهندسون حالات تشابه المثلثات للمساعدة في إيجاد ارتفاع مبنى وكذلك معرفة عمق المياه عند نقطة محددة .

اللوازم :
- مسطرة
- فرجار قياس .

نظرية (١) :

يتشابه المثلّثان إذا تطابقت زاويتان في أحدهما مع نظائرهما في المثلّث الآخر .



أ ب جـ ، ل م ن مثلّثان فيهما :

ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{م}$) ، ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{ن}$)

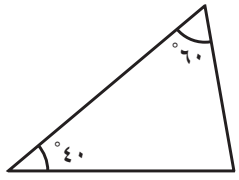
Δ أ ب جـ $\sim$ Δ ل م ن ∴

ومنها نستنتج أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{ل م}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{م ن}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ل ن}}$

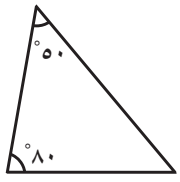
تدرّب (١) :

حدِّد المثلّثات المتشابهة في ما يلي حسب الشروط المعطاة .

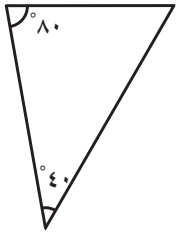
أ



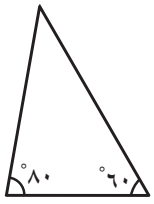
ب



جـ



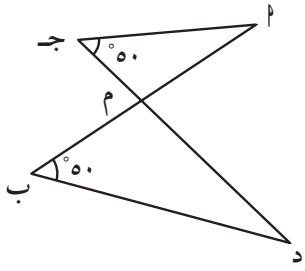
د



.....

تدرّب (٢) :

في الشكل : ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{ب}$) = ٥٠°



أثبت أنّ : Δ أ م جـ $\sim$ Δ د م ب .

المعطَيات : ق ($\hat{جـ}$) = ٥٠° ، ق ($\hat{ب}$) = ...

المطلوب : إثبات أنّ Δ أ م جـ $\sim$ Δ ..... .

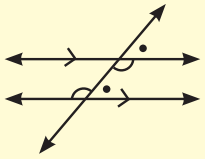
البرهان : Δ أ م جـ ، Δ د م ب فيهما :

(١) ق ($\hat{جـ}$) = ق (.....) = ٥٠° (معطى)

(٢) ق (أ $\hat{م}$ جـ) = ق (.....) (.....)

∴ Δ أ م جـ ..... Δ د م ب

تذكَّرْ أنّ :



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ الزوايا:
(١) المتناظرة متطابقة
(٢) المتبادلة متطابقة
(٣) المتحالفة متكاملة

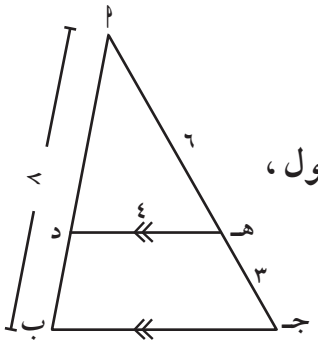
مثال :

في الشكل المقابل :

$\overline{دهـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ هـ = ٦ وحدة طول ، هـ جـ = ٣ وحدة طول ،

أ ب = ٨ وحدة طول ، هـ د = ٤ وحدة طول

أوجد طول كلّ من : $\overline{أد}$ ، $\overline{دب}$



الحلّ :

المعطَيات : $\overline{دهـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ هـ = ٦ ، هـ جـ = ٣ ، أ ب = ٨ ، هـ د = ٤

المطلوب : إيجاد طول $\overline{أد}$ ، $\overline{دب}$

البرهان : Δ أ هـ د ، Δ أ جـ ب فيهما :

(١) $(\hat{أ})$ $(\hat{أ})$ (زاوية مشتركة)

(٢) ق ($\hat{أهـد}$) = ق ($\hat{أجـب}$) (بالتناظر والتوازي)

من (١) و (٢) ينتج أنّ Δ أ هـ د ~ Δ أ جـ ب

$\therefore \frac{أهـ}{أجـ} = \frac{هـد}{جـب} = \frac{أد}{أب}$ ، $\frac{أد}{٨} = \frac{٤}{جـب} = \frac{٦}{٩}$

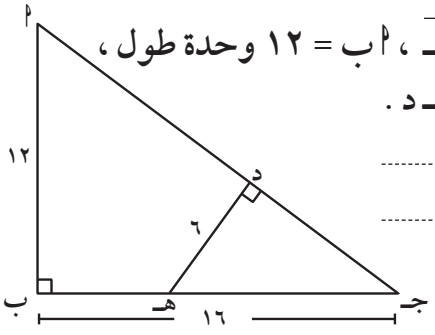
$\therefore$ أد $= \frac{٨ \times ٢}{٣} = \frac{١٦}{٣} = ٥\frac{١}{٣}$ وحدة طول ،

$\therefore$ دب $= ٨ - ٥\frac{١}{٣} = ٢\frac{٢}{٣}$ وحدة طول

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابل : Δ أ ب جـ قائم في ب ، $\overline{هـد} \perp \overline{أجـ}$ ، أ ب = ١٢ وحدة طول ،

ب جـ = ١٦ وحدة طول ، هـ د = ٦ وحدة طول ، أوجِد جـ د .



المعطَيات : .....

.....

المطلوب : .....

البرهان : Δ أ جـ ب ، Δ هـ جـ د فيهما :

(١) $(\hat{جـ})$ $(\hat{جـ})$ (.....)

(٢) ق (.....) = ق ($\hat{أبجـ}$) (.....)

$\Leftarrow$

$\therefore$ Δ أ جـ ب ~ Δ هـ جـ د

وينتج ..... أطوال الأضلاع المتناظرة .

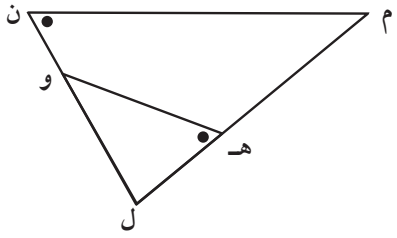
$\therefore \frac{أجـ}{هـجـ} = \frac{جـب}{.....} = \frac{.....}{هـد}$

$\frac{أجـ}{هـجـ} = \frac{١٦}{جـد} = \frac{١٢}{٦}$

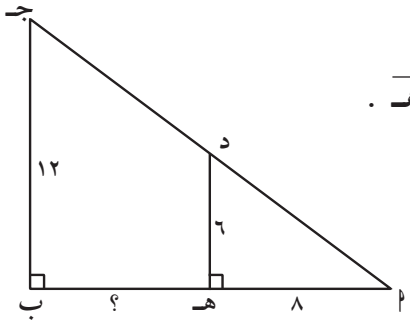
١٢ جـ د = ٦ × ١٦ ، $\therefore$ جـ د = ...

تمـــرَّنْ :

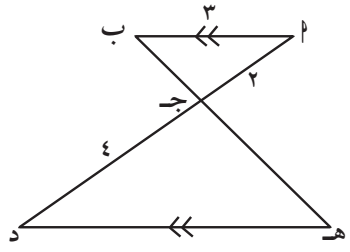
١ في الشكل المقابِل : أثبت أنّ المثلّثين
ل هـ و ، ل ن م متشابهان .



٢ في الشكل المقابِل : أثبت أنّ المثلّثين
أ ب جـ ، أ هـ د متشابهان . ثمّ أوجِد طول $\overline{ب هـ}$.



٣ في الشكل المقابِل :
$\overline{أ ب}$ // $\overline{هـ د}$ ، أ جـ = ٢ وحدة طول ،
أ ب = ٣ وحدة طول ، جـ د = ٤ وحدة طول
أثبت أنّ : Δ أ جـ ب ~ Δ د جـ هـ
ثمَّ أوجِد هـ د .



٤-٩ تشابه مثلّثين بتناسب أطوال الأضلاع المتناظرة
Similarity of 2 Triangles with Proportional Sides

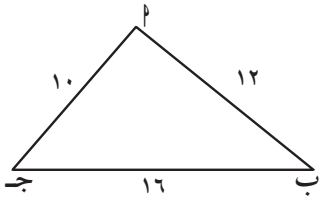
سوف تتعلّم: تشابه مثلّثين بتناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة .

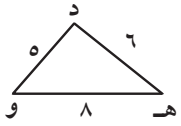
معلومات مفيدة :
يستخدم صانعوا المراكب الشراعية تشابه المثلثات في صناعة الأشرعة ، لأهميتها في عملية الإبحار وقدرتها على زيادة سرعة القارب .

اللوازم :
- منقلة

نشاط :

في الشكل المقابِل :





Δ أ ب جـ فيه :

أ ب = ١٢ ، ب جـ = ١٦ ، أ جـ = ١٠

Δ د هـ و فيه :

د هـ = ٦ ، هـ و = ٨ ، د و = ٥

من الرسم المقابل أكمل الجدول التالي :

المثلّث	أطوال الأضلاع	النتائج
Δ أ ب جـ	أ ب = ... ، ب جـ = ... ، أ جـ = ...	$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}}$ = ... = ... $\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}}$ = ... = ... $\frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$ = ... = ...
Δ د هـ و	د هـ = ... ، هـ و = ... ، د و = ...	

١ ∴ أطوال الأضلاع المتناظرة .....

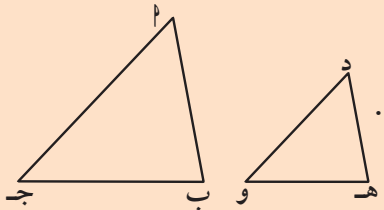
أكمل الجدول التالي باستخدام المنقلة :

المثلّث	قياسات الزوايا	النتائج
Δ أ ب جـ	ق ($\hat{أ}$) = ... ، ق ($\hat{ب}$) = ... ق ($\hat{جـ}$) = ...	ق ($\hat{أ}$) = ق (.....) ق ($\hat{ب}$) = ق (.....) ق ($\hat{جـ}$) = ق (.....)
Δ د هـ و	ق ($\hat{د}$) = ... ، ق ($\hat{هـ}$) = ... ق ($\hat{و}$) = ...	

٢ ∴ الزوايا المتناظرة .....

هل Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و متشابهان ؟ فسر ذلك .

نظرية (٢) :



يتشابه مثلّثان إذا تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة .

Δ د هـ و ، Δ أ ب جـ فيهما :

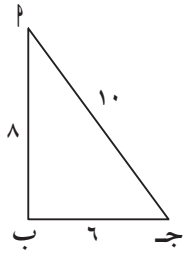
$$\frac{\text{د هـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د و}}{\text{أ جـ}} \iff \Delta \text{ د هـ و} \sim \Delta \text{ أ ب جـ}$$

و منها نستنتج أن الزوايا المتناظرة متطابقة .

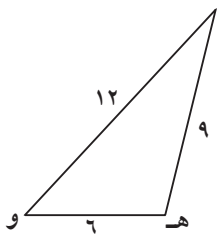
تدرّب (١) :

حدِّد أزواج المثلّثات المتشابهة فيما يلي :

أ

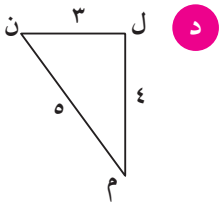


ب



جـ

د

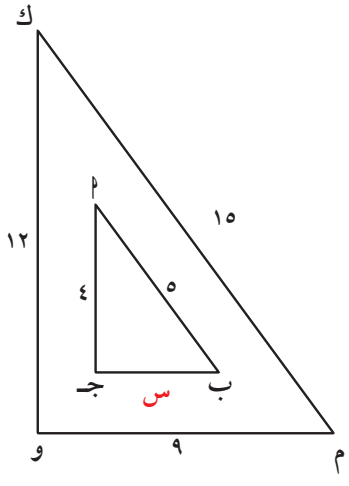


تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل وبحسب المعطيات ، أوجِد قيمة س التي تجعل المثلثان متشابهان .

قيمة س التي تجعل المثلثان أ ب جـ ، ك م و متشابهان ،

تحقق شرط تناسب الأضلاع المتناظرة .



$$\therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{ك م}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{م و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ك و}}$$

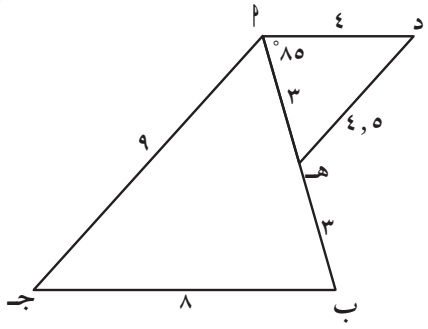
$$\frac{\text{٥}}{\text{.....}} = \frac{\text{س}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{١٢}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{٥} \times \text{.....}}{\text{.....}}$$

$$\therefore \text{س} = \text{.....}$$

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابل وحسب المعطيات المدونة عليه :



أ أثبِت أنّ : Δ أ د هـ ~ Δ ب جـ أ

ب أوجد قياس (م(أ ب جـ))

المعطَيات : هـ د = ... ، د أ = ... ، هـ أ = ... ،

أ جـ = ... ، جـ ب = ... أ ب = ... ، ق (د أ هـ) = ...

المطلوب : إثبات أنّ أ Δ أ د هـ ~ Δ ..... .

ب إيجاد ق (أ ب جـ) .

البرهان : Δ أ د هـ ، Δ ..... فيهما :

(١) $\frac{\text{أ د}}{\text{ب جـ}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(٢) $\frac{\text{د هـ}}{\text{.....}} = \frac{٤,٥}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

(٣) $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

⟸ ∴ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

∴ Δ أ د هـ ~ Δ ..... ،

ق (أ ب جـ) = ... = ٨٥°

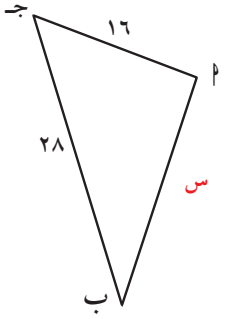
فكِّر وناقِش

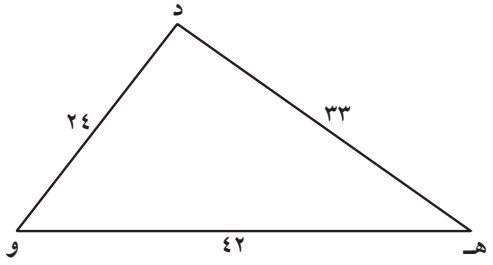
١ هل كل المثلثات المتطابقة متشابهة؟ وهل العكس صحيح؟

٢ هل كل المثلثات المتطابقة الأضلاع متشابهة؟ فسّر إجابتك.

تمـــرَّنْ :

١ إذا علمت أنّ Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ، فأوجِد قيمة س .



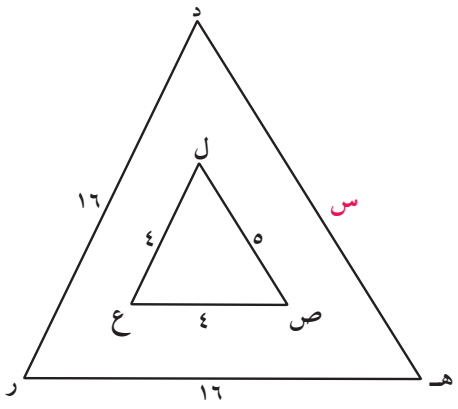


.....

.....

.....

٢ في الشكل المقابل وبحسب المعطيات ، أوجِد قيمة س التي تجعل المثلثان متشابهان .



.....

.....

.....

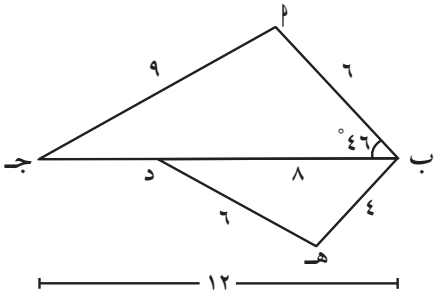
.....

.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابل :
إذا كان أ ب = ٦ ، ب جـ = ١٢ ،
أ جـ = ٩ ، ق (أ $\hat{B}$ جـ) = ٤٦°
هـ ب = ٤ ، ب د = ٨ ، هـ د = ٦



أ أثبِت أنّ Δ أ ب جـ ~ Δ هـ ب د .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب أوجد ق (هـ $\hat{B}$ د) .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

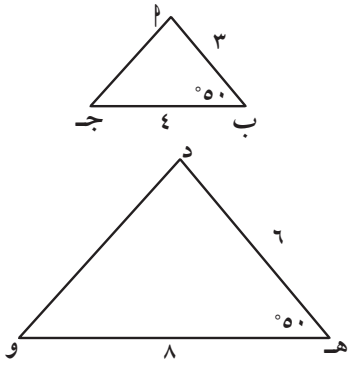
٤-١٠ تشابه مثلّثين بتطابق زاوية وتناسب طولي الضلعين المحددين لها

Similarity of 2 Triangles with a pair of Congruent Angles and 2 pairs of Proportional Sides

سوف تتعلّم: تشابه مثلّثين بتطابق زاوية في كلٍّ منهما وتناسب طولي الضلعين المحددين لهما .

