الجُمهوريَّةُ العربيَّةُ السُّوريَّةُ
وزارة التَّربية والتّعليم

الرّياضيّات

كتاب الطالب

الصَّفُّ السابع الأساسي

2025 - 2026 م

1446 هـ

طُبِعَ أوّلَ مرّةٍ للعامِ الدّراسيِّ 2013 - 2014 م

الفهرس

الوحدة الأولى: الأعداد والعمليات

- 1-1 الأعداد الطبيعية 3
- 1-2 الأعداد الصحيحة (الجمع والطرح) 5
- 1-3 الأعداد الصحيحة (الضرب والقسمة) 10
- 1-4 الأعداد العادية 13
- 1-5 العمليات على الأعداد العادية 15
- 1-6 الأعداد العادية ومَعْلَمُ المستوي 20

الوحدة الثانية: العبارات الجبرية والمعادلات

- 2-1 العبارات الجبرية 25
- 2-2 حل المعادلات 28

الوحدة الثالثة: متوازيات الأضلاع

- 3-1 متوازي الأضلاع ومركز التناظر 36
- 3-2 مساحة متوازي الأضلاع 42
- 3-3 مستقيمان متوازيان وثالث قاطع 46
- 3-4 الانتقال من الشكل الرباعي إلى متوازي الأضلاع 49
- 3-5 حالات خاصة: مستطيل، معين، مربّع 55

الوحدة الرابعة: التناظر

- 4-1 التناظر المركزي 59
- 4-2 إيجاد النظير بالنسبة إلى نقطة 68
- 4-3 مراكز ومحاور التناظر 71

الوحدة الخامسة: النسبة والتناسب

- 5-1 التناسب 75
- 5-2 النسبة المئوية 84
- 5-3 واحدات القياس 90
- 5-4 مقياس الرسم 94
- 5-5 المعدل و الحركة المنتظمة 98 101

الوحدة السادسة: المثلث والدائرة

- 6-1 تصنيف المثلث 109
- 6-2 مجموع قياسات زوايا المثلث 113
- 6-3 رسم المثلث 118
- 6-4 رسم الدائرة المارة برؤوس المثلث 124
- 6-5 مساحة المثلث 127
- 6-6 مساحة الدائرة 130

الوحدة السابعة: المجسمات

- 7-1 الموشور القائم 137
- 7-2 الأسطوانة الدورانية 143

الوحدة الثامنة: الإحصاء والاحتمالات

- 8-1 التمثيلات البيانية 149
- 8-2 مخطط الانتشار والارتباط 155
- 8-3 الأحداث واحتمالاتها 157

منهاجي

متعة التعليم الهادف

1 - الأعداد الطَّبيعيَّة

سوفَ تتَعلَّم:

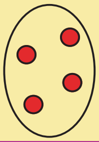
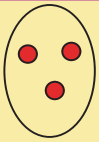
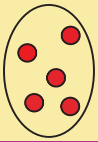
- مجموعة الأعداد الطَّبيعيَّة.
- قيمة العدد حسب منزلته.
- كتابة الأعداد في الصيغة العدديّة والصيغة اللَّفظيَّة والصيغة العدديّة اللفظيَّة.

صِلةُ الدَّرس:

مَنْ منَّا لم يتعاملْ مع الأعداد ... , 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0 في دراسته أو حياته اليوميَّة وفي هذا الدَّرس نتَعلَّمُ المزيدَ عنها.

انطلاقةٌ نشطة:

في الجَدول الآتي، في كلِّ سطرٍ إجابةٌ واحدةٌ صحيحةٌ، أشر إليها:

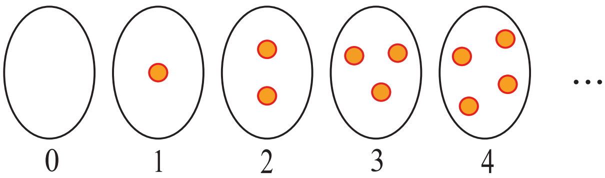
	C	B	A
المجموعةُ التي عدد عناصرها 5 هي			
قيمة العدد 4 حسب منزلته في العدد 7430 هي	4	4000	400

في الغابات تتساقطُ الملايين من أوراق الشَّجر كلَّ عام.

التي تشكل الدبال: ويُعد سماد طبيعي للأشجار

تَعلَّمْ (الأعداد الطَّبيعيَّة):

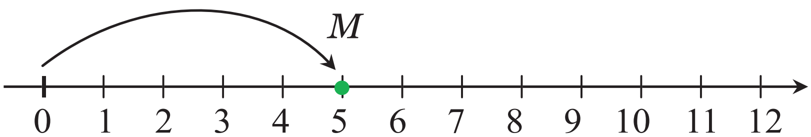
يَعُدُّ العددُ الطَّبيعي الأشياءَ ضمن مجموعة ما. فهو صِفرٌ إذا لم يكن لدينا أيُّ شيءٍ، وهو واحدٌ إذا كانَ لدينا شيءٌ واحدٌ وهكذا....



نرمز لمجموعة الأعداد الطَّبيعيَّة بالرَّمز $\mathbb{N}$ وهي تشمل الأعداد:

$$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, \dots\}$$

نُمثِّلها على مستقيم مُدرَّج نسمِّيه مستقيمَ الأعداد، كلّ عدد طبيعي يمثّل نقطة على مستقيمَ الأعداد، فالنُّقطة M تقابل العدد 5 وبُعد النُّقطة M عن الصِّفر يساوي 5 .



قيمة العدد حسب منزلته:

كلُّ عدد له قيمة حسب منزلته تساعدنا في كتابة وقراءة العدد وإجراء العمليَّات الحسابيَّة عند استعماله.

مثلاً ففي العدد 143282 ، قيمة العدد 4 هي 40000 لأنَّه مكتوب في منزلة عشرات الألوف.

منازل العدد

مليارات (بلايين)			ملايين			آلاف			وحدات		
مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد
0	8	3	0	0	0	0	5	0	0	0	2

يمكن كتابة العدد بثلاث صيغ مختلفة:

الصيغة العددية (القياسيَّة): 83000050002

الصيغة اللفظيَّة: ثلاثةٌ وثمانونَ ملياراً وخمسون ألفاً واثنان

الصيغة العددية اللفظيَّة: 83 مليار و 50 ألفاً و 2

تَحَقَّقْ من فهمك:

في العدد 525793 يظهر العدد 5 مرتين ما هي قيمته في كلٍّ من المرَّتين.

تدريب:

① ارسم مستقيماً للأعداد وعَيِّنْ عليه نُقطةً فاصلتها 8 .

② ما قيمة العدد 2 في العدد 1235698743

③ إنَّ متوسط المسافة بين كوكب نبتون والشَّمس هو 4 مليار و 503 مليوناً و 444 ألف كيلومتر، اكتب العدد بالصيغة العددية.

سوفَ تَتَعلَّم:

- جمع الأعداد الصَّحيحة.
- طرح الأعداد الصَّحيحة.

2 - الأعداد الصَّحيحةُ (الجمع والطَّرح)

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْتَ سابقاً أنَّهُ توجد أعداد موجبة وأعداد سالبة، نستعملها للتعبير عن الارتفاع والانخفاض، أو الربح والخسارة...، ومثَّلتَها على مستقيم الأعداد وسمَّيتَها مجموعةَ الأعدادِ الصَّحيحة، نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$

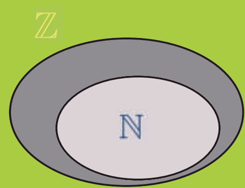
$-6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$

- كلُّ عددٍ موجب تماماً هو عددٌ أكبر من الصِّفر.
- كلُّ عدد سالب تماماً هو عددٌ أصغر من الصِّفر.
- العددُ صفر هو أصغر من أيِّ عدد موجب تماماً وأكبر من أيِّ عدد سالب تماماً.
- العدد الموجبُ تماماً أكبر من أيِّ عددٍ سالب تماماً.
- تزدادُ قيمةُ الأعداد الصَّحيحةِ عندما ننتقل على مستقيم الأعداد من اليسار إلى اليمين.

انطلاقةٌ نشطة:

في الجَّدول الآتي، في كلِّ سطرٍ إجابةٌ واحدة صحيحة، أشر إليها:

	C	B	A
أخفض درجة حرارة مُسجلة بين الإجابات هي:	صفر	10°	-5°
على المستقيم المدرَّج الآتي فاصِلة M هي: $M \quad O$ $0 \quad 1$	-2	+2	+4
على المستقيم المدرَّج الآتي بُعد G عن المَبدأ O هو: $G \quad O$ $0 \quad 1$	3	-3	0

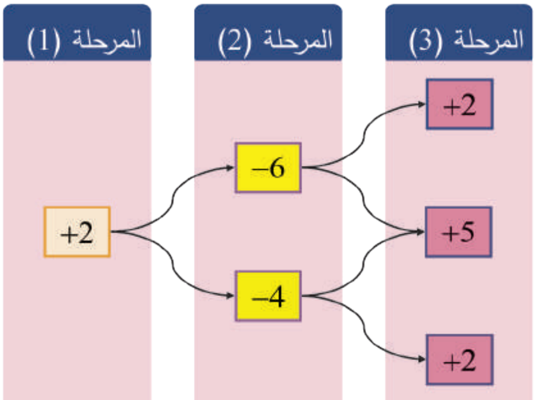


N مجموعة الأعداد الطَّبيعيَّة.