ملاحظة :
يراعى مقياس الرسم ووحدات الطول .

نشاط :



في الشكل المقابِل :

Δ أ ب جـ فيه : أ ب = ٣ ، ب جـ = ٤ ، ق ($\hat{ب}$) = ٥٠° ،

Δ د هـ و فيه : د هـ = ٦ ، هـ و = ٨ ، ق ($\hat{هـ}$) = ٥٠°

١ باستخدام المسطرة وفرجار القياس أكمِل الجدول التالي :

المثلّث	أطوال الأضلاع	تناسب الأضلاع
Δ أ ب جـ	أ ب = ... ، ب جـ = ٤ ، أ جـ = ...	$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{\text{.....}}$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$
Δ د هـ و	د هـ = ٦ ، هـ و = ... ، د و = ...	

اللوازم :
- منقلة

∴ أطوال الأضلاع المتناظرة .....

٢ باستخدام الأدوات الهندسية (المنقلة) . أكمِل الجدول التالي :

المثلّث	قياسات الزوايا	الزوايا المتناظرة
Δ أ ب جـ	ق ($\hat{أ}$) = ... ، ق ($\hat{ب}$) = ٥٠°	ق ($\hat{أ}$) = ق (.....) ، ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{هـ}$)
Δ د هـ و	ق ($\hat{د}$) = ... ، ق ($\hat{هـ}$) = ٥٠°	الزوايا المتناظرة .....

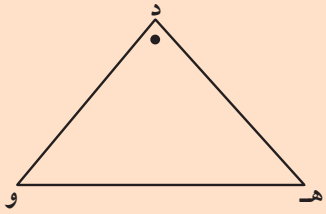
تذكَّر أنّ :
مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠° .

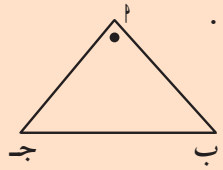
∴ الزوايا المتناظرة .....

من ١ ، ٢ ينتج أنّ : Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و

نظرية (٣) :

يتشابه المثلّثان إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلّث الآخر وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .





Δ أ ب جـ ، Δ د هـ و مثلّثان فيهما :

$$ق(\hat{أ}) = ق(\hat{د}) \quad ق(\hat{ب}) = ق(\hat{هـ}) \quad ق(\hat{جـ}) = ق(\hat{و})$$

$$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{أ جـ}{د و} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \text{نسبة التشابه}$$

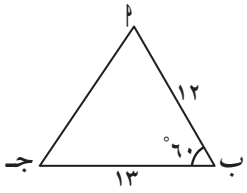
Δ أ ب جـ $\sim$ Δ د هـ و $\Leftrightarrow$

وينتج أن : $ق(\hat{ب}) = ق(\hat{هـ})$ ، $ق(\hat{جـ}) = ق(\hat{و})$ ، $\frac{ب جـ}{هـ و}$ يساوي نسبة التشابه .

ملاحظة : نستطيع من النشاط السابق إثبات التشابه من تناسب أطوال الأضلاع فقط أو من تطابق الزوايا فقط مستخدمين النظرية (٢) أو (١) .

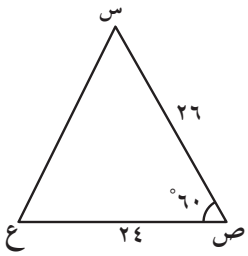
تدرّب (١) :

أيّ من المثلّثات أدناه متشابهة مع Δ أ ب جـ ؟

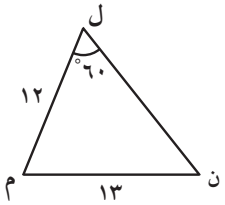


أ

ب



جـ



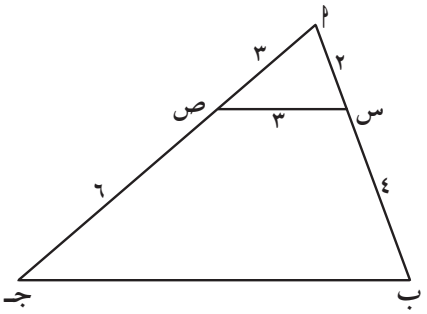
.....

.....

فكّر وناقِش

تقول نورة أن : المثلثان المتشابهان لثالث متشابهان . هل توافقها الرأي ؟ فسّر إجابتك .

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابل : أ س = ٢ ، س ب = ٤ ،

أ ص = ٣ ، ص جـ = ٦ ، س ص = ٣

أ أثبِت أنّ : Δ أ س ص يشابه Δ أ ب جـ

ب أوجِد طول $\overline{ب جـ}$.

المعطَيات : أ س = ٢ ، س ب = ٤ ، أ ص = ٣ ، ص جـ = ٦ ، س ص = ٣

المطلوب : **أ** إثبات أنّ ..... | **ب** .....

البرهان : Δ أ س ص ، Δ أ ب جـ فيهما :

(١) ..... (مشتركة)

(٢) $\frac{\text{أ س}}{\text{.....}} = \frac{٢}{\text{.....}}$ = ...

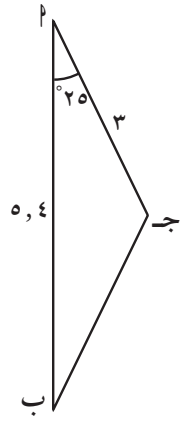
(٣) $\frac{\text{أ ص}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{.....}}{٩}$ = ...

$\Longleftarrow$ ∴ Δ أ س ص ~ Δ أ ب جـ

ينتج أن :

$\frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}} = \frac{١}{٣} \Longleftarrow \frac{١}{٣} = \frac{\text{.....}}{\text{ب جـ}} \Longleftarrow$ ب جـ = ٣ × ..... = ...

تدرّب (٣) :



هل المثلّثان في الشكل المقابِل متشابهان ؟

المعطَيات :

ق ($\hat{أ}$) = ٢٥° ، أ جـ = ٣ ، أ ب = ٥,٤

ق ($\hat{د}$) = ... ، د و = ... ، د هـ = ...

المطلوب : أثبِت أنّ المثلّثان متشابهان .

البرهان : Δ ..... ، Δ ..... فيهما :

(١) ق ($\hat{أ}$) = ق (.....) = ... °

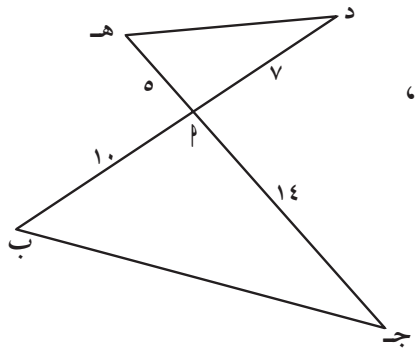
(٢) $\frac{\text{أ ب}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{٣,٦} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ ، (٣) $\frac{\text{.....}}{\text{د و}} = \frac{٣}{\text{.....}}$

∴ .....

.....

تمـــرَّنْ :

١ في الشكل المقابل وبحسب المعلومات المعطاة ،
أثبِت أنّ : Δ أ د هـ يشابه Δ أ جـ ب



.....

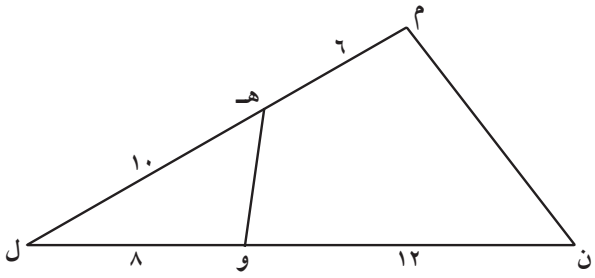
.....

.....

.....

.....

٢ في الشكل المقابل : أثبِت أنّ : Δ ل هـ و ~ Δ ل ن م .



.....

.....

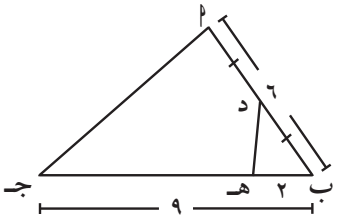
.....

.....

.....

.....

٣ أ ب جـ مثلّث فيه أ ب = ٦ ، ب جـ = ٩
د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث ب هـ = ٢
أثبِت أنّ : Δ د ب هـ ~ Δ جـ ب أ .



.....

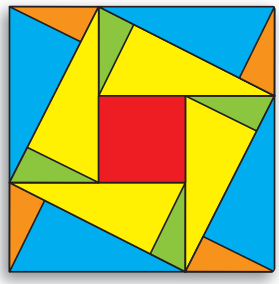
.....

.....

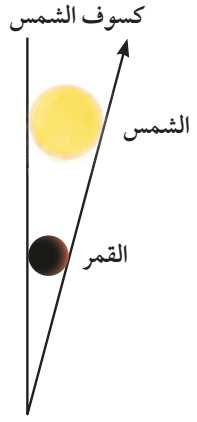
.....

.....

٤-١١ تطبيقات على تشابه المثلّثات
Applications on the Similarity of Triangles



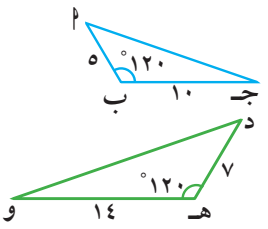
في بعض الحالات يصعب قياس مسافة أو ارتفاع معيَّن مباشرة ، في هذه الحالة يمكن استخدام تشابه المثلّثات لإيجاد هذا القياس بطريقة غير مباشرة ، وأيضًا من تصاميم المباني أو إيجاد بعد فلكي عن مركز الأرض عند مراقبة كسوف الشمس .



تدرّب (١) :

حدِّد ما إذا كانت أزواج المثلّثات التالية متشابهة وفقًا للمعطيات الموضحة في كل شكل ، ثم اكتب عبارة التشابه والنظرية المستخدمة .

أ



.....

.....

.....

.....

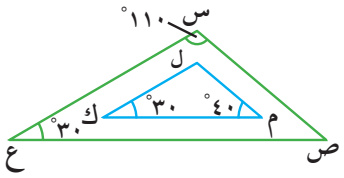
.....

.....

.....

.....

ب



.....

.....

.....

.....

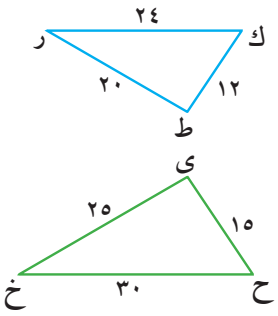
.....

.....

.....

.....

جـ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

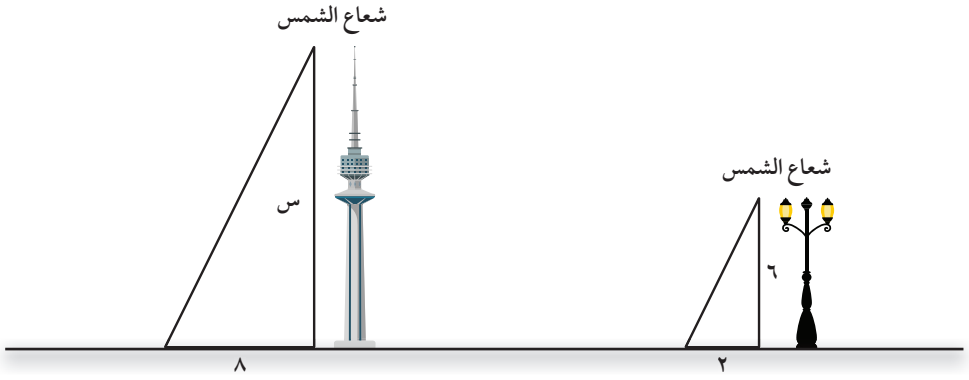
معلومات مفيدة :

يُقال إنّ الفيلسوف الإغريقي أرسطو هو أوّل من قاس ارتفاع الأهرامات في مصر باستعمال خصائص الشكل حيث يبيّن النسبة الثابتة بين ارتفاعي جسمين وطولي ظليهما في الوقت نفسه .

تدرّب (٢) :

قاس وليد طول ظلّ برج فوجده ٨ وحدة طول ، وفي الوقت نفسه قاس طول ظلّ عمود إنارة قريب من البرج فوجده ٢ وحدة طول ، إذا كان إرتفاع عمود الإنارة ٦ وحدة طول ، فما ارتفاع البرج ؟

تذكَّرْ أنّ :
البعد بين المستقيمات المتوازية ثابت ، فهما لا يتقاطعان مهما امتدّا .



بما أنّ عمود الإنارة والبرج يشكلان مع الأرض زاوية قائمة ، وأشعة الشمس متوازية لذا فهي تشكل زوايا متطابقة مع الأرض ، إذًا يكون المثلثان في الرسم متشابهين .

$$\frac{\text{طول ظل البرج}}{\text{طول ظل العمود}} = \frac{\text{ارتفاع البرج}}{\text{ارتفاع عمود الإنارة}}$$

اكتب تناسبًا

..... = ...

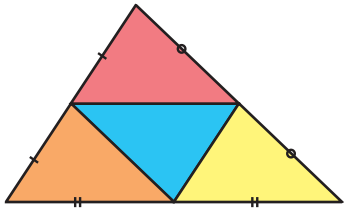
عوّض

س = ... = ...

ارتفاع البرج = ... وحدة طول

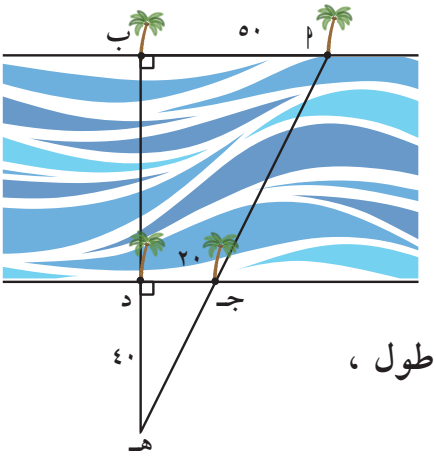
فكِّر وناقِش

١ في الشكل المقابل :
تمّ تقسيم المثلّث الكبير إلى مثلّثات صغيرة .
كيف يمكن إثبات أنّ المثلّثات الصغيرة متشابهة مع المثلّث الكبير .



٢ هل كلّ المثلّثات المتطابقة الضلعين تكون متشابهة ؟

تمـــرَّنْ :



١ أ ، ب موقعان لشجرتين على شاطئ قناة ، والبعد بينهما ٥٠ وحدة طول .
جـ ، د موقعان لشجرتين على الشاطئ الآخر المقابل والموازي للشاطئ الأوّل والبعد بينهما ٢٠ وحدة طول . كما في الشكل المقابِل
بحيث كان $\overleftarrow{هـ د} \perp \overline{جـ د}$ ، هـ د = ٤٠ وحدة طول ،
$\overleftarrow{أ جـ} \cap \overleftarrow{ب د} = \{هـ\}$ ،
استخدم التشابه لإيجاد عرض القناة د ب .

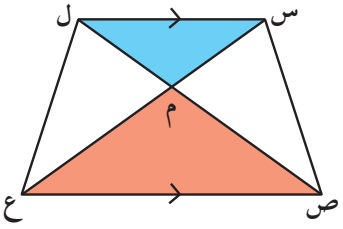
.....

.....

.....

---

٢ في الشكل المقابِل : س ص ع ل شبه منحرف فيه $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$
إذا كان س ل = ٤ ، ص ع = ٦ ، ل م = ٢
فأثبِت أنّ : Δ س ل م ~ Δ ع ص م ،
ثمّ أوجِد طول $\overline{ص ل}$.