$\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصَّحيحة.

2. إحدى ألعاب الحاسوب مكوَّنة من ثلاث مراحل، يمثل المخطَّط المُبَيَّنُ أدناه النّقاطَ التي نحصل عليها في اللُّعبة. ننتقل من المرحلة الأوَّلى حتَّى المرحلة الثالثة وفق اتِّجاهات الأسهم. أَوجدْ طريقاً يسمح لنا بالحصول على أكبر مجموع من النّقاط.

علماً أنَّ إشارة (+) تدلُّ على الرِّبح، وإشارة (−) تدلُّ على الخسارة.



النتيجة	المسار
	1
	2
	3
	4

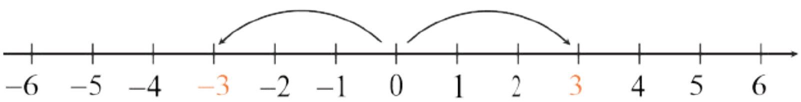
تَعلَّمْ :

الجمع

على محور الأعداد نقول إنَّ عددين متعاكسان إذا وقع الصفر (المبدأ) في منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما.

ولكل عدد على محور الأعداد مُعاكس نحصل عليه بتغيير إشارة هذا العدد ومعاكس العدد 0 هو العدد 0 نفسه.

في الشكل $+3$ ، -3 متعاكسان

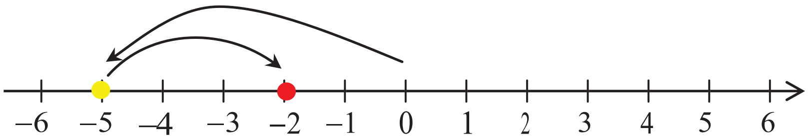


ناتجُ جمعِ عددٍ ومعاكسه هو الصِّفر.

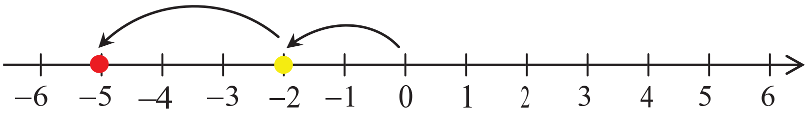
أمثلة: $(+3)+(-3)=0$, $(-8)+(8)=0$

بإمكانك جمع عددين صحيحين باستخدام مستقيم الأعداد:

حدِّد العدد الأوَّل ثم انتقل إلى اليمين لجمع عدد موجب وإلى اليسار لجمع عدد سالب.



$(-5)+(+3)=-2$



$(-2)+(-3)=-5$

قاعدة:

- عندما نجمع عددين من إشارة واحدة، نجمع بُعديهما عن الصِّفر ثم نرفق بالناتج الإشارة المشتركة.
- عندما نجمع عددين من إشارتين مختلفتين نطرح بُعد أقربهما عن الصِّفر من بُعد الآخر ثم نرفق بالناتج إشارة الأبعد.

أمثلة:

$(+8)+(-11)=-3$

$11-8=3$

إشارة -11 لأن $11>8$

$(-13)+(-5)=-18$

$13+5=18$

الإشارة المشتركة بين $-13\,,\,-5$

الكتابة المختزلة لعمليَّة الجَّمع:

- يمكن الاستغناء عن الأقواس وإشارة عمليَّة الجمع.
- يمكن الاستغناء عن إشارة (+) عند كتابة الأعداد الموجبة أو بعد إشارة (=) أو بداية عمليَّة حسابية.

العمليَّة	الكتابة المختزلة
$(-5)+(+8)$	$-5+8$
$(-15)+(-3)$	$-15-3$
$(+9)+(-11)$	$9-11$

أمثلة: $9-11=-2$ ، $-15-3=-18$ ، $-5+8=+3$

خاصة1: إذا كان $a\,,b$ عددان فإن $a+b=b+a$ الجمع عمليَّة تبديليَّة

خاصة2: إذا كانت $a\,,b\,,c$ ثلاثة أعداد $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$ فإن الجمع عمليَّة تجميعيَّة أي إنَّنا نستطيع إجراء عمليَّة الجمع وفق أيِّ ترتيب.

باستخدام هاتين الخاصَّتين نستطيع أن نجري عمليَّة الجَّمع بشكل أسرع مثلاً:

اجمع العددين الموجبين أولاً. $-9+7+2=-9+9=0$

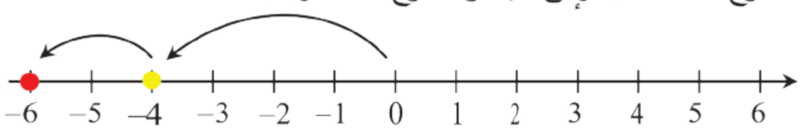
اجمع العددين السَّالبين أولاً. $25-13+10-12=25-25+10=+10$

الطَّرح:

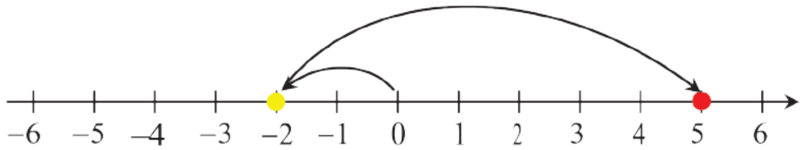
باستخدام مستقيم الأعداد:

حدِّد العدد الأوَّل ثم انتقل إلى اليمين لطرح عدد سالب وإلى اليسار لطرح عدد موجب.

$(-4)-(+2)=-6$



$(-2)-(-7)=+5$



قاعدة:

لطرح عدد من آخر نجمع معاكس المطروح مع المطروح منه.

الطَّرح ليس عمليَّة تبديليَّة وليس عمليَّة تجميعيَّة.

لاحظ $(+6)-(+2)=+4$ لكن $(+2)-(+6)=-4$ وبالتالي عمليَّة الطَّرح ليست تبديليَّة.

لاحظ $\big((+8)-(+2)\big)-(+1)=(+6)-(+1)=+5$

لكن $(+8)-\big((+2)-(+1)\big)=(+8)-(+1)=+7$ وبالتالي عمليَّة الطَّرح ليست تجميعيَّة.

أمثلة:

- $8-(+2)=8+(-2)=6$
- $(-2)-(-7)=(-2)+(+7)=+5$
- $-1-(+5)-(-7)=-1+(-5)+(+7)=+1$
- $34-(-6)=34+(+6)=40$
- $7-(+5)+(-20)=7+(-5)+(-20)=-18$
- $0-(-17)=0+(+17)=+17$

تَحَقَّقْ من فهمك:

أعطِ مثالاً عددياً يبيِّن خطأ القول " ناتج جمع عددين أحدهما موجب تماماً والآخر سَّالب تماماً، هو عدد موجب دوماً" .

تدريب:

(1) ارتفع المصعد من الطابق الأرضي مقدار 4 طوابق. اكتب العدد الصَّحيح الدال على مكان وجود المصعد.

(2) غطست الغواصة 25 متراً. اكتب العدد الصَّحيح الدال على ارتفاع الغواصة عن سطح البحر.

(3) أوجِدْ ناتج ما يأتي:

C:
1. $-3+5-2-1$
2. $2-6+1-5+8$
3. $-22+10-32$

B:
1. $(+9)-(-1)$
2. $(-8)+(5)-(11)$
3. $(-7)-((-9)-(-22))$

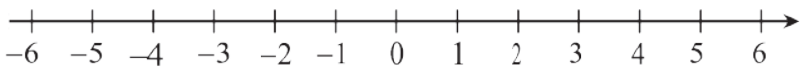
A:
1. $(+2)+(-6)$
2. $(-3)-(+5)$
3. $(-4)+(-2)$

(4) ارسم سهماً يصل بين كلِّ عبارة من اليمين وصيغتها المُبسَّطة (المختزلة) في اليسار

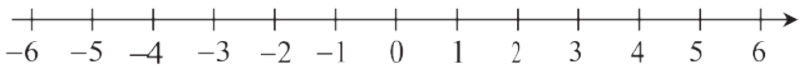
$(+9)-(+3)$	$-6-2$
$(-4)-(-7)$	$-4+7$
$(-6)-(+2)$	$9-3$
$(+9)-(-3)$	$6+2$
$(+6)-(-2)$	$9+3$

(5) مثل كلَّ عملية حسابية على مستقيم الأعداد المرافق لها في كل مما يأتي:

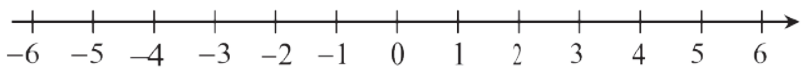
a) $(-5)+(+2)$



b) $(-2)+(+2)$



c) $-2-(-5)$



(6) أعطِ تفسيراً لكلّ مما يأتي:

1. $-9+3=3-9$
2. $5-3-1=(5-3)-1$

3 - الأعدادُ الصَّحيحة (الضَّرب والقسمة)

سوفَ تتَعلَّم:

- ضرب الأعداد الصَّحيحة.
- قسمة عددين صحيحين.