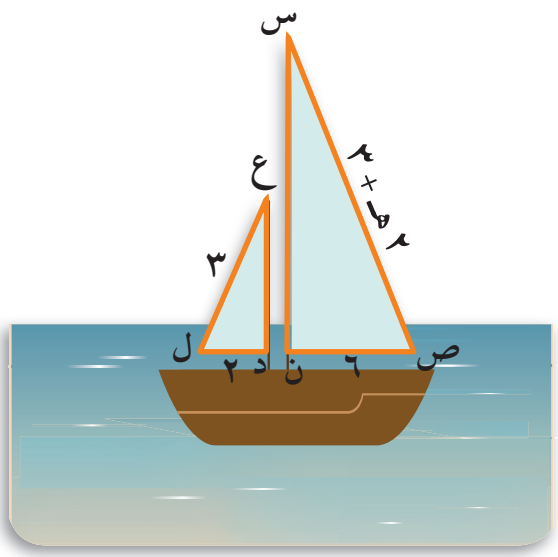


.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابل شراعي المركب س ص ن ، ع ل د مثلثين متشابهين.
أوجد قيمة هـ ، ثم أوجد طول $\overline{\text{س ص}}$.



.....

.....

.....

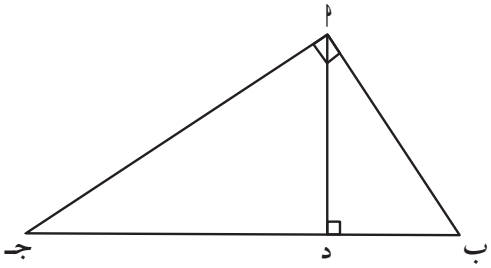
.....

.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابِل : أثبِت أنّ Δ ا ب جـ ~ Δ د ب ا .



.....

.....

.....

.....

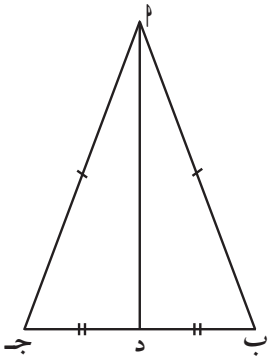
.....

.....

٤-١٢ مراجعة الوحدة الرابعة
Revision Unit Four

١ أكمِل كلًّا ممّا يلي :

لإثبات تطابق Δ أ ب د ، Δ أ جـ د بثلاثة أضلاع فإنّ :



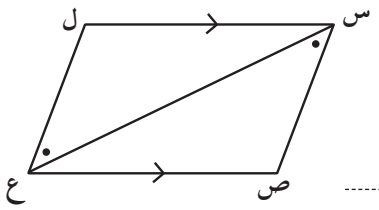
أ $\overline{أ ب}$ ≅ .....

ب $\overline{أ د}$ (ضلع .....)

جـ ..... ≅ $\overline{جـ د}$

---

٢ في الشكل المقابِل أثبِت أنّ :



أ Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س ، **ب** ق ($\hat{ص}$) = ق ($\hat{ل}$)

أ .....

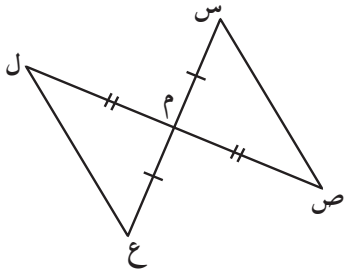
.....

.....

ب .....

---

٣ في الشكل المقابِل: أثبِت أنّ Δ س م ص ≅ Δ ع م ل



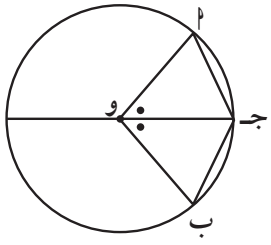
.....

.....

.....

---

٤ في الشكل المقابِل : دائرة مركزها و ، أثبِت أنّ أ جـ = ب جـ .

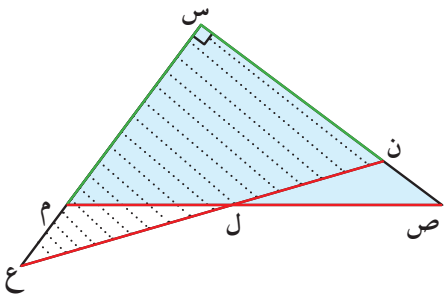


.....

.....

.....

٥ في الشكل المقابل : إذا كان س ن = س م ، ن ع = ص م ، $\overline{س ع} \perp \overline{س ص}$ ،
فأثبِت أنّ Δ س ص م ≅ Δ س ع ن .



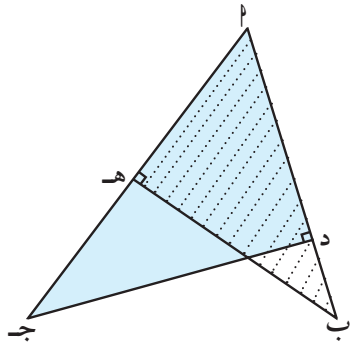
.....

.....

.....

.....

٦ في الشكل المقابل : أثبِت أنّ : Δ أ د جـ يشابه Δ أ هـ ب



.....

.....

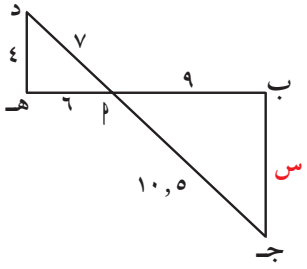
.....

.....

.....

٧ في الشكل المقابل :

أ أثبِت أنّ المثلّثين متشابهان .



.....

.....

.....

.....

ب أوجِد قيمة س .

.....

.....

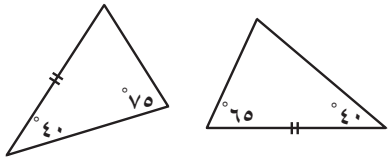
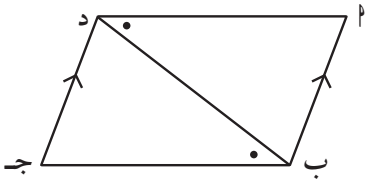
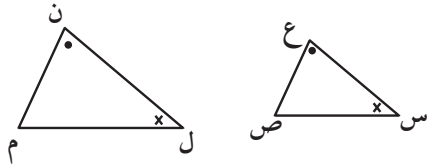
جـ أوجد محيط Δ أ ب جـ .

.....

.....

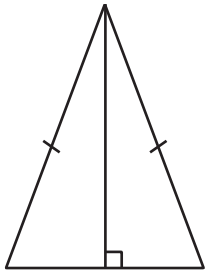
اختبار الوحدة الرابعة

أوّلًا : في البنود (١ – ٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ يتشابه المثلّثان إذا تناسب طولا ضلعين في أحدهما مع نظائرهما في الآخر .	(أ)	(ب)
٢ المثلّثان في الشكل المقابِل متطابقان 	(أ)	(ب)
٣ في الشكل المقابِل : $\overline{أب} \cong \overline{جـد}$ 	(أ)	(ب)
٤ Δ س ص ع ، Δ ل م ن متشابهان 	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

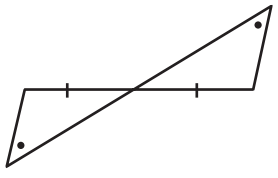
٥ في الشكل المقابِل : يتطابق المثلّثان وحالة تطابقهما هي :



(أ) (ض . ض . ض) فقط
(ب) (ض . ز . ض) فقط
(جـ) (ز . ض . ز) فقط
(د) كل حالات التطابق

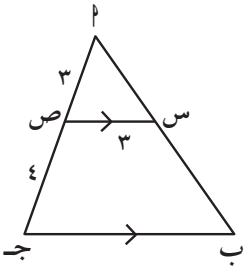
---

٦ في الشكل المقابِل : يتطابق المثلّثان وحالة تطابقهما هي :



(أ) (ض . ض . ض)
(ب) (ض . ز . ض)
(جـ) (ز . ض . ز)
(د) (∠ . و . ض)

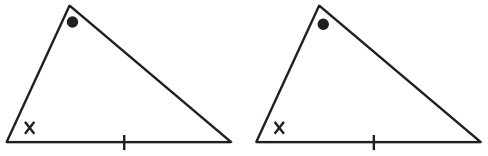
٧ إذا كان $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ فإنّ ب جـ يساوي :

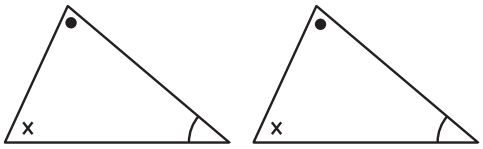


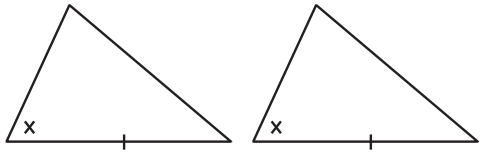
(أ) ٣ وحدة طول
(ب) ٤ وحدة طول
(جـ) ٧ وحدة طول
(د) ١٢ وحدة طول

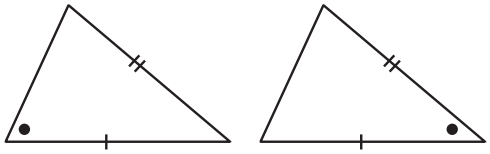
---

٨ المثلّثان المتطابقان في ما يلي هما :

(أ)


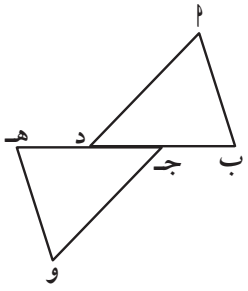
(ب)


(جـ)


(د)


---

٩ في الشكل المقابِل ، إذا كان Δ أ ب د ≅ Δ و هـ جـ فإنّ :



(أ) ب جـ = د هـ
(ب) $(\hat{أ}) \cong (\hat{هـ})$
(جـ) ب جـ = جـ د
(د) ق (أ $\hat{د}$ جـ) = ق (جـ $\hat{هـ}$ و)

---

١٠ إذا كان قياسا زاويتين في أحد مثلّثين متشابهين هما ٣٢° ، ٥٤° فإنّ قياسي زاويتين في المثلّث الآخر هما :

(أ) ٣٢° ، ٩٥°
(ب) ٨٤° ، ٥٤°
(جـ) ٣٢° ، ٨٤°
(د) ٩٤° ، ٥٤°

الوحدة الخامسة العلاقة والتطبيق
Relation and Mapping

عائلتي
My Family

مشروع الوحدة :
(شجرة العائلة)

الأسرة هي النواة الأساسية التي يتكوّن منها المجتمع ، وتتكوّن من مجموعة من الأفراد الذين يجمعهم روابط مشترَكة مثل : الرحم ، والدم ، والقرابة ، حيث تلعب دورًا كبيرًا وأساسيًّا في النشاط الاجتماعي في مختلف جوانبه ، وتحديدًا في الجوانب الاقتصادية ، والدينية ، والمادية والنفسية، وللأسرة واجبات متعدّدة منها : نقل اللغة للأجيال ، ونقل التراث ، كما أنّ لها وظائف مختلفة ومتنوّعة .

خطّة العمل :

- يكتب كل متعلم شجرة العائلة مع صلة القرابة .

ممكن أن تكون شجرة العائلة افتراضية .

خطوات تنفيذ المشروع :

- ابحث عن نموذج شجرة عائلة من النت أو صممها بنفسك .
- مثّل الشجرة بمخطط سهمي وآخر بمخطط بياني .
- ألصق شجرات العائلة لكل أفراد المجموعة بلوحة واحدة .

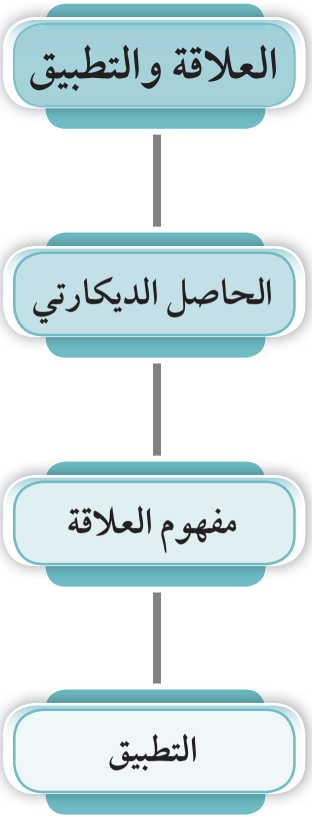
علاقات وتواصل :

- التعرف على شجرات العائلة لكل متعلم .

عرض العمل :

- يعرض المتعلم شجرة العائلة والتمثيلات (سهمي – بياني) لبقية أفراد المجموعة ولبقية المجموعات .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الخامسة

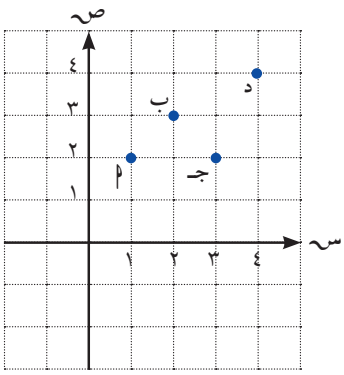


١-٥ الزوج المرتَّب والحاصل الديكارتي
Ordered Pair – Cartesian Product

سوف تتعلّم : الزوج المرتَّب والحاصل الديكارتي .

العبارات والمفردات :
زوج مرتَّب
Ordered Pair
حاصل الضرب الديكارتي
Cartesian Product
مخطَّط سهمي
Arrow Diagram
مخطَّط بياني
Graph

نشاط (١) :



في المستوى الإحداثي الذي أمامك ، أجِب عما يلي :

إحداثيّا كلّ من أ (..... ، .....) ، ب (..... ، .....)

جـ (..... ، .....) ، د (..... ، .....)

هل ترتيب الإحداثيات في النقطتين ب ، جـ مهم ؟

.....

∴ تمثل النقاط أ ، ب ، جـ ، د أزواجًا مرتَّبة .

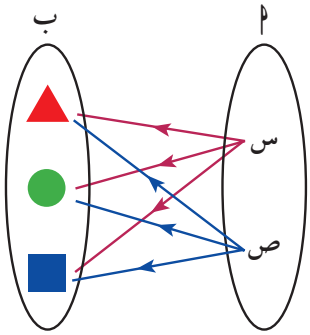
حيث الإحداثي الأوّل (الإحداثي السيني) يُسمّى المسقط الأوّل ،
والإحداثي الثاني (الإحداثي الصادي) يُسمّى المسقط الثاني .

متى يتساوى الزوجان المرتَّبان (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) ، (س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$) ؟

.....

نشاط (٢) :

أكمل لإيجاد كل الأزواج المرتبة الناتجة من ارتباط كل عنصر من المجموعة أ بجميع عناصر المجموعة ب مستعينًا بالمخطط السهمي.



تذكّر أنّ :
المجموعة هي تجمّع من الأشياء معرَّفة تعريفًا تامًّا ومتمايزًا .

الأزواج المرتبة هي :

(س ، ▲) ، (س ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ،

(ص ، ▲) ، (ص ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....)

∴ مجموعة الأزواج المرتبة = { (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ،

(..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

تدرّب (١) :

لتكن س تمثل مجموعة الوالدين و ص تمثل مجموعة الأبناء ،

حيث س = { أمل ، صالح } ، ص = { نور ، عبدالله ، حسن }

أكمِل لتوجد كلّ الأزواج المرتَّبة التي تربط مجموعة الوالدين بمجموعة الأبناء

{ (أمل ، نور) ، (أمل ، عبدالله) ، (أمل ، .....) ،

(صالح ، نور) (صالح ، .....) ، (صالح ، .....) }

نسمّي مجموعة الأزواج المرتبة (العناصر) **بالحاصل الديكارتي** ونرمز إليه **بالرمز** س × ص

الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) س × ص :

هو مجموعة كلّ الأزواج المرتَّبة (أ ، ب) حيث المسقط الأوّل أ ∈ س ،

و المسقط الثاني ب ∈ ص .

أي أنّ : س × ص = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص } ← **الصفة المميزة**

وعدد عناصر س × ص = عدد عناصر س × عدد عناصر ص

مثال :

إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } :

أ) أوجد عدد عناصر س × ص

ب) أُكتب س × ص بذكر العناصر

جـ) مثِّل س × ص بمخطَّط سهمي ومخطَّط بياني

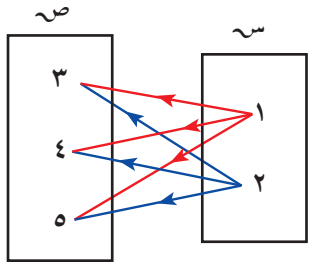
د) أُكتب ص × س بذكر العناصر

الحلّ :

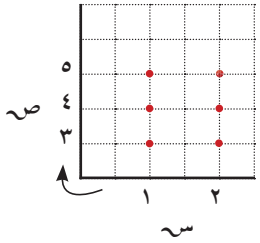
أ) عدد عناصر س × ص = ٢ × ٣ = ٦

ب) س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) }

جـ)



مخطط سهمي



مخطط بياني

د) ص × س = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

فكّر وناقِش

في المثال السابق : ١) هل (١ ، ٣) ∈ ص × س ؟

٢) هل س × ص = ص × س ؟ فسّر إجابتك .

تدرّب (٢) :

إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } :

أ أوجد عدد عناصر س × س .

عدد عناصر س × س = ٣ × ..... = ...

ب اكتب س × س بذكر العناصر .

س × س = { (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، .....) ، (٣ ، .....) ، .....

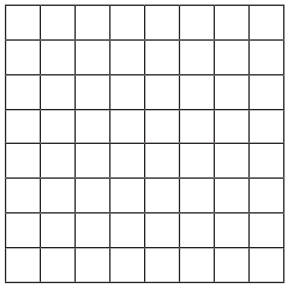
.....

جـ اكتب س × س بذكر الصفة المميِّزة .

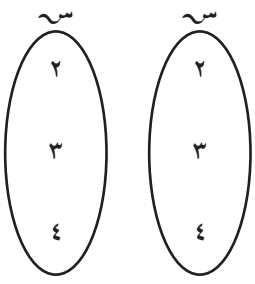
الصفة المميِّزة س × س = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ..... }

د مثِّل س × س بمخطَّط بياني وآخر سهمي .

مخطط بياني



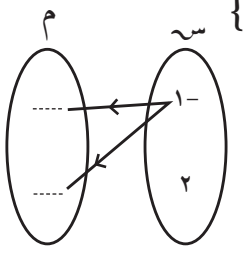
مخطط سهمي



تدرّب (٣) :

إذا كانت س = { − ١ ، ٢ } ، م = { ب : ب ∈ صـ ، ٠ < ب ≤ ٢ }

حيث صـ مجموعة الأعداد الصحيحة . أكمل ما يلي :



أ م = { ١ ، ..... }

ب س × م = { (− ١ ، ١) ، (− ١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (٢ ، .....) }

جـ المخطط سهمي س × م

د (− ١ ، .....) ∉ س × م

تدرّب (٤) :

إذا كانت س × صـ = { (أ ، ٣) ، (أ ، ٤) ، (ب ، ٣) ، (ب ، ٤) }.

أوجد س ، صـ بذكر العناصر .

س = { ..... }

صـ = { ..... }

تمـــرَّنْ :

١ **إذا كانت** س = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، ص = { ٤ ، ٦ } ، **فاكتب كلًّا من** س × ص ، ص × س ، ص × ص **بذكر العناصر .**

.....

.....

.....

.....

.....

---

٢ **إذا كانت** س × ص = { (٠ ، ١) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٤) ، (٠ ، ٥) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٥) }.

أ أُكتب كلًّا من س ، ص بذكر العناصر . .....

.....

ب مثِّل س × ص بمخطَّط سهمي .

---

٣ **إذا كانت** س = { ٢ : ٢ ∈ ط ، ٢ عدد فردي أصغر من ٦ } ، **حيث ط مجموعة الأعداد الكلية ،** ك = { ب : ب ∈ ص ، -٢ < ب ≤ ١ } ، **حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .**

أ أُكتب كلًّا من س ، ك بذكر العناصر . .....

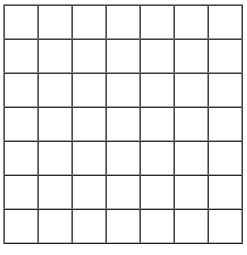
.....

ب أُكتب س × ك بذكر العناصر واذكر عدد عناصرها .

.....

.....

جـ مثل بمخطط بياني س × ك .



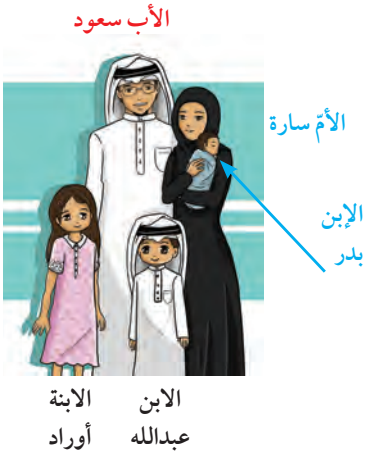
مخطط بياني

٢-٥ مفهوم العلاقة
The Concept of Relation

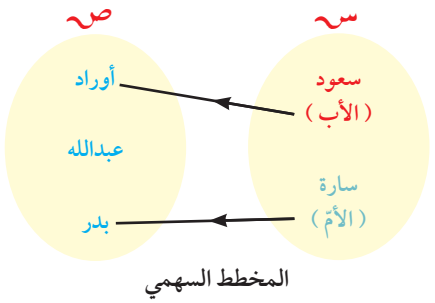
سوف تتعلّم : مفهوم العلاقة وكيفية إيجاد العلاقة بين مجموعة وأخرى .

نشاط :

تخرّج سعود من الجامعة وحصل على وظيفة مناسِبة ، ثم تزوّج ورزق بعائلة كما هو موضَّح في المخطَّط التالي :



اِستعِن بالصورة التي أمامك لإكمال المخطط السهمي الذي يمثل سـ × صـ .



المخطط السهمي

اِعتبِر ع١ هي علاقة « أب » من سـ إلى صـ ، فمثلًا سعود أب لِـ أوراد ، .....

وأيضًا ع٢ هي علاقة « أم » من سـ إلى صـ ، فمثلًا ساره أم لِـ أوراد ، .....

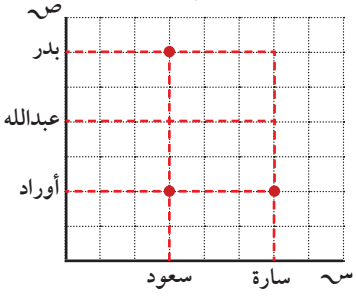
ثم أجب عن الأسئلة التالية :

١ أُكتب سـ × صـ بذكر العناصر .

سـ × صـ = { (سعود ، أوراد) ، (سعود ، .....) ، (سعود ، .....) ،

(سارة ، .....) ، (سارة ، .....) ، (سارة ، .....) }

٢ أكمِل التمثيل البياني سـ × صـ المقابل .



٣ أكمل جميع الأزواج المرتَّبة التي تمثّل علاقة (أب) :

ع١ = { (سعود ، أوراد) ، (سعود ، .....) ، (سعود ، .....) }

٤ أكمل جميع الأزواج المرتَّبة التي تمثّل علاقة (أم) :

ع٢ = { (سارة ، أوراد) ، (سارة ، .....) ، (..... ، .....) }

العبارات والمفردات :

علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى
Relation from a Set to Another

علاقة على مجموعة
Relation on a Set

معلومات مفيدة :

يستخدم العلماء العلاقة بين عمق المحيط وضغط الماء على الجسم ، فكلّما زاد العمق زاد الضغط على الجسم . فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل ممّا يسبّب الضغط .

٥ أ هل $ع_{١} \subseteq$ سـ × صـ ؟ .....

ب هل $ع_{٢} \subseteq$ سـ × صـ ؟ .....

لتكن سـ ، صـ مجموعتين غير خاليتين تكون « ع » علاقة من سـ إلى صـ عندما تكون « ع » مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي سـ × صـ ونعبّر عن ذلك « ع » $\subseteq$ سـ × صـ .

٦ من الصورة ، أكمل جميع الأزواج المرتَّبة التي تمثّل علاقة (أطول من) :

$ع_{٣}$ = { (سعود ، سارة) ، (سعود ، أوراد) ، (سعود ، .....) ،
(سعود ، .....) ، (سارة ، .....) ، (سارة ، .....) ،
(سارة ، .....) ، (أوراد ، .....) ، (أوراد ، .....) ،
(عبدالله ، .....) }

تدرّب (١) :

إذا كانت سـ = { ٣ ، ٥ } ، صـ = مجموعة أرقام العدد ٢٢٣٤٤

أ أُكتب صـ بذكر العناصر : .....

ب أُكتب حاصل الضرب الديكارتي سـ × صـ .

.....

جـ أيًّا مما يلي يمثل علاقة من سـ إلى صـ مع ذكر السبب ؟

$ع_{١}$ = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٢) }

.....

$ع_{٢}$ = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٥) }

.....

$ع_{٣}$ = { (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٣) ، (٢ ، ٥) }

.....

$ع_{٤}$ = { (٣ ، ٣) }

.....

ملاحظة :
عندما نقول إنّ ع علاقة ضعف يعني أنّ في كلّ زوج مرتّب المسقط الأوّل هو ضعف المسقط الثاني .

تدرّب (٢) :

فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرَّفة على سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } .

أُكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها :

أ أُكتب $ع_1$ علاقة « ضعف » من سـ إلى سـ بذكر العناصر :

حيث إنّ ٤ ضعف العدد ٢ ، ..... ضعف العدد .....

فإنّ : $ع_1$ = { (٤ ، ٢) ، (..... ، .....) }

ب $ع_2$ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ + ب = ٨ }

{ (٢ ، ٦) ، ..... } .....

جـ $ع_3$ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، ب = أ }

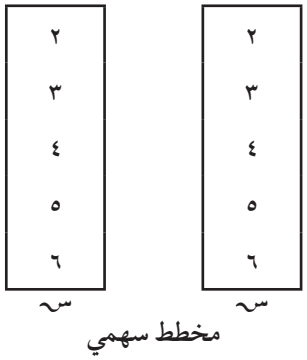
{ (٢ ، ٢) ، ..... } .....

تذكّر أنّ :
الجذر التربيعي للعدد الموجَب أ هو العدد الذي مربّعه يساوي أ .

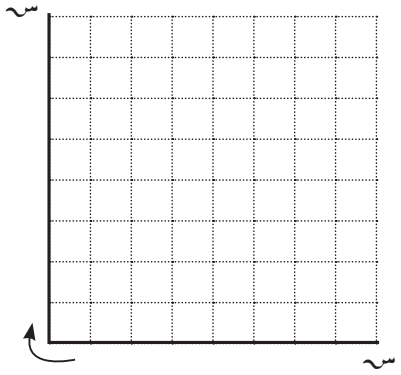
د $ع_4$ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = $\sqrt{ب}$ } .....

.....

هـ مثِّل $ع_1$ بمخطَّط سهمي و $ع_2$ بمخطَّط بياني :



مخطط سهمي



مخطَّط بياني

فكِّر وناقِش

من تدرب (٢) : فكر في علاقات أخرى معرفة على سـ .

ملاحظة :
تكون « ع » علاقة على سـ إذا كانت « ع » ⊆ سـ × سـ .

تدرّب (٣) :

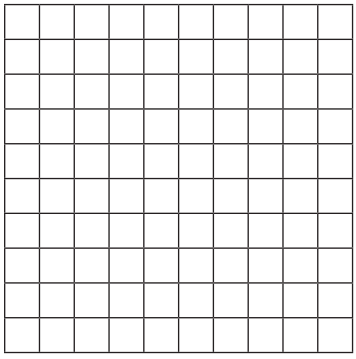
ملاحظة مهمّة:
عندما نقول إنّ ع علاقة ثلث يعني أنّ في كلّ زوج مرتّب المسقط الأوّل يساوي ثلث المسقط الثاني .

إذا كانت سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، صـ = { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١٥ }
وكانت ع$_{١}$ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، أ = $\frac{١}{٣}$ ب } .

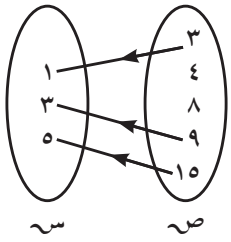
أ أُكتب ع$_{١}$ بذكر العناصر : .....

.....

ب مثِّل ع$_{١}$ بمخطَّط بياني .



جـ أُكتب العلاقة ع$_{٢}$ المبيَّنة في المخطَّط السهمي التالي بذكر العناصر ، والصفة المميِّزة .



.....

.....

.....

.....

د أُكتب بذكر العناصر ع$_{٣}$ = { (أ ، ب) : أ ∈ صـ ، ب ∈ سـ ، أ ≥ ب } .

.....

.....

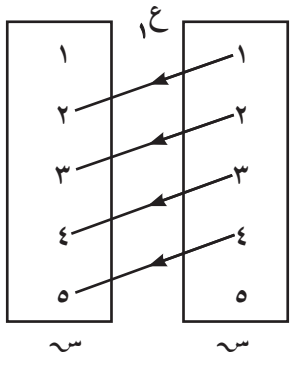
فكِّر وناقِش

يرى أمير أن ع$_{١}$ = ع$_{٢}$ في تدرّب (٣) .
فهل رأي أمير صحيح أم خطأ ؟ فسّر ذلك.

تدرّب (٤) :

أُكتب العلاقة ع١ ، ع٢ على س التي يمثّلهما كلّ من المخطَّطين السهمي والبياني المقابِلين ، ثمّ صِف العلاقة .

أ

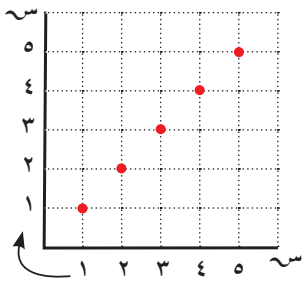


مخطط سهمي

ع١ = { (١ ، ٢) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

ومن المخطَّط فإنّ العلاقة على ع١ هي علاقة (ينقص بمقدار .....)

ب



مخطَّط بياني

ع٢ = { (١ ، ١) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

ومن المخطَّط البياني فإنّ العلاقة على ع٢ هي علاقة .....

تمـــرَّنْ :

١ إذا كانت س = { ا ، ب ، جـ } ، ص = { ٤ ، ٥ ، ٨ } ، فأيّ المجموعات التالية تمثّل علاقة من س إلى ص ؟ وأيهما تمثل علاقة من ص إلى س مع ذكر السبب .

أ هـ = { (ا ، ٥) ، (ا ، ٤) ، (ا ، ٨) ، (ب ، ٤) }

.....

ب ﻫ = { (ا ، ٥) ، (ب ، ٨) ، (ب ، ٤) ، (جـ ، ٣) ، (جـ ، ٥) }

.....

جـ د = { (ا ، ٨) ، (ا ، ٥) ، (٨ ، جـ) ، (جـ ، ٨) }

.....

د و = { (٤ ، ا) ، (٤ ، جـ) ، (٥ ، ب) ، (٨ ، ا) }

.....

٢ **لتكن** صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ }

أ أُكتب ع علاقة من صـ إلى صـ بذكر العناصر حيث

ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ صـ ، أ^{٢} = ب }

.....

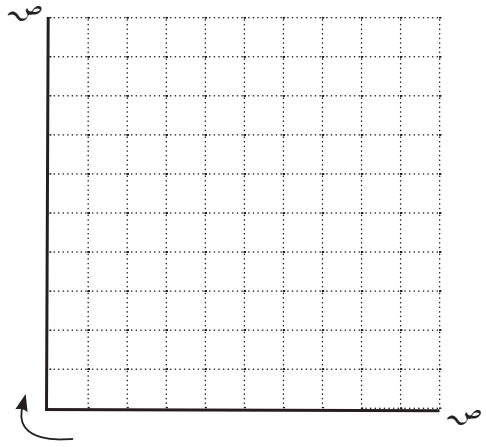
ب أوجد عدد عناصر صـ × صـ .

.....

جـ مثِّل ع بمخطَّط سهمي وبياني .

مخطط سهمي

مخطَّط بياني



٣ **فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرَّفة من** سـ **إلى** صـ ، **حيث** سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، صـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ } . **أُكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها .**

أ هـ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، أ < ب } .....

.....

.....

ب ل = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ } .....

.....

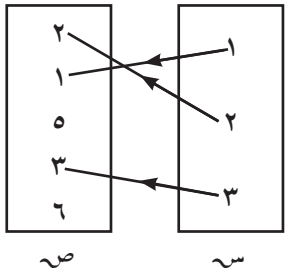
جـ ع = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ + ٦ } .....

.....

.....

٤ أُكتب العلاقات ع١ ، ع٢ ، ع٣ على المجموعات التالية ، ثمّ صِف كل علاقة .

أ



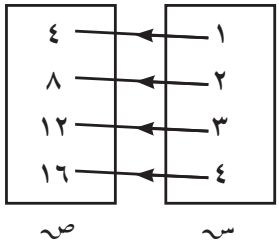
ع١ = ...

.....

.....

.....

ب



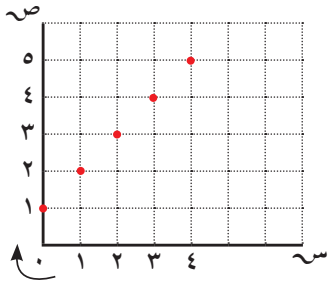
ع٢ = ...

.....

.....

.....

جـ



ع٣ = ...