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْتَ سابقاً عمليتي الضَّرب والقسمة على الأعداد الطَّبيعيَّة، والآن كيف نجري هاتين العمليَّتين في مجموعة الأعداد الصَّحيحة؟

انطلاقةٌ نشطة:

في الجَّدول الآتي، في كل سطرٍ إجابةٌ واحدة صحيحة، أشر إليها:

	C	B	A
ناتج 9×7	36	16	63
ناتج $4 \div 8$	2	12	$\frac{1}{2}$
ناتج 0×3	3	0	30
ناتج $6 \div 0$	6	1	0
ناتج $0 \div 4$	0	4	غير ممكنة

ولمّا كانت الأعداد الصَّحيحة تتضمنُ أعداداً موجبةً وأعداداً سالبةً لابدَّ من مراعاة إشارة العدد عند إجراء عمليتي الضَّرب والقسمة.

الضَّرب:

قاعدة:

لإيجاد ناتج ضرب عددين صحيحين نتّبع ما يأتي:

1. نضرب العددين (دون النَّظر إلى إشارتيهما).
2. إشارة النَّاتج (+) إذا كان للعددين الإشارة نفسها.
إشارة النَّاتج (−) إذا كان العددين مختلفين بالإشارة.

أمثلة:

$(+6)\times(+2)=+12$ ، $(-4)\times(-5)=+20$

$(+5)\times(-5)=-25$ ، $(-7)\times(+2)=-14$

خواصُّ عمليَّة الضَّرب في مجموعة الأعداد الصَّحيحة هي نفسها في مجموعة الأعداد الطَّبيعيَّة :

1. الضَّرب عمليَّةٌ تبديليَّة:

إذا كان a,b عددان فإن: $a\times b=b\times a$

2. الضَّرب عمليَّة تجميعيَّة:

إذا كانت a,b,c ثلاثة أعداد فإن: $a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

3. إذا كان a عدداً صحيحاً فإن: $\left.\begin{array}{l} a\times 0=0\times a=0 \\ a\times 1=1\times a=a \end{array}\right\}$

أمثلة:

$(-7)\times(+5)=(+5)\times(-7)=-35$

$0\times(+5)=0$, $(-247)\times 0=0$

$((-5)\times(+3))\times(+2)=(-15)\times(+2)=-30$

$(-5)\times((+3)\times(+2))=(-5)\times(+6)=-30$

$1\times(+64)=+64$, $(-33)\times 1=-33$

لتعيين إشارةَ ناتج جداء عدَّة أعداد صحيحة نعُدُّ الإشارات السَّالبة، فإذا كان عددها زوجيَّاً تكون إشارة النَّاتج (+) وإذا كان عددها فرديَّاً تكون إشارة النَّاتج (−).

كتابة مختزلة لعمليَّة الضَّرب:

إذا جاء بعد إشارة الضَّرب حرف أو قوس يمكن الاستغناء عن إشارة × .

العمليَّة	الكتابة المختزلة
$(-5)\times(+8)$	$(-5)(+8)$
$-15\times a$	$-15a$
$9\times(x+2)$	$9(x+2)$

القسمة:

قاعدة:

لإيجادِ ناتج قسمة عددين صحيحين نتّبِعُ ما يأتي:

1. نقسّم العددين (دون النظر إلى إشارتيهما) بشرط أن يكون المقسوم عليه غير معدوم.
2. إشارة النَّاتج (+) إذا كان للعددين الإشارة نفسها.

   إشارة النَّاتج (−) إذا كان العددان مختلفين بالإشارة.

عمليَّة القسمة ليست تبديليَّة وليست عمليَّة تجميعيَّة.

أمثلة:

$(+6)\div(+2)=+3$ $(-24)\div(-2)=+12$ $\dfrac{-48}{-6}=+8$

$(+8)\div(-8)=-1$ $(-15)\div(+3)=-5$ $\dfrac{-63}{7}=-9$

تَحَقَّقْ من فهمك:

إذا كانت إشارة ناتج جداء عددين موجبة ماهي إشارة العددين؟

تدريب

① عيّن إشارة ناتج ما يأتي:

- $9\times(-48)$
- $(-5)\times(+8)$
- $145\div(-5)$
- $(-16)\div(-8)$

② أوجدْ ناتج ما يأتي:

$C\begin{cases} ❶\ (-2)(-3)(-4)(-5) \\ ❷\ (5-9)(10-12) \\ ❸\ (-3+6)(-25+50-18-7) \end{cases}$

$B\begin{cases} ❶\ (+9)\div(-1) \\ ❷\ 0\div(-3) \\ ❸\ (-1)(-2)(-5) \end{cases}$

$A\begin{cases} ❶\ (+2)\times(-6) \\ ❷\ (-36)\div(+6) \\ ❸\ (-4)(-2) \end{cases}$

③ املأ الفراغات لتكون المساواة صحيحة:

- $(-3)(+5)(....)=-15$
- $(.....)(-2)(+14)=140$
- $(....)(....)(+9)(-2)=-36$
- $(-123)(-47)(....)=0$

4 - الأعداد العاديَّة

سوفَ تتَعلَّم:

- مجموعة الأعداد العاديَّة.
- تمثيل الأعداد العاديَّة على مستقيم الأعداد.
- مقارنة الأعداد العاديَّة.

صِلةُ الدَّرس:

ليست كلُّ الأعداد التي نستعملها في حياتنا اليوميَّة هي أعدادٌ صحيحة، لابدَّ أنَّك تعاملتَ مع أعداد تحوي أجزاء مثل النِّصف والرُّبع والثُّلث...

انطلاقةٌ نشطة:

في الجَّدول الآتي، في كلِّ سطرٍ إجابةٌ واحدة صحيحة، أشر إليها:

	C	B	A
العدد 7 يمكن كتابته	$\frac{-14}{-2}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{0}{7}$
العدد -4 يمكن كتابته	$\frac{-6}{24}$	$\frac{-24}{6}$	$-\frac{1}{4}$
العدد 3.5 يمكن كتابته	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{2}$
العدد 4.25 يمكن كتابته	$\frac{425}{1000}$	$\frac{425}{100}$	$\frac{425}{10}$

لابدَّ من تحديد الوقت بأجزاء الثَّانية لمعرفة من الفائز في سباق السيارات.

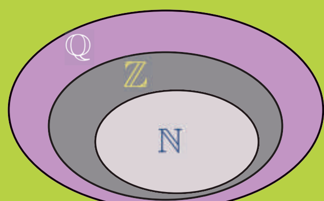
تَعلَّمْ:

مجموعةُ الأعداد العاديَّة $\mathbb{Q}$:

كلُّ عددٍ يمكن كتابته بالشَّكل $\frac{a}{b}$ ، حيث a عدد صحيح و b عدد طبيعي موجب تماماً، يسمى عدداً عاديَّاً. مثل الأعداد: $\frac{5}{4}$, $\frac{-1}{2}$

عندما يكون المقام 1 أو 10 أو 100 أو 1000 ... نسمي العدد العادي عدداً عشرياً أو كسراً عشرياً، فالكسر العشري $\frac{3}{100}$ يكتب كعدد عشري 0.03 ويمكن تمثيل الأعداد العاديَّة على مستقيم الأعداد، لاحظْ أنَّ:

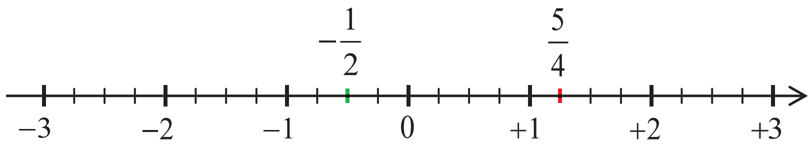
$$\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}=1.25$$



$\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطَّبيعيَّة.

$\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصَّحيحة.

$\mathbb{Q}$ مجموعة الأعداد العاديَّة.