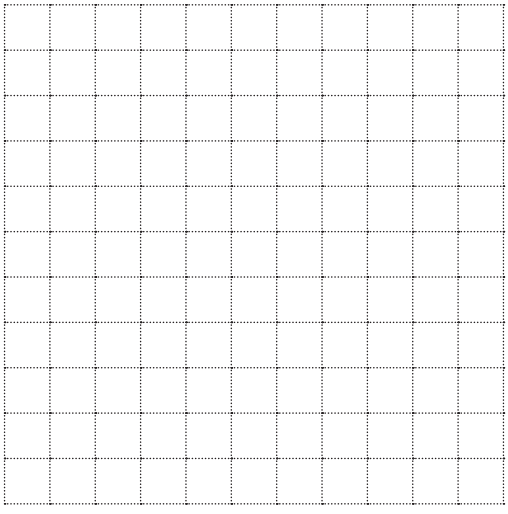
.....

.....

.....

٥ اكتب العلاقة التالية كمجموعة أزواج مرتَّبة ، ثمّ مثِّلها بيانيًّا .

أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (دينار)
١	٢,٥
٢	٥
٥	١٢,٥
١٠	٢٥



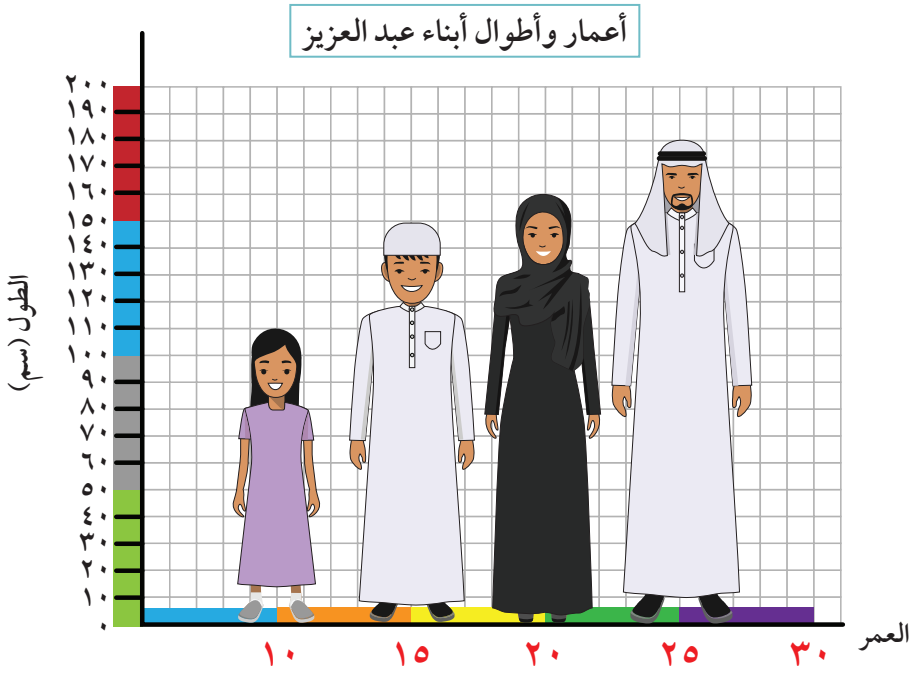
.....

.....

.....

.....

٦ من المخطط البياني ، عبّر عن علاقة (العمر ، الطول) لأبناء عبد العزيز بصورة أزواج مرتبة .



.....

.....

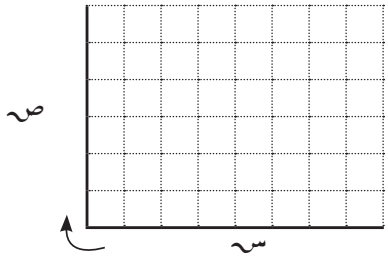
.....

---

٧ إذا كانت سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، صـ = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } ،
ع = {(ا ، ب) : ا ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ا = $\frac{١}{٢}$ ب } .

أ أُكتب ع بذكر العناصر . .....

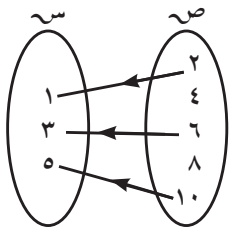
ب مثّل ع بمخطط بياني .



جـ أُكتب العلاقة ع١ المبيّنة في المخطط السهمي التالي بذكر العناصر والصفة المميزة . .....

.....

.....



د هل ع = ع١ ؟ .....

٣-٥ التطبيق (الدالّة)
Mapping (Function)

العبارات والمفردات :

الدالّة
Function

المجال
Domain

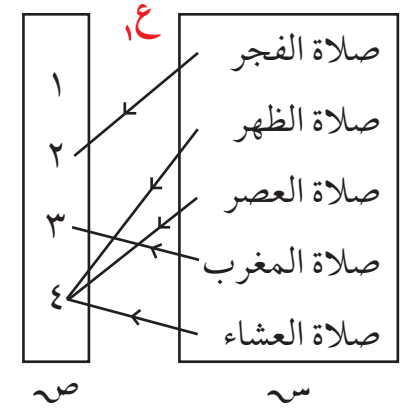
المجال المقابل
Codomain

المدى
Range

نشاط :

أمامك مجموعة من العلاقات بين سـ ، صـ .

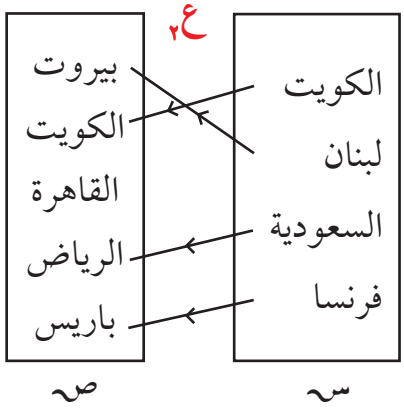
١



نلاحظ أنّ :

كلّ صلاة من الصلوات الخمس اليومية ترتبط بعدد مفروض من الركعات .

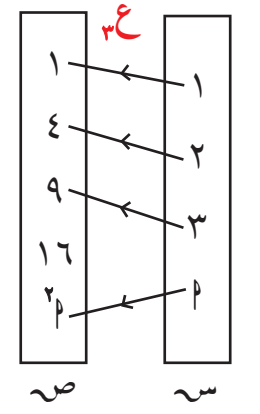
٢



نلاحظ أنّ :

كلّ دولة من المجموعة الأولى ترتبط بعاصمتها من المجموعة الثانية .

٣



نلاحظ أنّ :

أطوال أضلاع بعض المربّعات ترتبط بعدد هو مساحة كلّ منها .

معلومات مفيدة :

يستخدم التقنيّون في وزارة الطاقة التطبيق عند إصدار فاتورة إستهلاك الكهرباء حيث أن قيمة الإستهلاك والمبلغ المطلوب تمثل دالة .

من العلاقات في ١ ، ٢ ، ٣ نلاحظ أنّ :

كلّ عنصر من عناصر المجموعة الأولى يرتبط بعنصر واحد فقط من المجموعة الثانية .

التطبيق (الدالّة) : هي علاقة بين سـ ، صـ بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر سـ بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر صـ .

نرمز إلى التطبيق (الدالّة) بأحد الرموز :

ت ، د ، هـ ، ن ، ...

فإذا كانت ت تطبيق من سـ إلى صـ ،

نرمز إلى ذلك ت : سـ ← صـ

مكوِّنات التطبيق (الدالّة) ت : س ⟵ ص هي :

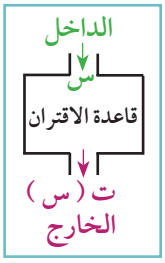
١ س تُسمّى مجال التطبيق (الدالّة) .

٢ ص تُسمّى المجال المقابِل للتطبيق ت .

٣ قاعدة الاقتران ت .

إذا كان أ ∈ س والعنصر الذي يرتبط به من ص هو ب ، فإنّنا نعبّر عن ذلك بالصورة ت (أ) = ب وهي قيمة التطبيق (الدالة) ت عند أ .

آلة الاقتران



مدى التطبيق : هو مجموعة صور عناصر مجال التطبيق وهو مجموعة جزئية من المجال المقابل ص .

مثال :

في كلٍّ من العلاقات التالية حدّد أيًّا منها تطبيق وأيها ليس تطبيق مع ذكر السبب .

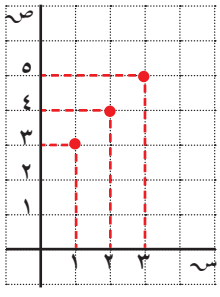
١

ع١ هي علاقة لها القاعدة « س + ٢ » من س إلى ص حيث :

س = { ١ ، ٢ ، ٣ }

ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

وممثَّلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أن :

كل عنصر من عناصر س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

∴ العلاقة ع١ تطبيق .

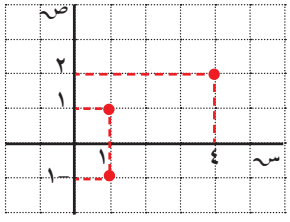
٢

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، الجذر التربيعي لـ أ = ب } حيث :

س = { ١ ، ٤ }

ص = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

وممثَّلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أن :

١ ∈ س وقد ارتبطت بالعنصرين ١ ، -١ من ص

∴ العلاقة ع٢ ليست تطبيق .

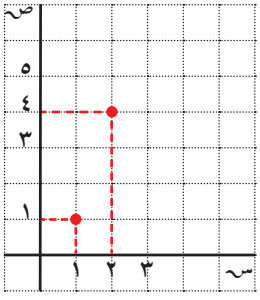
٣

ع٣ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ٢ } حيث :

س = { ١ ، ٢ ، ٣ }

ص = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

وممثَّلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أنّ :

٣ ∈ س ولم ترتبط بعنصر من ص

∴ العلاقة ع٣ ليست تطبيق .

تذكّر أنّ :

كل عدد نسبي موجب أ يوجد له جذران أحدهما موجب (√أ) والآخر سالب (-√أ) .

في المثال السابق ع٣ تمثل تطبيق من س إلى ص فإنّ :

المجال = س = { ١ ، ٢ ، ٣ }

المجال المقابِل = ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

مدى التطبيق = { ٣ ، ٤ ، ٥ }

تُكتَب ع٣ كأزواج مرتَّبة كالآتي : { (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥) }

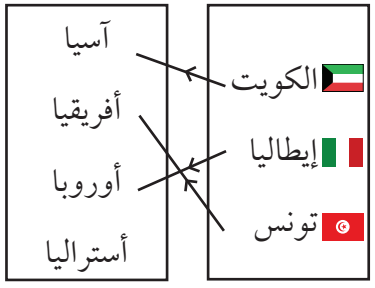
لاحظ أنّ : كلّ عنصر من س يظهر كمسقط أوّل مرّة واحدة فقط .

تدرّب (١) :

لتكن ع العلاقة التي تربط دولة ما بالقارّة التي تنتمي إليها .

ظلِّل (أ) إذا كانت العلاقة تطبيق أو (ب) إذا كانت العلاقة ليست تطبيقًا .

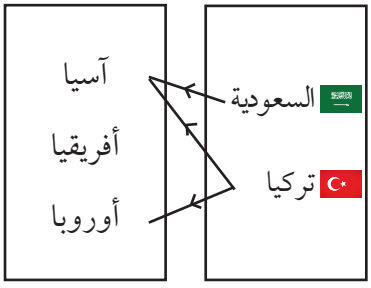
١



(أ) تطبيق (ب) ليس تطبيقًا

السبب .....

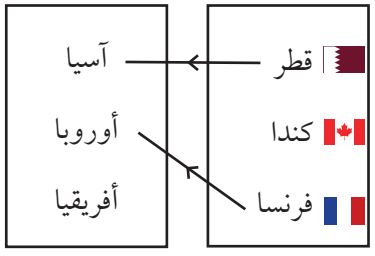
٢



(أ) تطبيق (ب) ليس تطبيقًا

السبب .....

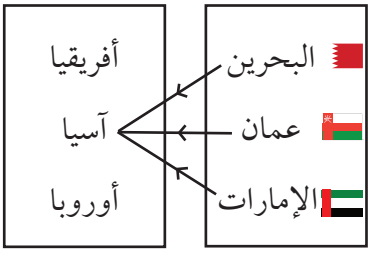
٣



(أ) تطبيق (ب) ليس تطبيقًا

السبب .....

٤



(أ) تطبيق (ب) ليس تطبيقًا

السبب .....

في المخطط السهمي لبيان العلاقة من س إلى ص نلاحظ أن كل عنصر من س يخرج منه سهم واحد وواحد فقط إلى ص ، لتكون هذه العلاقة تطبيق (دالة) .

مثال (٤) :

إذا كانت س = { – ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة وكانت ن تطبيقًا معرّفًا كما يلي : ن : س ← ص حيث ن (س) = ٢ س – ٣

أ أوجِد مدى هذه الدالّة بإكمال الجدول .

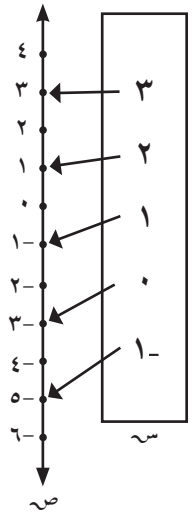
عناصر المجال	س	– ١	٠	١	٢	٣
قاعدة الاقتران	٢ س – ٣	٢ × (– ١) – ٣	٢ × ٠) – ٣	٢ × ١) – ٣	٢ × ٢) – ٣	٢ × ٣) – ٣
صور عناصر المجال « المدى »	ن (س)	– ٥	– ٣	– ١	١	٣

مدى التطبيق = { – ٥ ، – ٣ ، – ١ ، ١ ، ٣ }

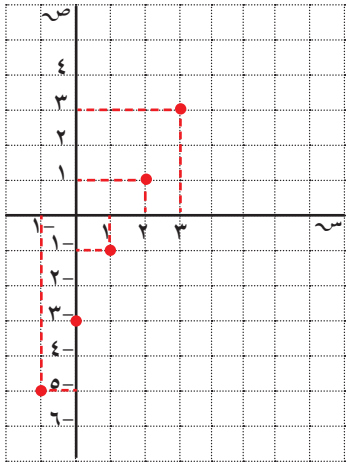
ب أُكتب ن كأزواج مرتَّبة .

ن = { (– ١ ، – ٥) ، (٠ ، – ٣) ، (١ ، – ١) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ٣) }

جـ أُرسم مخطَّطًا سهميًّا للتطبيق ن ، وآخر بيانيًّا .



مخطَّط سهمي



مخطَّط بياني

فكِّر وناقِش

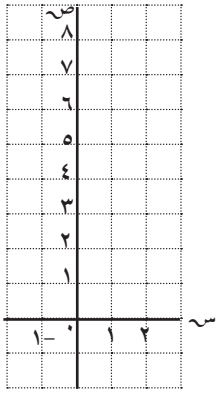
إذا كانت ت : ص ← ص حيث ت (س) = ٢

فإن المدى يساوي ٢ هل هذا صحيح ؟ فسر ذلك .

تدرّب (٢) :

إذا كانت سـ = { − ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، صـ **هي مجموعة الأعداد الصحيحة .**

ت : سـ ⟵ صـ حيث ت (س) = س^{٢} + ٤



أ أكمِل الجدول التالي ، ثمّ أوجِد مدى التطبيق ت .

س	−١	٠	١	٢
س^{٢} + ٤	(−١)^{٢} + ٤	.....	.....	.....
ت (س)	٥	.....	.....	.....

مدى التطبيق = { ٥ ، ..... ، ..... }

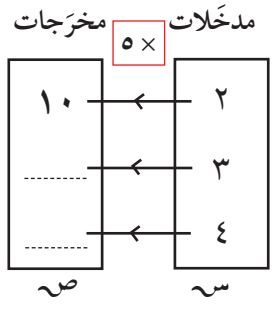
ب أُكتب ت كأزواج مرتَّبة .

ت = { (−١ ، ٥) ، ..... }

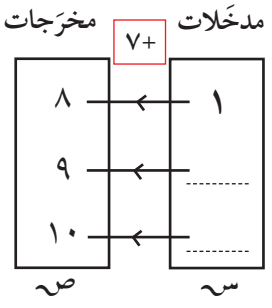
جـ أُرسم بيان التطبيق ت على الشبكة البيانيّة .

تدرّب (٣) :

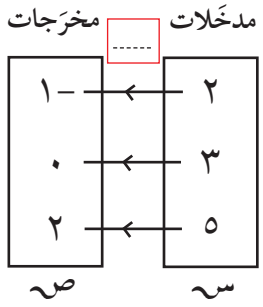
أمامك عدد من العلاقات من سـ **إلى** صـ . **أكمِل بحيث تعبّر هذه العلاقات عن تطبيق من** سـ **إلى** صـ ، **ثم اكتب قاعدة إقتران كل منها :**



د (س) = ...



ق (س) = ...



ت (س) = ...

تمـــرَّنْ :

١ **إذا كانت** سـ = { −١ ، ١ ، ٢ } ، ط **هي مجموعة الأعداد الكلية ،**

هـ **هي تطبيق معرَّف كما يلي :** هـ : سـ ⟵ ط **حيث** هـ (س) = س^{٢}

أ أكمل الجدول .

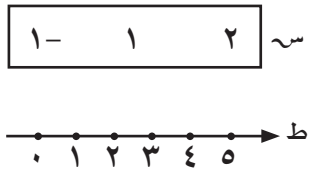
س			
س^{٢}			
هـ (س)			

ب مدى هـ = { ..... }

جـ أُكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

هـ = { ..... }

د أُرسم مخطَّطًا سهميًّا .

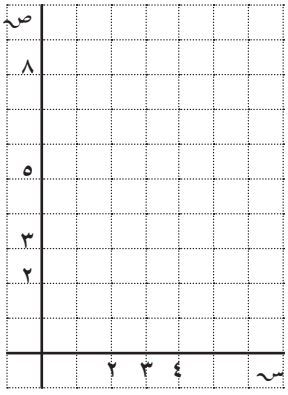


---

٢ **إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، صـ = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ }**
وكانت ت تطبيق من سـ إلى صـ حيث ت (س) = ٣ س – ٤ .

أ أكمل الجدول التالي .

س			
٣ س – ٤			
ت (س)			



مخطط بياني

ب مدى ت = ----------

جـ أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

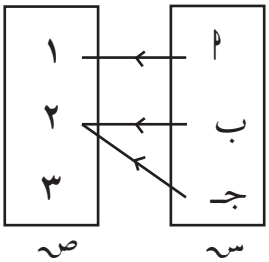
ت = ----------

د أُرسم مخطَّطًا بيانيًّا .

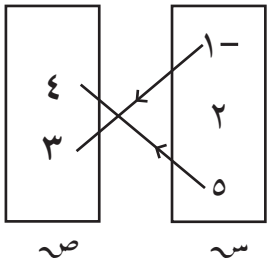
---

٣ **بيِّن أيًّا من المخطَّطات السهمية التالية يمثّل تطبيقًا ، واذكر السبب .**
وإذا كان تطبيقًا فاذكر مجاله ومدى التطبيق .

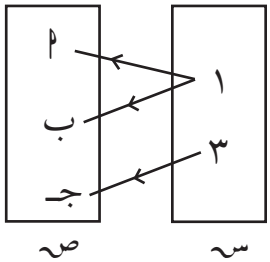
أ



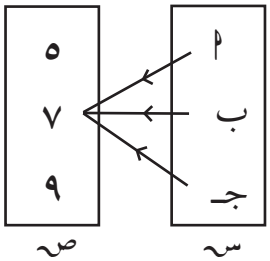
ب



جـ



د



٥-٤ مراجعة الوحدة الخامسة
Revision Unit five

١ إذا كانت ك = { أ : أ ∈ صـ ، −٢ < أ < ١ } ،
ل = { ب : ب ∈ صـ ، −١ < ب < ٣ }

أ أُكتب كلًّا من ك ، ل بذكر العناصر .

.....

.....

ب أُكتب ك × ل بذكر العناصر .

.....

٢ لتكن ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ط ، أ + ب = ٥ } . أُكتب ع بذكر عناصرها .

.....

٣ أُكتب العلاقات التالية على سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب }

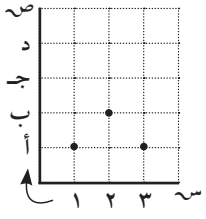
.....

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = ب }

.....

٤ أيّ من المخطَّطات التالية تمثّل تطبيقًا ؟ ولماذا ؟

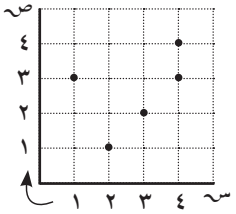
أ



.....

.....

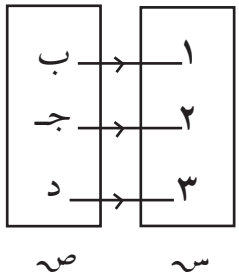
ب



.....

.....

جـ

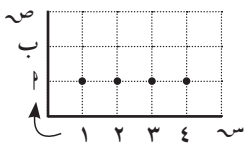


.....

.....

.....

د

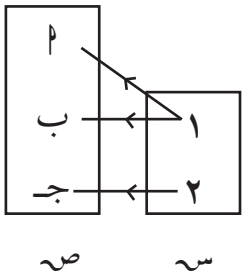


.....

.....

.....

هـ

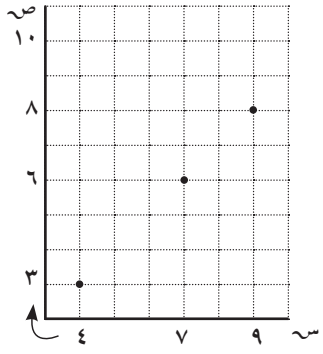


.....

.....

.....

٥ **اِستعِن بالمخطَّط البياني التالي ، ثمّ أجِب عمّا يلي :**



أ أُكتب العلاقة ع ، ثمّ أعطِ وصفًا لهذه العلاقة .

.....

.....

ب أُكتب الحاصل الديكارتي س × ص .

.....

.....

جـ هل العلاقة ع تمثّل تطبيقًا ؟ ولماذا ؟

.....

٦ **إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } وكانت ت تطبيق من س إلى ص حيث ت (س) = ٢س + ١**

س	١	٢	٣
٢س+١			
ت (س)			

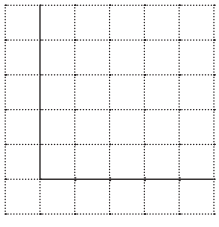
أ أكمل الجدول المقابل :

ب مدى ت = ...

جـ اكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتبة :

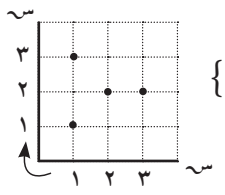
ت = ...

د ارسم مخطط سهمي ، ومخطط بياني للتطبيق .



اِختبار الوحدة الخامسة

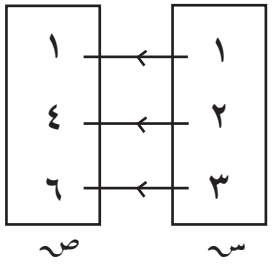
أوّلًا : في البنود (١-٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ لتكن س = {٤ ، ٥ ، ٦} ، ع علاقة على س فإنّ ع = {(٤ ، ٥) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٦)} لا تمثّل تطبيقًا .	(أ)	(ب)
٢ {أ ، ب} × {٢} = {(أ ، ٢) ، (ب ، ٢)}	(أ)	(ب)
٣ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٩} وكانت ع علاقة من س ← ص حيث : ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩)} فإنّ ع تمثّل علاقة « نصف »	(أ)	(ب)
٤ التمثيل البياني المقابل يمثل العلاقة ع = {(١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣)} 	(أ)	(ب)

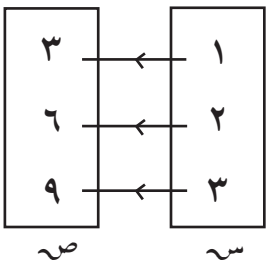
ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الاجابة الصحيحة .

٥ المخطَّط السهمي الذي يمثّل علاقة « ثلث » من س ← ص هو :

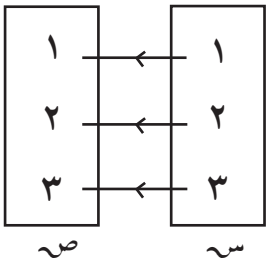
(أ)



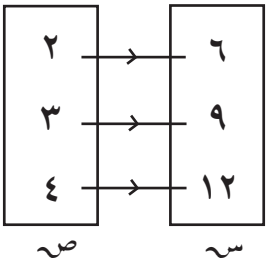
(ب)



(جـ)



(د)



---

٦ إذا كانت ع دالّة من س إلى ص حيث س = {٢ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٦ ، ٧}
وكانت ع = {(٢ ، ٦) ، (أ ، ٦) ، (٥ ، ٦)} فإنّ أ =

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

٧ إذا كانت سـ = { أ : أ ∈ صـ ، − ٢ < أ ⩽ ٥ } ، حيث صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة ، فإنّ عدد عناصر سـ × سـ هو :

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ٧٢ (د) ٨٢

---

٨ مدى التطبيق ق : نـ ← نـ حيث ق (س) = ٧

(أ) { ٧ } (ب) نـ (جـ) ط (د) صـ

---

٩ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، فإنّ (١ ، ٣) أحد الأزواج المرتبة في التطبيق ت (س) =

(أ) ٢س − ١ (ب) ٣س + ١ (جـ) س٢ + ١ (د) ٣س

---

١٠ العلاقة التي تمثّل تطبيقًا على سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فيما يلي هي :

(أ) ع١ = { (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) }

(ب) ع٢ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) }

(جـ) ع٣ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

(د) ع٤ = { (١ ، ٢) ، (٣ ، ٤) }

الوحدة السادسة

علم الإحصاء
Statistics Science

السياحة
Tourism

مشروع الوحدة :
(ثقافة السفر)

السياحة تهدف إلى الترفيه (المرح) أو التطبيب أو الاكتشاف ، فهناك ارتباط واضح بين السياحة والمرح . والمرح أمر مهمّ في حياة الإنسان ، فهو يحفّز على العمل والإنجاز ويسهم في تحسين الحالة البدنية والنفسية ، وتتوجّه الدراسات التربوية الحديثة إلى أنّ ارتباط المرح في إستراتيجيات التعليم له أثر كبير في التعلّم وتثبيت المعلومات ، وتهيئة بيئة صفّية مناسِبة ومرحة للمتعلّمين .

خطة العمل :

- صمم جدولًا واختر أفضل تمثيل بياني لعرض إحصائيات السياحة لبعض الدول السياحية من اختيارك (كما في الجدول) .

عدد السياح لعام ٢٠١٨ م	
البلد	عدد السيّاح

خطوات تنفيذ المشروع :

- حدد الدول التي سوف تمثلها في الجدول أنت وأفراد المجموعة عن طريق النت لسنة محددة ولتكن سنة ٢٠١٨ م .
- حدد الأماكن الأثرية والأكثر شهرة في الدول التي اخترتها مع صور ونبذة عن الدولة إن أمكن .
- حدد التمثيل البياني المفضل لعرض أي من بياناتك (عدد السياح، عدد الأماكن الأثرية) .

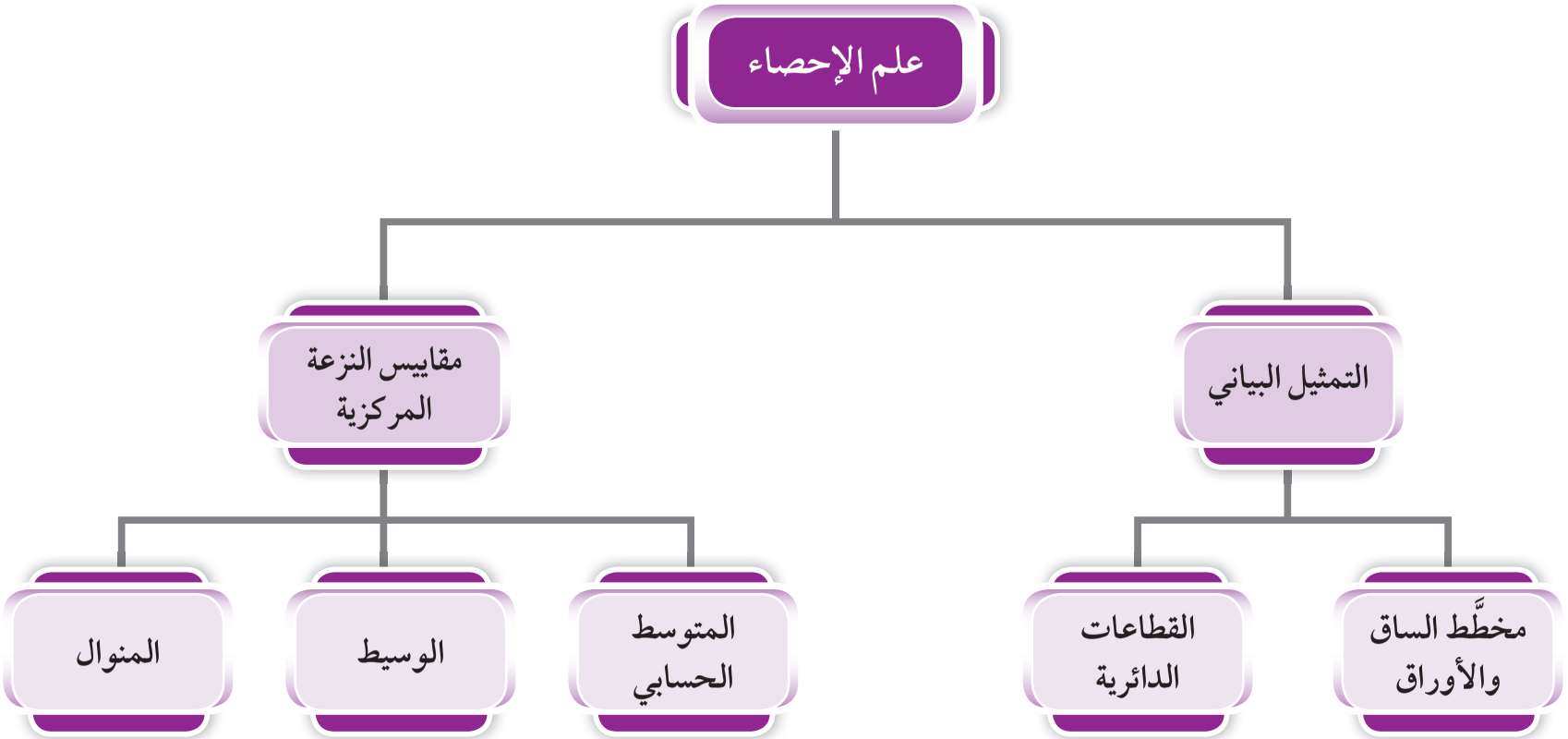
علاقات وتواصل :

- تواصل مع معلم الاجتماعيات للمساعدة .
- ناقش المجموعات حول أفضل معلومات للدول وأفضل تمثيل بياني .

عرض العمل :

- اعرض التمثيلات البيانية المنوعة والصور التي استخدمتها أمام المتعلمين وتحدث بنبذة عن الدول التي اخترتها .

مخطَّط تنظيمي للوحدة السادسة



٦-١ مخطَّطات الساق والأوراق
Stem – and – Leaf Diagrams

سوف تتعلّم : صنع مخطَّط الساق والأوراق ، و صنع مخطَّط الساق والأوراق المزدوج .

العبارات والمفردات :
مخطَّط الساق والأوراق
Stem – and –Leaf Diagram
مخطَّط الساق والأوراق المزدوج
Double Stem – and –Leaf Diagram

نشاط :

يبيّن الجدول التالي نقاط التميّز للسياحة في دولتين لعدّة أشهر من السنة .
(درجة التميز هي ٥٠)

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو
الدولة (أ)	٣٨	٢٦	٢٠	١٧	٤٧	٤٩
الدولة (ب)	٣٢	٤٥	١٣	٣٠	٢٢	٤٩

معلومات مفيدة:
يستخدم علماء الإحصاء مخطَّط الساق والأوراق لترتيب البيانات .

أ أكمِل مخطَّط الساق والأوراق لبيانات الدولة (أ) :

الأوراق	الساق
٧	١
٦	.....
٨	.....
٧	٤

ب أكمِل مخطَّط الساق والأوراق لبيانات الدولة (ب) :

الأوراق	الساق
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ج يمكن تمثيل الجدول بمخطَّط ساق وأوراق واحد مزدوج بدمج جدول (أ) مع جدول (ب) كما يلي :

دولة (أ)		دولة (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق
٧	١	٣
٠٦	٢	٢
٨	٣	٢٠
٧ ٩	٤	٥ ٩

ترتب الأوراق تصاعديًّا .