وتُعدُّ الأعداد الصَّحيحةُ أعداداً عاديَّة أيضاً لأنَّ كلَّ عدد صحيحٍ يمكن كتابته بشكل كسر مثلاً:

$$+12=+\frac{24}{2}=+\frac{36}{3}=\dots \quad , \quad -7=-\frac{7}{1}=-\frac{14}{2}=\dots$$

تزدادُ قيمةُ الأعداد العاديَّة عندما ننتقل على مستقيم الأعداد من اليسار إلى اليمين.

$$-2<-1.25<-\frac{1}{2}<0<1<\frac{5}{4}<2$$

لأنّ العدد الموجب تماماً أكبر من أي عدد سالب تماماً استنتجنا أن $+\frac{569}{1458}>-\frac{645}{1956}$

لأنَّ العدد الموجبُ تماماً أكبر من أيِّ عددٍ سالب تماماً

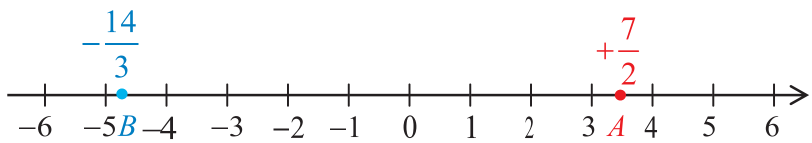
أمَّا للموازنة بين العددين $-\frac{19}{21}$, $-\frac{13}{15}$ نختزل كلَّ كسر إذا أمكن ونوحِّد مقامي العددين:

إنَّ المضاعف المشترك الأصغر لـ 21 , 15 هو 105 لذا نضرب حدَّيْ الكسر الأوَّل بـ 5 وحدَّي الكسر الثَّاني بـ 7 فيصبح العددان: $-\frac{95}{105}$, $-\frac{91}{105}$

نوازن البسطين: $-91>-95$ إذاً $-\frac{13}{15}>-\frac{19}{21}$

تَحَقَّقْ من فهمك:

قام وسيم بتمثيل النُّقطتين $B=-\frac{14}{3}$, $A=+\frac{7}{2}$ على مستقيم الأعداد، أكملْ ما بدأه وسيم بتمثيل النُّقط: $H=2\frac{1}{4}$, $G=-\frac{9}{4}$, $F=+\frac{3}{2}$, $E=+4$, $D=-3$, $C=0$



تدريب:

① رتِّب الأعداد الآتية تصاعديّاً: $+25.14$, $+10$, -6.25 , $+78$, -200

② رتِّب الأعداد الآتية تنازليّاً: 2 , $-\frac{4}{8}$, $-\frac{125}{225}$, $\frac{12}{32}$

5 - العمليّات على الأعداد العاديّة

سوفَ تتَعلَّم:

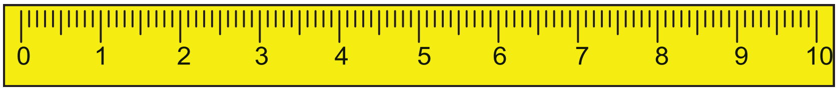
- التَّرميز العلمي لكتابة الأعداد الكبيرة .
- العمليَّات الحسابيَّة الأربعة على الأعداد العاديَّة.

يتم جمع الأزمنة في كافة مراحل سباق رالي الدرجات مع مراعاة أجزاء الثانية لتحديد الفائز .

صِلةُ الدَّرس:

وجدنا أنَّ الأعداد الصَّحيحة والكسور، والأعداد العشرية تؤلف معاً الأعداد العاديَّة $\mathbb{Q}$

انطلاقةٌ نشطة:



في الجَّدول الآتي، في كل سطرٍ إجابةٌ واحدة صحيحة، أشر إليها:

	C	B	A
العدد 3.60 هو نفسه العدد	3.6	36.0	0.36
العدد 3.6 أقرب إلى	4	3	0
$10 \times 10 \times 10$ يكتب	10^3	3×10	30

تَعلَّمْ:

التَّرميز العلمي لكتابة الأعداد الكبيرة :

بعض الأعداد تحوي عدداً كبيراً من الأصفار، مثلاً يبعد كوكب الأرض عن الشَّمس 150000000 كيلومتراً، لذا يفضِّل العلماء استخدام التَّرميز العلمي لكتابة هذه الأعداد ويكون ذلك بشكل جداء عدد عشري (منزلة واحدة إلى يسار الفاصلةِ العشريةِ) مضروباً بقوى للعدد 10 ، فالعدد 150000000 يكتب بالتَّرميز العلمي كما يلي:

$$150000000 = 15 \times 10000000 = 1.5 \times 100000000 = 1.5 \times 10^8$$

كتابة 150000000 بالتَّرميز العلمي هي: 1.5×10^8

مثال :

اكتب العدد 315000000 بالترميز العلمي

الحلّ :

3.15×10^{8} لاحظ كيف تمت كتابة العدد بمنزلة واحدة إلى يسار الفاصلة العشرية

تحقّق

اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالترميز العلمي:

1) 78000000 2) 2249100000 3) 4518000000

تمرّن :

١) اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالترميز العلمي:

١) ثلاثة مليارات وخمسمئة مليوناً

٢) 12 مليار و 5 ملايين

٣) 10100000000

٢) يبعد كوكب الزهرة عن الشمس 228000000 كيلومتراً اكتبه بالترميز العلمي

٣) انطلقت مركبة فضائية من الأرض باتجاه كوكب المشتري فقطعت مسافة 500000000 كيلومتراً فإذا كانت المسافة بين الأرض وكوكب المشتري 629500000000 كيلو متراً عبر عن المسافة المتبقية بالترميز العلمي

العمليَّاتُ الحسابيَّةُ الأربع على الأعداد العاديَّة:

عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة على الأعداد العاديَّة لابدَّ من مراعاة قواعد دراسة إشارة النَّاتج التي تَعلَّمْناها في مجموعة الأعداد الصَّحيحة.

قاعدة:

عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة على الكسور يجب جعل المقام موجباً.

عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة على الكسور يجب أن ننتبه لإشارة الكسر وكتابتها باستخدام قاعدة القسمة في الأعداد الصَّحيحة بشكل يسهل علينا إجراء العمليَّات الحسابيَّة، وإن $-\frac{a}{b}=\frac{(-a)}{b}=\frac{a}{(-b)}$ حيث $b \neq 0$

أمثلة:

إشارة المقام موجبة

- $\frac{-5}{-6}=+\frac{5}{6}$, $\frac{7}{-2}=-\frac{7}{2}$, $\frac{-3}{4}=-\frac{3}{4}$
- $-\frac{15}{11}+\frac{16}{11}=+\frac{1}{11}$
- $-\frac{4}{9}+\frac{7}{18}=-\frac{8}{18}+\frac{7}{18}=-\frac{1}{18}$

في عمليتي الجَّمع والطَّرح لابدَّ من توحيد مقامات الكسور.

- $12.3-15.7=-3.4$
- $-124.45+200.796=76.346$
- $-0.0045-12.039=-12.0435$

- $2\frac{1}{5}-(+3\frac{5}{6})=2\frac{1}{5}+(-3\frac{5}{6})$ نحوّل الطَّرح إلى عمليَّة جمع المعاكس

$=\frac{11}{5}+(-\frac{23}{6})$ نركِّب كلّ كسر

$=\frac{66}{30}+(-\frac{115}{30})$ نوحِّد المقامات

$=-\frac{49}{30}=-1\frac{19}{30}$ نطبِّق قاعدَة جمعِ عددين مختلفين بالإشارة ونكتب النَّاتج

نجري العمليَّة داخل القوسين

$$-\frac{2}{3}(3-\frac{2}{3})=-\frac{2}{3}(\frac{9}{3}-\frac{2}{3})$$

$$=-\frac{2}{3}(\frac{7}{3})=-\frac{14}{9}$$

لضرب كسرين نضرب البسط بالبسط والمقام بالمقام

$$(-\frac{5}{3})(+0.03)=(-\frac{5}{3})(+\frac{3}{100})=-\frac{1}{20}$$

$$(-5.14)(+7.2)=-37.008$$

- اضربِ الأعدادَ من دون وجود الفاصِلة العشريّة.
- عُدَّ الأرقامَ يمين الفاصِلة العشريَّة في كلا العددَين تجد أنّها ثلاثة أرقامٍ.
- ابدأ في ناتج الضَّرب من اليمين وعُدَّ ثلاثة أرقامٍ وضعِ الفاصِلة العشريَّة.

قاعدة:

لكلِّ عدد عادي $\frac{a}{b}$ غير الصفر مقلوب هو $\frac{b}{a}$

$$\frac{-\frac{3}{8}}{-\frac{12}{32}}=-\frac{3}{8}\times(-\frac{32}{12})=+\frac{96}{96}=+1$$

لإيجادِ ناتج قسمةِ كسرٍ أوَّل على كسرٍ ثانٍ نضرب الكسر الأوَّل بمقلوب الكسر الثَّاني.

$$\frac{-4}{-\frac{12}{7}}=-4\times(-\frac{7}{12})=+\frac{28}{12}=\frac{7}{3}$$

$$\frac{\frac{2}{7}}{-9}=\frac{2}{7}\times(-\frac{1}{9})=-\frac{2}{63}$$

$$(-9.775)\div(+2.3)=(-97.75)\div(+23)=-4.25$$

حاول أنْ تحلّ:

① اكتب بالتَّرميز العلمي 852 مليون.

② أوجد ناتج ما يأتي:

$$36.12 - 73.11 \quad , \quad 15.3 \times (-2) \quad , \quad (-4.2) \div (2)$$

$$7 \times (-\frac{3}{2}) \quad , \quad (-\frac{7}{3}) + (-\frac{1}{4}) \quad , \quad (\frac{1}{3}) - (-8)$$

$$\frac{5}{2} \times (-\frac{2}{5}) \quad , \quad (-7) + (-\frac{2}{4}) \quad , \quad (\frac{8}{3}) - (-\frac{7}{9})$$

6 - الأعداد العاديَّة ومَعْلَمُ المستوي

سوفَ تتَعلَّم:

- المستوي الإحداثي.
- تعيين نقط في مَعْلَمُ المستوي.
- قراءة إحداثيَّات النُّقط في مَعْلَمِ المستوي.

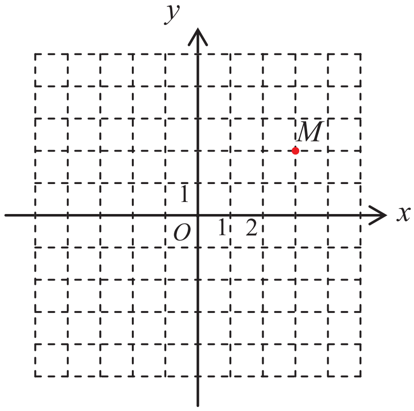
يستخدم المهندسون في برج المراقبة المستوي الإحداثي لتحديد موقع السفينة أثناء السفر في عرض البحر.

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْت سابقاً أنَّ المستوي الإحداثي يتعيَّن بمحورين أفقي وشاقولي وكلُّ نقطة في المستوي الإحداثي لها إحداثيَّات وعيَّنتَها على شبكة الإحداثيَّات.

انطلاقةٌ نشطة:

لتكنْ لدينا شبكة الإحداثيَّات:



في الجَّدول الآتي، في كل سطرٍ إجابةٌ واحدة صحيحة، أشر إليها:

A	B	C	
O	Oy	Ox	المحور الأفقي هو
O	Oy	Ox	المحور الشاقولي هو
(0,0)	(5,4)	(3,2)	إحداثيتا النُّقطة M هما

تَعلَّمْ:

- المحور الأفقي والمحور الشاقولي هما مستقيما أعداد متعامدان يتقاطعان في نقطة هي مبدأ الإحداثيَّات.
- نُسمِّي المحور الأفقي، محور الفواصل ونرمزه Ox.
- نُسمِّي المحور الشاقولي، محور التراتيب ونرمزه Oy .
- محورا الفواصل والتراتيب المتعامدان يشكلان مَعْلَم المستوي ويُسمَّى مستوي الإحداثيَّات ونُسمِّي نقطة تقاطعهما مبدأ الإحداثيَّات ورمزها O.

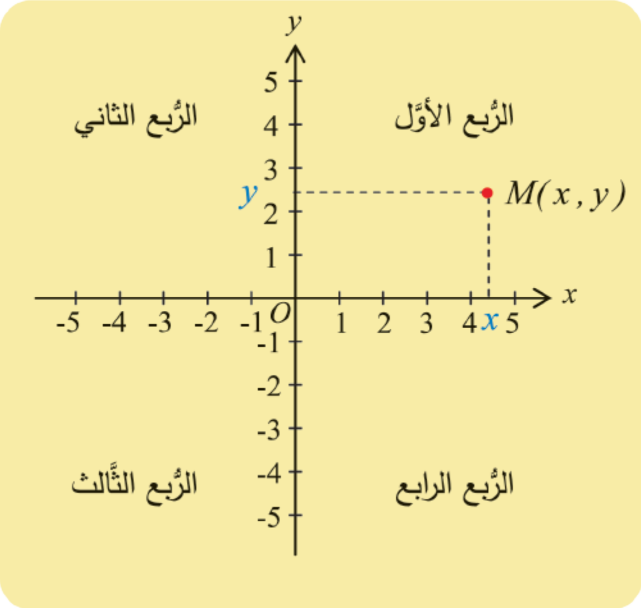
ويقسم المحوران المستوي إلى أربعة أرباع

الرُّبع الأوَّل ، الرُّبع الثاني، الرُّبع الثَّالث والرُّبع الرَّابع.

لكلّ نقطة M من المستوي إحداثيتان:

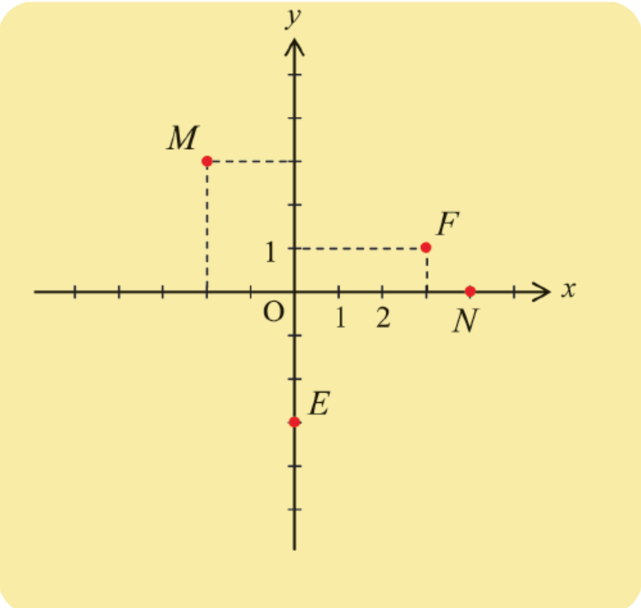
الإحداثية x تقع على محور الفواصل وتسمَّى فاصِلة النُّقطة، والإحداثية y تقع على محور التَّراتيب وتُسمَّى ترتيب النُّقطة.

ونكتب $M(x\,,y)$.



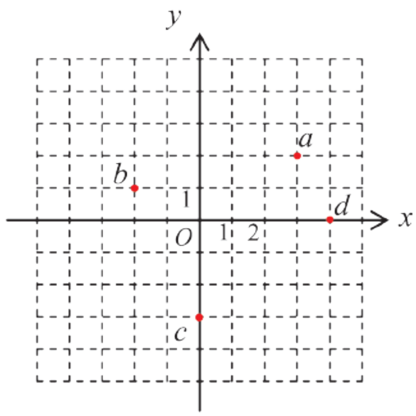
أمثلة:

في مستو مزوّد بمعلم مبدؤه O:



1. النُّقطة M فاصلتها $x = -2$ وترتيبها $y = 3$ ونكتب $M(-2\,,3)$ وتقع في الرُّبع الثَّاني.
2. النُّقطة $F(3,1)$ تقع في الرُّبع الأوَّل.
3. مبدأ الإحداثيَّات $O(0,0)$.
4. النُّقطة $N(4\,,0)$ تقع على محور الفواصل.
5. النُّقطة $E(0\,,-3)$ تقع على محور التَّراتيب .

حاول أن تحلّ :



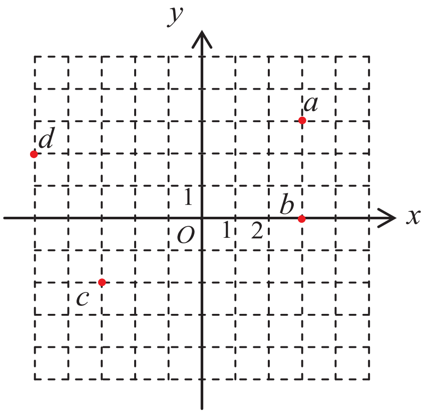
في الشكل المجاور

اكتب إحداثيَّات النِّقاط $a\,,b\,,c\,,d$

عيّن النُّقط: $e(-3,-1)\,,f(5,0)\,,g(-4,0)$

تدريب:

① في الشَّكل المرافق:



- اذكر نقطة لها فاصِلةُ a .
- اذكر نقطة لها ترتيب b .
- اذكر نقطتين فاصلتاهما موجبتان تماماً .
- اذكر نقطة ترتيبها سالب تماماً.
- اذكر نقطة فاصلتها وترتيبها سالب تماماً.
- اذكر نقطة فاصلتها سالب تماماً وترتيبها موجب تماماً.

② اذكر الرُّبع أو المحور الذي تنتمي إليه كل من النُّقط الآتية:

$a(5,3)$, $b(-8,2)$, $c(1,-4)$, $d(-2,-3)$

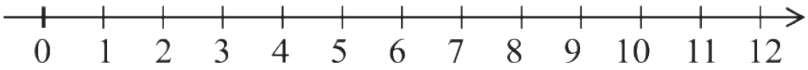
$h(0,5)$, $e(3,0)$, $f(-4,0)$, $g(0,-1)$

③ ارسم مَعْلَمَاً مُتعامداً مبدؤه O وعيِّن عليه النُّقط a, b, c, d, e

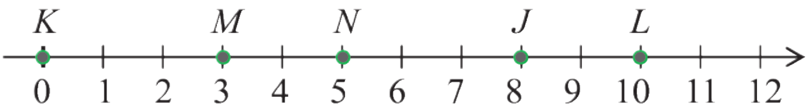
النُّقطة	a	b	c	d	e
الفاصِلة	$+2$	-2	0	-1	-2
التَّرتيب	$+3$	$+3$	-3	-2	-1

تمرينات

1) عيِّن النُّقط A,B,C,D,E التّي تقابل الأعداد $1,3,7,9,12$ على الترتيب.



2) اكتب العدد المقابل لكلّ من J,K,L,M,N



3) اكتبْ بالصّيغة اللّفظيَّة:

5000003   187903   78965   4586   123

4) اكتبْ بالصّيغة العدديّة :

- 4 ملايين و 5 مئة.
- 100 ألف و 2.
- خمسة مليارات وسبعة آلاف.