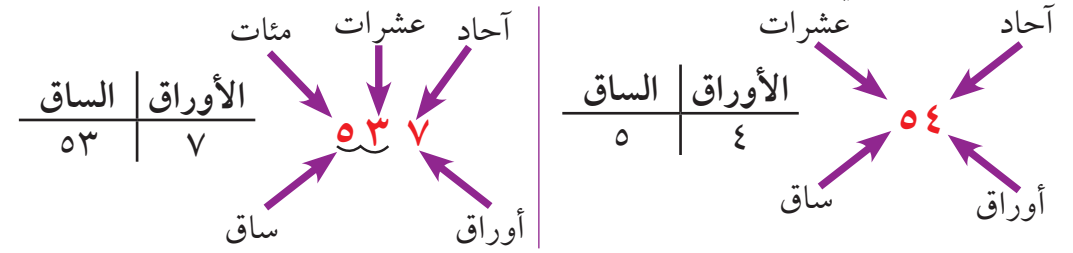
تُقرأ ٤٩ — تُقرأ ٤٧ — تُقرأ ٤٥ — تُقرأ ٤٩

تذكَّرْ أنّ :
خطوات عرض البيانات لمخطَّط الساق والأوراق:
١. أرسم خطّين متعامدين على شكل + .
٢. أكتب الساق جهة اليسار والأوراق جهة اليمين.
٣. إذا كان العدد مكوَّنًا من رقم واحد ، فاكتب جهة اليسار صفرًا .

لاحظ أن :
- كلّ عدد من البيانات يُجزَّأ إلى ساق وأوراق .
- إذا كان العدد مؤلَّفًا من رقمين ، يكون رقم العشرات جهة الساق ورقم الآحاد جهة الأوراق .
- إذا كان العدد مؤلَّفًا من ٣ أرقام ، يكون رقما العشرات والمئات جهة الساق ورقم الآحاد جهة الأوراق .

مثلًا :

الساق والأوراق في العددين ٥٤ ، ٥٣٧ .



تدرّب (١) :

أكمل مخطّط الساق والأوراق للبيانات الآتية :

٢٥٤ ، ٣٤٨ ، ٢٥٨ ، ٣٤٢ ،

١٣٦ ، ٣٤٩ ، ٢٧٦

الأوراق	الساق
٦	٣ .....
٤	٢٥
٦	٢ .....
٩ ..... ٢	٣٤

تدرّب (٢) :

يبين الجدول أدناه متوسّط درجة الحرارة المئوية اليومية لبعض أيّام شهر أبريل ، والتي تم رصدها خلال رحلة قام بها مبارك إلى المدينتين أ ، ب .

أ اصنع مخطط الساق و الأوراق المزدوج :

المدينة (أ)	١٢	٣٤	٢٣	١٨	٣٥	١٥	٢١	٣٤
المدينة (ب)	٣٠	٢٣	١٧	١٣	٣٢	٢١	١٤	٢٢

المدينة (أ)		المدينة (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

ب أكمِل ما يلي :

- أدنى درجة حرارة في المدينة (أ) هي .....
- أعلى درجة حرارة في المدينة (أ) هي .....
- أدنى درجة حرارة في المدينة (ب) هي .....
- أعلى درجة حرارة في المدينة (ب) هي .....

تمـــرَّنْ :

١ اِستخدِم مخطَّط الساق والأوراق المزدوج التالي الذي يعطي أطوال مجموعتين لبعض المتعلّمين بالسنتيمتر للإجابة عما يلي :

المجموعة (أ)		المجموعة (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق
	١٣	٥٣
٠٣	١٤	٣
٥٨	١٥	٣٠
٣٣٥٨	١٦	٣٠
٣٨	١٧	٥٠
٠٣٥	١٨	

أ ما عدد المتعلّمين الذين يبلغ طولهم ١٦٣ سنتيمترًا في المجموعة (أ)؟ .....

ب ما طول أقصر متعلّم في المجموعة (أ)؟ .....

وما طول أقصر متعلّم في المجموعة (ب)؟ .....

جـ ما طول أطول متعلّم في المجموعة (ب) ؟ .....

---

٢ يبيِّن الجدول أدناه كمّية الأمطار (بالملّيمتر) التي هطلت على مدينتين (١) و (٢) في إحدى السنوات .

المدينة (١)	٦٨	٨٠	٨٥	٨٥	٨٨	٨٨
المدينة (٢)	٦٢	٦٠	٧٣	٧٨	٧٨	٨٣

اِصنع مخطَّط الساق والأوراق المزدوج لهذه البيانات .

المدينة (١)		المدينة (٢)
الأوراق	الساق	الأوراق

٣ زار المدينة الترفيهية خلال ٩ أيّام الأعداد التالية من الزوّار :
٣٢٧ ، ٣٣٨ ، ٣٢٩ ، ٣١٧ ، ٣٢٢ ، ٣٣١ ، ٣١٢ ، ٣١٩ ، ٣٢٠
اِصنع مخطَّط ساق وأوراق للبيانات السابقة .

٤ يظهر مخطَّط الساق والأوراق المزدوج عدد دقائق التدريب اليوميّ لفريقين في لعبة كرة السلّة خلال ١٠ أيام :

فريق (أ)		فريق (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق
٤٥٧	٣	
١٢٩	٤	٨
١٦	٥	٨٣
٧	٦	٧٧٢
١	٧	٩٥٣٠

أجب عما يلي :

أ ما أطول وقت لتدريب كل فريق ؟ .....

ب ما أقصر وقت لتدريب كل فريق ؟ .....

جـ ما عدد الدقائق الأكثر تكرارًا لتدريب الفريق (ب)؟ .....

٦-٢ تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية
Represent the Data Using the Pie Charts

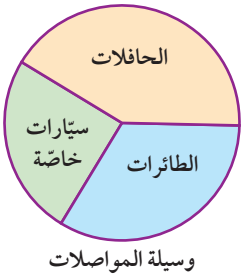
سوف تتعلّم : كيفية تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية .

العبارات والمفردات :
القطاعات الدائرية
Pie Charts

نشاط :

قام أحد الفنادق السياحية بحصر عدد الرحلات التي استقبلها ، وقد استخدم زائروه وسائل مواصلات مختلفة للوصول إليه ، **فكانت وفق الجدول التالي والتمثيل البياني المرفق.**

وسيلة المواصلات	الحافلات	سيّارات خاصّة	طائرات
عدد الرحلات	٧٥	٤٥	٦٠



وسيلة المواصلات

من التمثيل البياني المقابِل ، أجب عمّا يلي :

أ ما اسم التمثيل البياني ؟

.....

ب أيّ وسائل مواصلات هي أكثر تفضيلًا لدى الزائرين ؟

.....

جـ رتِّب وسائل المواصلات من الأكثر تفضيلًا إلى الأقلّ تفضيلًا .

.....

تذكَّرْ أنّ :

قياس الدائرة ٣٦٠°

و لمعرفة كيف تم تمثيل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية نستخدم التناسب التالي:

* قياس زاوية رأس القطاع ⟵ التكرار المقابِل لوسيلة المواصلات المطلوب تمثيلها

* قياس الدائرة كلّها ٣٦٠° ⟵ مجموع الرحلات كلّها

$$\frac{\text{زاوية رأس القطاع الدائري}}{٣٦٠^\circ} = \frac{\text{التكرار المقابِل لكل وسيلة}}{\text{مجموع الرحلات كلها}}$$

تذكَّرْ أنّ :

– تُستخدَم القطاعات الدائرية لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلّها .
– القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة محدّد بنصفي قطر وقوس فيها .

هذا التناسب يؤدّي إلى القاعدة التالية :

$$\text{قياس زاوية رأس كلّ قطاع} = \frac{\text{التكرار المقابل لكلّ قطاع}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ٣٦٠^\circ$$

ثم نتبع الخطوات التالية لتمثيل البيانات :

الخطوة الأولى : أوجِد العدد الكلّي للرحلات (مجموع التكرارات)

= ٧٥ + ٤٥ + ٦٠ = ----------

اللوازم :
- فرجار
- منقلة
- مسطرة
- الآلة الحاسبة

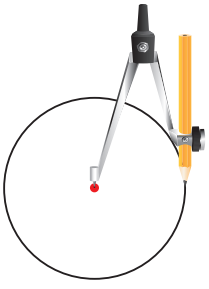
الخطوة الثانية : أوجِد قياس الزاوية التي تقابل كلّ وسيلة مواصلات لكل مما يلي:

أ قياس زاوية قطاع الحافلات = $\frac{٧٥}{١٨٠} \times ٣٦٠^\circ$ = ----------

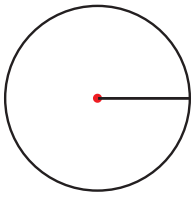
ب قياس زاوية قطاع السيّارات الخاصّة = $\frac{٤٥}{١٨٠} \times ٣٦٠^\circ$ = ----------

جـ قياس زاوية قطاع الطائرات = $\frac{٦٠}{١٨٠} \times ٣٦٠^\circ$ = ----------

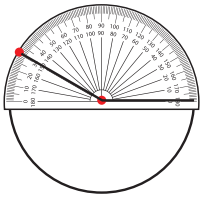
الخطوة الثالثة : ارسم دائرة أولًا ثم استخدم المنقلة لرسم القطاعات المناسِبة وسَمِّ كلّ قطاع ، ثمّ أعطِ التمثيل عنوانًا مناسِبًا .



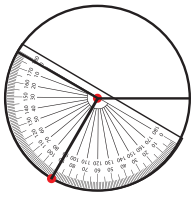
(١)



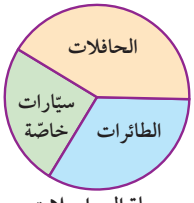
(٢)



(٣)



(٤)

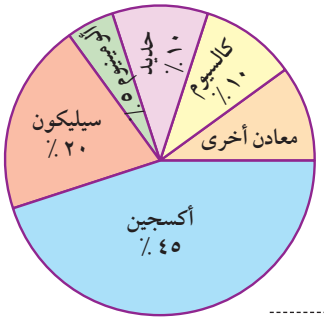


وسيلة المواصلات

(٥)

تدرّب (١) :

يمثّل التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابل ، العناصر المكونة للتربة على سطح الأرض . أجب عما يلي:



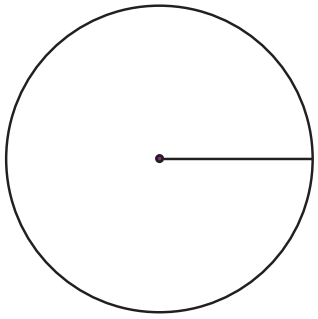
أ النسبة المئوية للمعادن الأخرى = ----------

ب العنصر الأكثر تواجدًا في التربة هو = ----------

جـ قياس زاوية قطاع الأكسجين = ----------

تدرّب (٢) :

ينفق موظّف راتبه الشهري كما يلي : ٣٠٠ دينارًا للمأكل ، ٢٥٠ دينارًا للمسكن ، ١٥٠ دينارًا للملبس ويوفّر ٢٠٠ دينار . أكمل ما يلي لتمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .



الراتب الشهري = ٣٠٠ + ٢٥٠ + ... + ... = ...

قياس زاوية رأس قطاع المأكل = $\frac{٣٠٠}{.....} \times ٣٦٠^\circ = ...^\circ$

قياس زاوية رأس قطاع المسكن = $\frac{٢٥٠}{.....} \times ٣٦٠^\circ = ...^\circ$

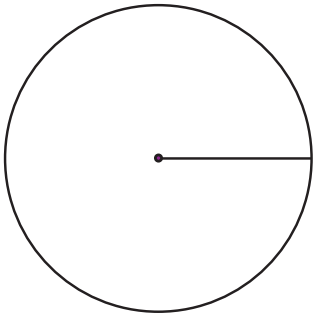
قياس زاوية رأس قطاع الملبس = $\frac{١٥٠}{.....} \times ٣٦٠^\circ = ...^\circ$

قياس زاوية رأس قطاع ما يوفّره = $\frac{٢٠٠}{.....} \times ٣٦٠^\circ = ...^\circ$

- اتبع الخطوة الثالثة من النشاط السابق لرسم القطاعات المناسبة .

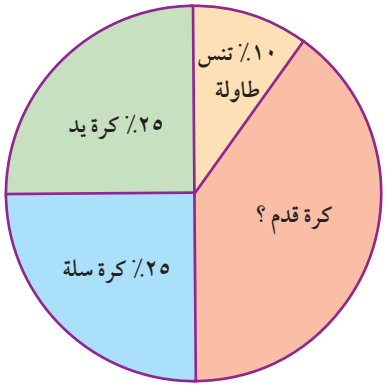
تدرّب (٣) :

الجدول التالي يمثل الرياضات المفضلة لدى متعلمي الصف الثامن و عددهم ٢٠٠ متعلم. أكمل الجدول ثم مثّل البيانات بالقطاعات الدائرية :



الرياضة المفضلة	كرة القدم	كرة السلة	الكرة الطائرة
النسبة المئوية	٥٠ ٪	٣٠ ٪	٢٠ ٪
قياس زاوية رأس القطاع	$\frac{٥٠}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = ١٨٠^\circ$	$\frac{٣٠}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ =$	$\frac{.....}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ =$ .....
عدد اللاعبين لكل رياضة	٥٠ ٪ × ٢٠٠ = ١٠٠		

تمـــرَّنْ :



١ يوضّح التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابِل النسبة المئوية للّاعبين في ملاعب إحدى المدارس . إذا كان عددهم هو ٤٠٠ متعلّم ، فأوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ النسبة المئوية للاعبي كرة القدم .

.....

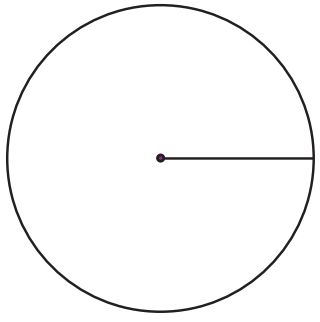
ب عدد لاعبي كرة تنس الطاولة .

.....

جـ عدد لاعبي كرة السلّة .

.....

٢ الجدول التالي يبين مستويات النجاح في إحدى المدارس للصف الثامن وعدد المتعلمين لكل مستوى . أكمل الجدول ثم مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية :



مستويات النجاح	عدد المتعلمين	قياس زاوية رأس القطاع
ممتاز	٩٠	
جيّد	١٧٠	
ضعيف	١٠٠	
المجموع		

٣ أكمل الجدول ثم مثِّل البيانات التالية بالقطاعات الدائرية :

الرحلات السياحية		
الوجهة السياحية	النسبة المئوية	قياس زاوية رأس القطاع
آسيا	٢٥ ٪	
أوروبا	٣٠ ٪	
دولة عربية	٤٥ ٪	
المجموع		

٦-٣ المتوسّط الحسابي – الوسيط – المنوال
The Mean – Median – Mode

سوف تتعلّم : كيفية تنظيم البيانات وإيجاد المتوسّط الحسابي والوسيط والمنوال .

العبارات والمفردات :
- متوسّط حسابي **Mean**
- وسيط **Median**
- منوال **Mode**
- قيم متطرّفة **Outlier**
- مركز الفئة **Center of an Interval**

نشاط (١) :

البيانات التالية توضّح أعمار ١٥ متعلّمًا أعمارهم تتراوح من ١٢ إلى ١٦ سنة للمشاركة في مسابقة لعبة كرة القدم .

أعمار ١٥ متعلمًا				
١٢	١٤	١٣	١٢	١٦
١٥	١٢	١٥	١٦	١٤
١٣	١٤	١٤	١٥	١٢

١ أكمل الجدول التكراري لهذه البيانات .

الأعمار	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	المجموع
علامات التكرار						
التكرار						

معلومات مفيدة :
يستخدم علماء الإحصاء المتوسّط الحسابي لإيجاد متوسّط دخل الفرد .

٢ أوجِد المتوسّط الحسابي من خلال الجدول السابق .

المتوسّط الحسابي = $\frac{(\ldots\ldots \times ١٢) + (\ldots\ldots \times ١٣) + (\ldots\ldots \times ١٤) + (\ldots\ldots \times ١٥) + (\ldots\ldots \times ١٦)}{١٥}$

$= \frac{\ldots\ldots\ldots}{١٥} = \ldots\ldots\ldots$

٣ رتِّب أعمار الـ ١٥ متعلّمًا ترتيبًا تصاعديًّا ، ثمّ أوجِد الوسيط .

.....

الوسيط هو .....

٤ أكثر البيانات تكرارًا من الجدول السابق هو ..... و ..... ويُسمّى .....

تذكَّرْ أنّ :
مقاييس النزعة المركزية التي تصف البيانات هي :
(١) المتوسّط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$
(٢) الوسيط هو القيمة الوسطى لمجموعة البيانات بعد ترتيبها تصاعديًّا أو تنازليًّا.
(٣) المنوال هو أكثر القيم تكرارًا .