5) أتمم ما يأتي:

a– بالصيغة العدديّة:

398مليوناً = ________

12ألفاً = ________

b– بالصيغة العدديّة اللّفظيّة:

945 = 945000000000 ________

25 = 25000000 ________

6) استعمل الأعداد 9 ,3 ,5 ,1 ,7 لكتابة أكبر وأصغر أعداد ممكنة وكلّ منها مكوّن من 5 خانات بحيث يستعمل كلّ عدد مرّةً واحدةً فقط.

7) عيِّن إشارة ناتج ما يأتي:

- $9\times(-94)$
- $(-5)\times(52)$
- $144\div(-6)$
- $(-6)\div(-9)$

8) انسخْ في دفترك القائمتين الآتيتين وارسم سهماً يصل كلَّ عدد من القائمة اليمنى مع عدد يساويه من القائمة اليسرى:

20
-2
-3
-9

$-7-(+2)$
$-8-(-5)$
$9-(+11)$
$12-(-8)$
$-15-(-12)$
$14-(-6)$
$20-22$

9) أوجدْ ناتج ما يأتي:

① $(-2)+(-3)+(-7)$

② $(-18)+(+36)+(-12)+(+13)$

10) احسبْ ما يأتي:

$A=(-2)+(+3)+(-19)+(+4)$

$B=(+5)+(-90)+(+95)+(-5)$

$C=(-6)+(+8)+(-24)$

$D=25-(-5)+(-34)$

$E=-10+5-(1-17)+(-5)-(-12)$

$F=24-(7-9)+(-3)$

11) أوجدْ ناتج ما يأتي:

- $-7\times(+2)$
- $-8\times(-5)$
- $9\times(+11)$
- $12\div(-3)$
- $-15\times(-12)$
- $14\div(-7)$
- $(-20)\div(+20)$
- $(-9)\times(+9)$
- $(0)\div(-15)$
- $(-47)\times(0)$

12) رتّب تصاعدياً كلّ مجموعة من الأعداد الصحيحة الآتية:

$A) -13, +11, 0, +15, -18$

$B) -30, -80, -50, -100$

$C) +14, +32, -15, +15, -20$

13) ارسم مستقيم مدرَّج واحدته السنتيمتر ومبدؤه O

- عيِّنْ عليه النُّقطة N الّتي تقابل العدد -5.7
- عيِّنْ عليه النُّقطة H التي تقابل معاكس العدد -5.7

14) املأ كلّ فراغ بما يناسب الإشارتين > أو < :

①	$4 ...... 9$	⑥	$+\frac{5}{4} ...... +\frac{4}{5}$
②	$+\frac{3}{2} ...... +1$	⑦	$-7.22 ...... -7.202$
③	$-27 ...... -32$	⑧	$0 ...... -0.3$
④	$+10\frac{2}{5} ...... +7.2$	⑨	$+32.507 ...... +32.57$
⑤	$-11.3 ...... -9.7$	⑩	$-1 ...... -1.001$

15) املأ كلّ فراغ بعدد مناسب لتحصل على كتابةٍ صحيحة

$3 < .... < 3.1$

$\frac{3}{4} < .... < 1$

$-2 < .... < -1$

$-6\frac{1}{5} < .... < 6.1$

$-\frac{5}{2} < .... < -\frac{3}{2}$

$-10.51 < .... < -10.5$

16) ارسم مَعْلَمَاً متعامداً مبدؤه O :

1. ارسم المثلث ABC الذي إحداثيَّات رؤوسه: $A(1,1), B(4,1), C(4,4)$
2. عيّن إحداثيِّتي النُّقطة D حتى يكون الشكل الرباعي $ABCD$ مربعاً.

17) أوجد ناتج كلّ مما يأتي :

a) $\dfrac{-3+(-7)}{2}$

b) $\dfrac{-10+(-6)}{4}$

c) $\dfrac{[4+(-6)]+(-1+7)}{-3}$

d) $\dfrac{[-9+(-5)]+(-2+8)}{-8}$

18) ضع الأعداد المناسبة في كلّ جدول من الجدولين الآتيين ليكون مجموع الأعداد في كل سطر وكل عمود المجموع ذاته:

1

		3
		4
1		−1

2

−2		−4
−3	−1	1

19) سافر كمال الساعة 2 ظهراً بتوقيت دمشق من سورية إلى المكسيك فاحتاج 12 ساعة.

تُرى كم كانت الساعة في المكسيك عندما وصل كمال إلى هناك؟

اختلاف التوقيت عن غرينتش	المدينة
+2	دمشق
−5	المكسيك

21) لعب أنس وعادل إحدى ألعاب الحاسوب المؤلفة من ثلاث مراحل وتم تسجيل عدد النقاط التي حصل عليها كل منهما كما في الجدول الآتي.

تُرى أيّ منهما هو الفائز؟

المرحلة	عادل	أنس
1	+10	+8
2	−5	−10
3	+15	13

22) اشترك رياض وعماد في مسابقة، طرح فيها مئة سؤال حيث يحصل المتسابق على نقطتين إذا اختار إجابة صحيحة ويخسر نقطة إذا اختار إجابة خاطئة ولا ينال أي نقطة على السؤال عند ترك السؤال من دون إجابة.

لاحظ إجابات رياض وعماد الموضحة بالجدول الآتي وحدد من الفائز.

عدد إجابات رياض	عدد إجابات عماد	الإجابة
50	70	صحيحة
30	20	خاطئة
20	10	دون إجابة

1- العبارات الجبريَّة

سوف تتعلّم:

- العبارة الجبرية $ax+b$
- الحدّان الجبريان المتشابهان
- تبسيط (اختزال) عبارة جبرية
- تحويل نصٍّ إلى عبارة جبرية

صلة الدّرس:

تعلَّمت في العام الدّراسي السابق العبارة الجبريَّة ولاحظت أنه عند حلّ المسائلِ نحتاجُ العباراتِ الجبريَّة من أجل تبسيط حل المسألة.

انطلاقةٌ نَشِطة:

- املأ الجدول الآتي بالعباراتِ الجبريَّةِ المناسبة:

النص	العبارة الجبريَّة
أقلّ من 5 بمقدار **1**	$5-1$
ربع العدد 8	$\frac{1}{4}\times 8$
ثلاثة أضعاف x	$3x$
أقل من x بمقدار **1**	
يزيد على **y** بمقدار **5**	
ضعفا العدد x	
ثلث **y** مضافاً إليه **7**	

- أكملْ الفراغات:

$$1)\ 2(3+8)=2\times 3+2\times\ldots.$$
$$2)\ 5(7-3)=\ldots\times\ldots-\ldots\times\ldots$$

- سألَ غيثٌ البائعَ عن سعر قطعة الحلوى فقال له: 50 ليرةً.

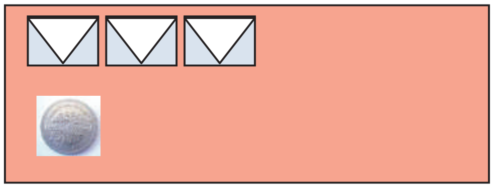
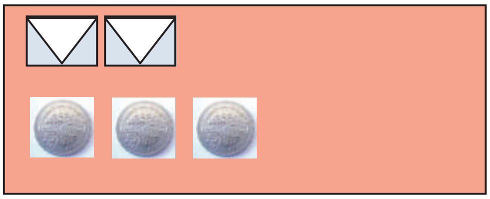
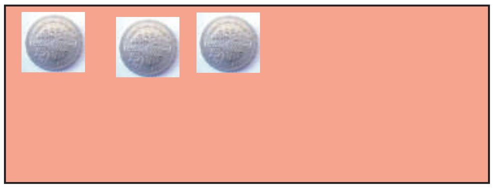
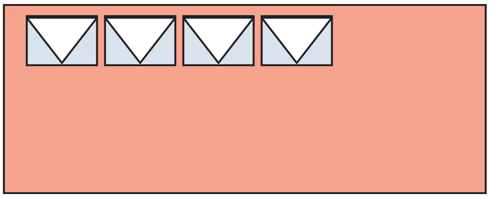
فإذا كان عدد قطع الحلوى الّتي يريدها غيث x كان المبلغ الذي سيدفعه $50x$.

عندما $x=3$ فإن المبلغ يساوي ....

عندما $x=6$ فإن المبلغ يساوي ....

نشاط 1:

تحتوي المغلَّفاتُ الآتية على كمِيّات متساوية من النقود، حيث رمزنا إلى ما يحتويه المغلَّف من نقودٍ بالرَّمز x، عبّرْ عن كلّ شكلٍ من الأشكال الآتيةِ بعبارةٍ جبريَّة مناسبة كما في الشّكل (1)

الشّكل (2)	الشّكل (1)
	
....	$2x+3$
الشّكل (4)	الشّكل (3)
	
....	....

تعلَّم(العبارة الجبريّة):

كلُّ صيغةٍ من الشّكل $ax+b$ هي عبارةٌ جبريّةٌ مكونةٌ من قسمين، نُسمّي كلاً منهما حدّاً جبرياً:

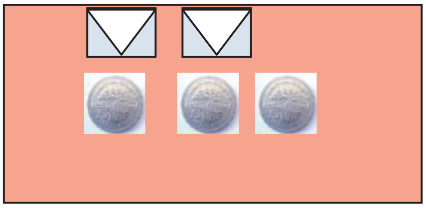
$$ax+b$$

حدٌّ ثابت   المتغير   مَثَل المتغير

نشاط 2: أكمل الجدول الآتي:

الحدّ الثّابت	المتغيّر	مَثَل المتغيّر	العبارة الجبريَّة
$+1$		3	$3x+1$
-4			$2z-4$
			$\frac{1}{2}x+8$
$-\frac{1}{3}$		1	$x-\frac{1}{3}$
			$-4x$
4	y	$\frac{2}{5}$	

نشاط 3:



يحتوي المغلَّفان المجاوران على كمِيّات متساوية من النقود، حيث رمزنا إلى ما يحتويه المغلَّف من نقودٍ بالرَّمز x، عبّر بعبارةٍ جبريَّة مناسبة عن الشكل المجاور.

احسب المبلغ الإجمالي إذا علمت أن كلاً من المغلفين يحوي 50 ليرة سوريَّة.

تعلَّم حساب (قيمة عبارة جبرية):

لحساب قيمة عبارة جبرية عند قيمةٍ معطاةٍ لمتغيّر، نستبدل القيمةَ المعطاةَ بالمتغيِّر ثُم نُجري الحساب.

مثال:

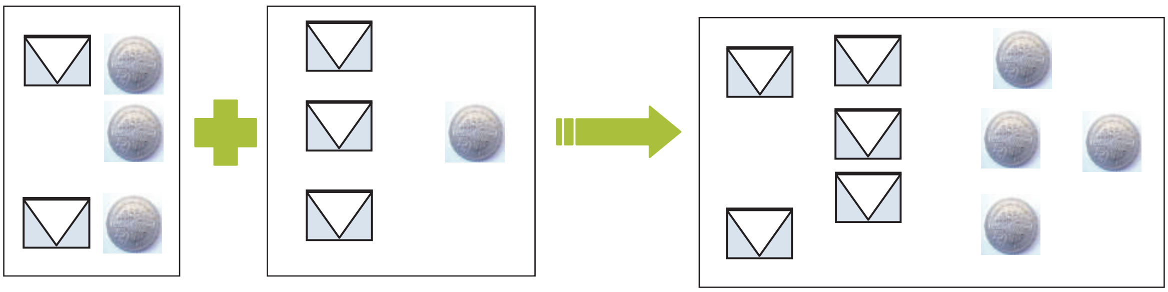
احسب قيمة العبارة الجبريَّة $2x+3$ الَّتي تعبر عن الشّكل السابق عند ما $x=50$.

الحلّ:

$$\begin{aligned} 2x+3 &= 2(50)+3 \\ &= 100+3=103 \end{aligned}$$

نشاط 4:

تأمل الأشكال الآتية وعبر عن ناتج الجمع بعبارة جبرية كما في أول شكلين:



$2x+3 \quad + \quad 3x+1 \qquad = \qquad$ ....

إذن: $2x+3+3x+1=$ ....

تعلَّم:

1) الحدان الجبريان المتشابهان: لهما نفس القسم الحرفي(نفس المتغيّرات) أو هما حدان ثابتان

مثال:

$5x\ ,\ -9x$ حدان متشابهان (فيهما x المتغيّر نفسه)

$4\ ,\ -3$ حدان متشابهان لأنهما ثابتان.

تمرن:

حدد كل حدين متشابهين من بين الحدود الآتية: $3x, 4y, 5, -7y, 8, x$

2) عند جمع الحدود الجبريَّة (أو طرحها) نجمع الحدود المتشابهة فقط.

في النّشاط4 السّابق وجدنا أنّ مجموعَ الحدّين $2x\ ,\ 3x$ هو الحدُّ الجبري $5x$

ونستطيع أن ننفذ الجمع كما يأتي:

$$2x+3x=(2+3)x$$
$$=5x$$

نشاط 5:

أوجد ناتج كل مما يأتي:

2) $7y-9y=(\ldots-\ldots)y=\ldots.$	1) $7x+9x=(\ldots+\ldots)x=\ldots.$
4) $5.1x-3.2x=\ldots\ldots$	3) $-5x-3x=(\ldots-\ldots)x=\ldots..$
	5) $\frac{2}{7}x+\frac{1}{3}x=\left(\frac{2}{7}+\frac{\square}{\square}\right)x=\left(\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}\right)x=\square$

مثال:

أوجدْ ناتج الجمع: $3x+4+7x+3$

الحلّ:

حدّد أولاً الحدود الّتي يمكنُ جمعُها (المتشابهة) وأعدْ ترتيبها معاً.

$$3x+4+7x+3=3x+7x+4+3=10x+7$$

تذكر:

$a+b=b+a$

تمرَّنْ:

أوجدْ ناتِج : $3x+9-15x+8$.

3) عند ضرب الحدّ الجبريّ ax بعدد، نَضربُ الأمثال a بذلك العَدَد.

مثال:

a) $7(3x)=21x$.

b) $-15(-2y)=+30y$.

4) خاصّة التوزيع: $k(B-C)=kB-kC$, $k(B+C)=kB+kC$.

مثال:

1) $3(x+5)=3(1x)+3(5)=3x+15$

2) $5(2a-b)=5(2a)-(5)(1b)=10a-5b$

ملاحظة: عندما نكتب x فالمقصود هو الحدّ $1x$، وكذلك عندما نكتب $-x$ فنقصد $(-1)x$.

5) عند ضَرْب عبارةٍ جبريَّة $ax+b$ بعدد، نضرب كلاً من حدَّيها بذلك العدد.
أي نستفيد من خاصّة التوزيع.

مثال:

1) $2(4x+5)=2(4x)+2(5)=8x+10$

2) $3(x-8)=3(x)+3(-8)=3x-24$

6) اختزال (تبسيط) عبارة جبرية:

مثال1:

اختزلِ العبارة الجبريَّة: $7x-8-2x-1$

الحلّ:

$$7x-8-2x-1=7x-2x-8-1$$
$$=5x-9$$

مثال2:

اختزلِ العبارة الجبريَّة: $3(2x-12)+8x$

الحلّ:

نبدأ بالتوزيع:

$$\begin{aligned} 3(2x-12)+8x &= 6x-36+8x \\ &= 6x+8x-36 \\ &= 14x-36 \end{aligned}$$

تمرَّنْ:

اختزلْ كلاً من العبارتين الجبريتين التّاليتين:

① $3(-4x-1)+113$ ② $4x+5y+3-x-17-8y$

7) تحويلُ نصٍّ إلى عبارة جبرية من الشّكل $ax+b$:

عيّن المتغيّر.

حدِّد الكلمات الّتي تدلّ على العمليّات الحسابيّة الّتي ستستعملها.

حدِّد العدد الثابت من النَّص.

مثال1:

يزيدُ طولُ رامي على طول فادي بمقدار 8cm

1- اكتبْ عبارةً جبريةً تعبِّر عن طول رامي بدلالة طول فادي.

2- إذا كان طول فادي 160cm فكم هو طول رامي؟

الحلّ:

1- اختيار المتغيّر: نرمز بالرّمز x إلى طول فادي x.

الكلمة الّتي تدل على العملية الحسابية هي كلمة يزيد .

العدد الثّابت مُبيّن في النَّص: وهو 8، فالعبارةُ الجبريَّةُ الّتي تدلُّ على طول رامي هي $x+8$

2- وعندما يكونُ طولُ فادي 160cm يكونُ طولُ رامي $x+8= 160 + 8 =168$ cm

مثال2:

ينقصُ عمرُ هبة عن ضعفي عمر رؤى بمقدار 3 سنوات.

1- اكتب عبارةً جبريّةً للتّعبير عن عمر هبة بدلالة عمر رؤى.

2- احسب عمر هبة إذا كان عمر رؤى 10 سنوات.

الحلّ:

1- اختيار المتغيّر: نرمز بالرّمز x إلى عمر رؤى

الكلمات الَّتي تدلُّ على العمليَّات الحسابية:

كلمة ينقص

كلمة ضعفي تدلُّ على الضرب بالعدد (2) وهو أمثال x

العدد الثابت من النص: 3

فالعبارة الجبريَّة الَّتي تدل على عمر هبة هي $2x-3$

2- إذا كان عمر رؤى 10 سنوات كان عمر هبة: $2x-3=2(10)-3=20-3=17$

أي عمر هبة 17 سنة.

تحقَّقْ من فهمك:

يزيد عدد أوراق دفتر طارق على عدد أوراق دفتر لمى بمقدار خمسين ورقة:

1 - اكتب عبارة جبريّة للتعبير عن عدد أوراق دفتر طارق بدلالة عدد أوراق دفتر لمى.

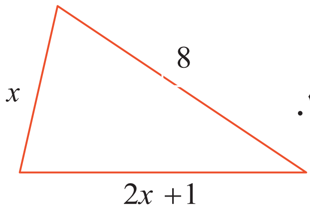
2 - اذا كان عدد أوراق دفتر لمى 240 ورقة فما عدد أوراق دفتر طارق.