تدرّب (١) :

لمجموعة البيانات التالية :

٩ ، ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٦ ، ٩ ، ٧ ، ٤

كوّن جدول تكراري (بسيط) ، ثمّ أوجِد ما يلي :

أ الجدول التكراري (البسيط) هو :

القيمة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	المجموع
التكرار							

ب المتوسّط الحسابي = (٤ × ١) + (٥ × .....) + (٦ × .....) + ...

.....

.....

جـ الوسيط هو .....

.....

د المنوال هو .....

تذكَّرْ أنّ :
٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨
الوسيط للبيانات السابقة هو $\frac{٤ + ٦}{٢} = ٥$

تدرّب (٢) :

جاءت أوزان عدد من الأشخاص بالكيلوجرام (كجم) كما يلي :
٦٥ ، ٥٧ ، ٥٩ ، ٦١ ، ٢٠٤ ، ٦٧ ، ٦٤ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦٣

اللوازم :
– آلة حاسبة

أ أوجِد المتوسّط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه الأوزان .

المتوسّط الحسابي = ...

.....

الوسيط = ...

المنوال هو .....

ب هل توجَد قيمة بعيدة عن البيانات ؟ ..... ، ما هي ؟ .....

تُسمّى القيم البعيدة عن معظم مجموعة البيانات بـ القيمة المتطرّفة .

جـ أوجِد المتوسّط الحسابي والوسيط والمنوال للأوزان السابقة من دون القيمة المتطرّفة .

المتوسّط الحسابي = ...

الوسيط = ...

المنوال هو .....

فكِّر وناقِش

من تدرب (٢) السابق ، ما تأثير القيم المتطرّفة على المتوسّط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات ؟

تذكَّرْ أنّ :
(١) المدى يساوي
أكبر قيمة – أصغر قيمة
(٢) طول الفئة يساوي
الحد الأعلى للفئة –
الحد الأدنى للفئة .

نشاط (٢) :

بلغت أطوال قامات متعلّمي أحد فصول رياض الأطفال بالسنتيمتر كما هو موضَّح في الجدول التكراري ذي الفئات المقابل :

جدول تكراري ذو فئات	
الفئات	التكرار
٦٥ –	٦
٧٥ –	٧
٨٥ –	٣
٩٥ –	٣
١٠٥ – ١١٥	١

مركز الفئة : هو المتوسّط الحسابي لطرفيها .

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

تذكَّرْ أنّ :
الفئة (٦٥–)
تقرأ : ٦٥ فأكثر .

أ أوجِد مراكز الفئات ، ثمّ أكمِل الجدول .

مركز الفئة (٦٥ –) = $\frac{٦٥ + ٧٥}{٢}$ = ٧٠

مركز الفئة (٧٥ –) = $\frac{٧٥ + ٨٥}{٢}$ = ---------

مركز الفئة (٨٥ –) = $\frac{\text{---------} + \text{---------}}{٢}$ = ---------

مركز الفئة (٩٥ –) = $\frac{\text{---------} + \text{---------}}{\text{---------}}$ = ---------

مركز الفئة (١٠٥ –) = $\frac{\text{---------}}{\text{---------}}$ = ---------

هناك طريقة أخرى لإيجاد مراكز الفئات : نوجد نصف طول الفئة .
مثلًا : $\frac{١}{٢} \times [٦٥ - ٧٥] = ٥$
يضاف نصف طول الفئة إلى كل حد أدنى من الفئات لكي نحصل على مراكز الفئات .

الفئات	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
٦٥ –	٦	٧٠	٦ × ٧٠ = ٤٢٠
٧٥ –	٧		
٨٥ –	٣		
٩٥ –	٣		
١٠٥ – ١١٥	١		
	المجموع =		المجموع =

ب أوجِد المتوسّط الحسابي للبيانات السابقة مستخدِمًا مراكز الفئات .

$$\text{المتوسّط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (التكرار × مركز الفئة)}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{\text{مجموع (ت × م)}}{\text{مجموع (ت)}}$$

= ----------

= ----------

تدرّب (٣) :

من خلال البيانات التالية :

١٧ ، ١٨ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٩ ، ٢٠ ، ١٨ ، ١٥ ، ١١ ، ٢٤ ، ٢٦ ، ٢٩ ، ٣٠ ،
١٠ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٢ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٨ ، ٢٠ ،
٢٩ ، ١٥ ، ١٤ ، ٢٨

أ أكمِل الجدول التكراريّ التالي :

الفئات	علامات العدّ	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
١٠ –	𝍸 𝍸	١٠	$\frac{١٠ + ١٦}{٢}$ = ١٣	١٠ × ١٣ = ١٣٠
١٦ –				
٢٢ –				
٣٤ – ٢٨				
		المجموع =		المجموع =

ملاحظة :
نصف طول الفئة = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣

ب أوجِد المتوسط الحسابي لهذه البيانات مستخدِمًا مراكز الفئات .

المتوسّط الحسابي = ...

تدرّب (٤) :

لدينا مخطَّط الساق والأوراق المزدوج لمجموعتين من البيانات أ ، ب .

الأوراق (أ)	الساق	الأوراق (ب)
٢	٥	١
٧٨٨	٦	٥٤
٣	٧	٣٣٢

أ ما منوال البيانات (أ) ؟ .....

وما منوال البيانات (ب) ؟ .....

ب ما وسيط البيانات (أ) ؟ .....

وما وسيط البيانات (ب) ؟ .....

جـ أوجِد المتوسّط الحسابي لبيانات (أ).

$= \frac{٥٢ + ٦٧ + (٢ \times ٦٨) + \text{.....}}{٥} = \text{.....}$

تمـــرَّنْ :

١ نال متعلّمو الصفّ الثامن في أحد الاختبارات الدرجات التالية

(الدرجة النهائية للاختبار من ٢٠) :

١٣ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٩ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٠ ، ١٥ ،

١٧ ، ١٨ ، ١١ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٤ ، ١١

أوجِد المتوسّط الحسابي والوسيط والمنوال للبيانات السابقة .

.....

.....

.....

---

٢ في أحد الأعوام كان عدد رحلات ناقلات البترول لإحدى شركات النفط خلال ٩ أشهر هو :

٩ ، ١٧ ، ١٥ ، ٩ ، ٨ ، ١٢ ، ١٣ ، ٨٩ ، ٨

عيِّن القيمة المتطرّفة واحسب المتوسّط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات دون القيمة المتطرّفة .

.....

.....

.....

٣ اِستخدِم مخطَّط الساق والأوراق للإجابة عن الأسئلة التالية :

الأوراق (أ)	الساق	الأوراق (ب)
٠٢	١٦	٠
١٣٤	١٧	٢١
٢٢٣	١٨	٣٣٣
٤٤	١٩	٠

أ ما منوال البيانات (أ) ومنوال البيانات (ب) ؟

.....

.....

ب أوجِد الوسيط للبيانات (أ) والوسيط للبيانات (ب) .

.....

.....

جـ أوجِد المتوسّط الحسابي للبيانات (ب) .

.....

---

٤ في إحدى دورات الألعاب الأولمبية بلغت نتائج الوثب الطويل بالسنتيمتر ما يلي : ٨٦١ ، ٨٥٣ ، ٨٤٤ ، ٨٢٩ ، ٨٢٥ ، ٨٢٠ ، ٨٦٢ ، ٨٣٧ ، ٨٢٧ ، ٨٤٧ ، ٨٥٦ ، ٨٤٩ ، ٨٥٠ ، ٨٤٠ ، ٨٣٢ ، ٨٣٤ ، ٨٥١ ، ٨٢٤ ، ٨٣٦ .

أ أوجِد المدى لهذه البيانات . .....

ب أكمل الجدول التكراري التالي :

الفئات	علامات العدّ	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
٨٢٠ –				
٨٣٠ –				
٨٤٠ –				
٨٥٠ –				
٨٦٠ –				
		المجموع =		المجموع =

جـ أوجِد المتوسّط الحسابي لهذه البيانات مستخدِمًا مراكز الفئات .

.....

.....

٦-٤ مراجعة الوحدة السادسة
Revision Unit Six

١ **في مقارنة بين أطوال قامات ٧ متعلمين من كل من متعلّمي الصفّين الثامن والتاسع في إحدى المدارس تبيّن ما يلي :**

أطوال قامات متعلّمي الصفّ التاسع :

١٧٠ ، ١٦٩ ، ١٦٧ ، ١٦٥ ، ١٦٩ ، ١٧١ ، ١٧٢

أطوال قامات متعلّمي الصفّ الثامن :

١٦٦ ، ١٥٩ ، ١٦٩ ، ١٧٠ ، ١٥٩ ، ١٥٨ ، ١٦٠

أ مثِّل البيانات السابقة باستخدام مخطَّط الساق والأوراق المزدوج .

أوراق (التاسع)	الساق	أوراق (الثامن)

ب أكمِل الجدول التالي مستخدمًا مخطَّط الساق والأوراق المزدوج .

	الصفّ الثامن	الصفّ التاسع
المتوسّط الحسابي		
الوسيط		
المنوال		
المدى		

٢ في إحدى الدورات الأولمبية حقّق فريق السيّدات النتائج التالية في الوثب العالي بالسنتيمتر :
٢٠٤ ، ٢٠٣ ، ٢٠١ ، ١٩٩ ، ١٩٧ ، ١٨٥ ، ١٨٧ ، ١٨٨ ، ٢٠٢ ، ٢٠٤ ، ١٩٤ ،
١٩٥ ، ١٩٧ ، ١٩٣ ، ١٨٦ ، ١٨٤ ، ١٩٢ ، ١٩١ ، ١٨٠ ، ٢٠٠

أ أوجِد المدى لهذه البيانات .

ب أكمل الجدول التكراري التالي :

الفئة	العلامات	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
١٨٠ –				
١٨٦ –				
١٩٢ –				
١٩٨ –				
٢٠٤ – ٢١٠				
		المجموع =		المجموع =

جـ اِستخدِم مراكز الفئات لإيجاد المتوسّط الحسابي .

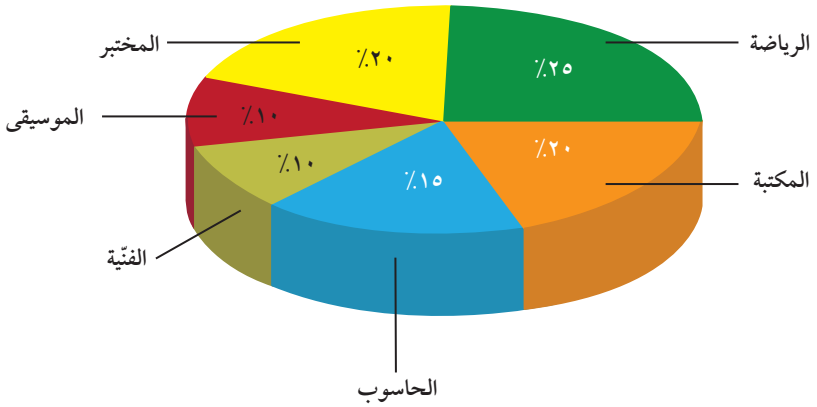
---

٣ يُبيّن الجدول المقابل توزيع متعلّمي إحدى المدارس الابتدائية على فصولها الخمسة .
مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية .

توزيع متعلّمي المدرسة		
الصفّ	النسبة المئوية	قياس زاوية رأس القطاع
الأوّل	٢٥٪	
الثاني	٢٥٪	
الثالث	٢٠٪	
الرابع	١٥٪	
الخامس	١٥٪	

٤ يبيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه توزيع مخصَّصات إحدى المدارس في عام ٢٠١٢ م على الأنشطة المدرسية المختلفة . استخدم ذلك في الإجابة عن الأسئلة التي تليه .

مخصَّصات الأنشطة المدرسية



أ ما النشاط الذي له أكبر حصّة من المخصَّصات ؟

.....

ب ما الأنشطة التي لها حصص متساوية من المخصَّصات ؟

.....

جـ ما الكسر الذي يدلّ على مخصَّصات النشاط الرياضي ؟

.....

د إذا كانت المخصَّصات للنشاطات في هذا العام ٨٠٠٠ د . ك ، فما حصّة كلّ نشاط من النشاطات الآتية :

(١) الحاسوب	(٢) الموسيقى	(٣) المختبر
.....	.....	.....
.....	.....	.....

هـ بكم تزيد مخصَّصات المكتبة على الحاسوب ؟

.....

.....

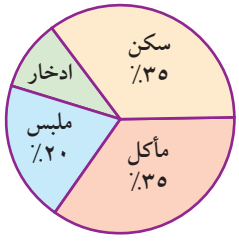
اِختبار الوحدة السادسة

أوّلًا : في البنود (١-٣) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ في مخطَّط الساق والأوراق المقابِل ، المنوال هو ٢٣ .		(أ) (ب)

الأوراق	الساق
٠٢٣٤	١
٢٢٤٥	٣

٢ في التمثيل البياني المقابِل : إذا كان الدخل الشهري للأسرة هو ٢٠٠٠ دينار ، فإنّ ما تدّخره الأسرة شهريًّا هو ٢٠٠ دينار .		(أ) (ب)



٣ إذا كانت مجموعة من البيانات مكوَّنة من ٤ قيم ، والمتوسّط الحسابي لهذه القيم هو ٢٨ ، فإنّ مجموع هذه القيم يساوي ٧ .		(أ) (ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابات الصحيحة :

٤ أيّ ممّا يلي ليس متوسّطًا حسابيًّا ولا وسيطًا ولا منوالًا لمجموعة البيانات التالية :

٠ ، ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ٥٠ (د) ٦

---

٥ المدى لمجموعة البيانات التالية : ١٩ ، ٩٠ ، ٩٢ ، ٩٤ ، ٩٤ هو :

(أ) ٩٢ (ب) ٧٥ (جـ) ٩٤ (د) ١١٣

---

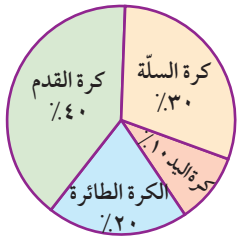
٦ الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٦ ، ٢ ، ٩ ، ٤ هو :

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

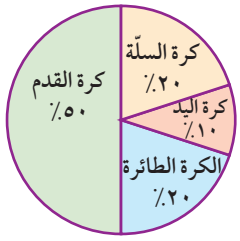
٧ في الجدول المقابِل ، إنّ التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المناسِب في ما يلي هو :

الرياضة	كرة اليد	كرة السلّة	كرة القدم	الكرة الطائرة	المجموع
العدد	١٨٠	١٢٠	٢٤٠	٦٠	٦٠٠

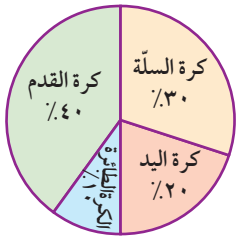
(أ) الرياضة المفضَّلة



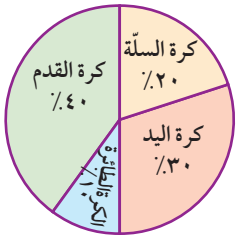
(ب) الرياضة المفضَّلة



(جـ) الرياضة المفضَّلة



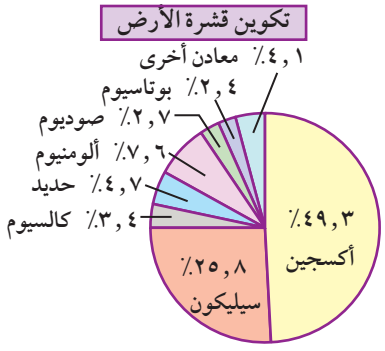
(د) الرياضة المفضَّلة



٨ العدد الذي يمثّل الساق ٨ والورقة ٧ هو :

(أ) ٨٧ (ب) ٧٨ (جـ) ٨٨ (د) ٨٠٧

٩ في التمثيل البياني المقابِل ، إنّ النسبة المئوية لقطاع السيليكون وقطاعِ الأكسجين بالنسبة إلى تكوين قشرة الأرض هي :



(أ) ٥٣,٤٪ (ب) ٨,٨٪ (جـ) ٢٩,٨٪ (د) ٧٥,١٪

١٠ في التمثيل المقابِل ، إنّ أعلى كمّية دهون من بين أنواع الفطائر هي :

(أ) ٦٣ (ب) ٣٦ (جـ) ٥٩ (د) ١٩

كمّية الدهون بالجرام في فطائر اللحم والدجاج

أوراق (لحم)	الساق	أوراق (دجاج)
	٠	٨
٠٥٩	١	٩٨٥٥٣٣
٠٦	٢	٠
٠٣٦	٣	