تدريب:

1. عيّن معامل x والعدد الثابت في كل من العبارات الجبريَّة الآتية:

العبارة الجبريَّة $ax+b$	معامل x	العدد الثابت
$12x+4$		
$7x+\frac{1}{2}$		
$5x-4$		
$\frac{3x}{4}-7$		
$-8x$		
11		
$1+2x$		

2. حدّد كلّ حدين جبريين متشابهين من بين الحدود الآتية: $2x, -7, 5y, 6, 3y, \frac{1}{4}x$



3. تعلم أن محيط المثلث يساوي مجموع أطوال أضلاعه.

1- اكتب العبارة الجبريَّة الَّتي تعبر عن محيط المثلث المجاور ثم اختزلها.

2- إذا كان $x = 3$ احسب محيط ذلك المثلث.

4. حددْ العبارة الَّتي يمكن اختزالها في كلِّ ممَّا يأتي ثمَّ اختزلها:

- $3x + 4x - 2$
- $2x + 7 - 5$
- $x - 7$
- $2x + 5$

سوف تتعلّم:

- حلَّ المعادلات ذهنياً.
- حلَّ المعادلات.
- توظيف حلّ المعادلات في حل المسائل.

2-حلّ المعادلات

صِلةُ الدَّرس:

تعلَّمت أنَّ المعادلةَ هي مساواةٌ بين طرفين تحوي مُتغيِّراً، وأنَّ حلَّ المعادلة هو قيمة المتغيّر الَّتي تجعل تلك المساواة صحيحة .ترى كيف تجد حل معادلةٍ تتضمنُ أكثرَ من عمليةٍ حسابيَّة واحدة ؟

انطلاقةٌ نَشِطة:

1) بين أنَّ العدد 3 حل للمعادلة $2x-5=1$.

2) هل العدد 8 حل للمعادلة $x\div 2=2$.

3) اخترِ الإجابة الصّحيحة في كلٍّ مما يأتي:

	A	B	C
إنَّ $2\times 8+10$ يساوي:	36	26	160
إنَّ $2\div 4+6\times 7$ يساوي:	23	56	44
إنَّ $38-\ (5+7)3$يساوي:	-2	-12	$+2$
حل المعادلة $120\div x=12$ يساوي:	-10	$+10$	-1440
مُستطيلٌ عرضه x وطوله يزيدُ على ضعفي عرضه بمقدار 7 العبارة الجبريَّة الَّتي تمثّل طول المستطيل هي:	$x+7$	$2x-7$	$2x+7$

نشاط 1:

ضع العدد المناسب في المربع:

1) $\square + (-2) = -3$, 2) $2 + \square = -1$

3) $\square - 1 = +1$, 4) $30 \div \square = 3$

5) $\square + 8 = 8$, 6) $12 \div \square = 4$

7) $\square \times 2 = -16$, 8) $\square \div 10 = 14$

تمرن: حلّ المعادلات الآتية ذهنياً:

1) $x + 25 = +27$ 2) $x + 11 = -12$ 3) $x - 15 = -11$ 4) $7 + x = 10$

نشاط 2:

حلّ المعادلة: $3x = 24$.

الحلّ:

أي إنّ ثلاثة أضعاف x تساوي 24، وهذا يعني أنّ $x = 24 \div 3 = \frac{24}{3} = 8$.

تعلَّم:

بوجهٍ عام: لحلِّ معادلة من الشّكل $ax = c$، نقسم الطَّرف الأيمن على أمثال المُتغيِّر x فنكتب $x = \frac{c}{a}$.

(لاحظ أنَّ هذا يتطلّب أن يكون $a \neq 0$).

تدريب:

حلّ المعادلات الآتية:

① $7x = 63$ ② $-5x = 15$ ③ $\frac{2}{5}x = -5$ ④ $3x = -9$ ⑤ $-2x = -5$

تمرينات

1− اختزلْ كلاً من العبارات الآتية:

1) $17x - 23 + 5x + 10$	5) $\frac{3x}{5} - 8 + x$
2) $24x + 30 - x$	6) $2y + \frac{1}{2}y$
3) $2 + 3x + 12$	7) $4z + 5x - 3x + z$
4) $\frac{1}{2}x + 4 - \frac{1}{4}x + 1$	8) $2x + 3y - 8x$

2− أوجدْ ناتج كلٍّ ممّا يأتي:

❶ $4(22x)$	❷ $-5(3x)$	❸ $\frac{1}{2}(4x)$
❹ $9(x + 4)$	❺ $7(-4x + 3)$	❻ $-18(-2x + 7)$

3− عبِّرْ جبرياً عن كلٍّ من الجمل الآتية:

a) يزيد بمقدار 7 عن n

b) ينقص بمقدار 11 عن x

c) ينقص بمقدار 11 عن ثلاثة أضعاف z

d) يزيد على ضعفي x بمقدار 15

e) نصف x مطروحاً منه 7

4− سجّلَ في إحدى المدارس 473 طالباً العامَ الماضي وقد ازدادَ عددُ الطُّلاب المسجِّلين هذا العام بمقدار y

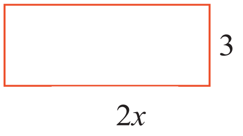
- عبِّرْ عن عدد الطلاب المسجلين هذا العام بعبارة جبرية بدلالة y.
- إذا كان $y = 30$ احسب عدد الطلاب المُسجِّلين في تلك المدرسة هذا العام.

5− ينقص متوسط درجة الحرارة على كوكب زحل بمقدار 34 درجة مئوية عن متوسط درجة الحرارة على كوكب المشتري.

- اكتبْ عبارةً جبريَّة تعبّرُ عن متوسط درجة حرارة زحل بدلالة درجة حرارة المُشتري.
- إذا كان متوسط درجة حرارة المشتري -144 درجة مئوية فاحسب متوسط درجة حرارة زحل.

6− اكتبْ عبارةً جبريَّة تعبّرُ عن محيط المستطيل المجاور واختزلها.

ثم احسب بطريقتين محيط المستطيل هذا إذا كان $x = 5$.



7− في حملة تطوُّعيَّة للمحافظة على البيئة غرس الأصدقاء (رامز، علياء، فادي، مياسة) عدداً من الشتلات. فإذا كان عدد شتلات رامز x اكتب عبارة جبرية تعبر عن عدد شتلات كل من علياء وفادي ومياسة بدلالة عدد شتلات رامز إذا كان:

عدد شتلات علياء ضعفي عدد شتلات رامز.

عدد شتلات فادي ينقص عن عدد شتلات رامز بمقدار 1

عدد شتلات مياسة يزيد على عدد شتلات رامز بمقدار 5

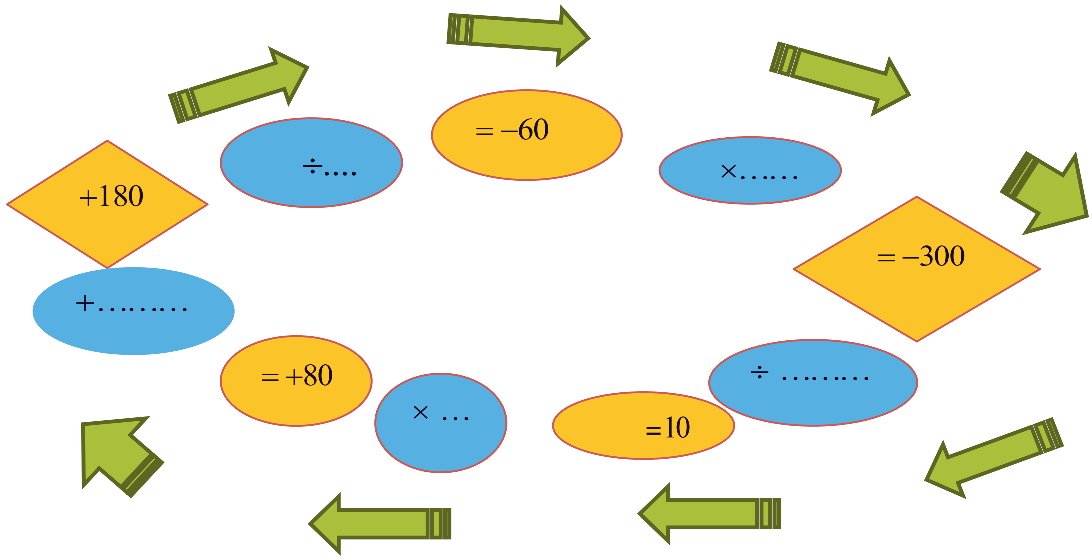
- اكتب عبارة جبرية تعبر عن عدد الشتلات الكلي بأبسط شكل.
- إذا كان $x = 4$ احسب عدد الشتلات الَّتي غرسها الأصدقاء الأربعة.

8− اشترت رؤى ثلاث علب من العصير، سعر الأولى 75 ليرة سورية، وسعر الثانية 45 ليرة سورية، وسعر الثالثة 100 ليرة سورية. واشترت كذلك ثلاث قطع من الحلوى سعر كل واحدة منها $x + 1$ ليرة سورية.

اكتبْ عبارةً جبريَّة تعبّرُ عن قيمة المشتريات ثم اختزلها.

احسب قيمة المشتريات إذا كان $x = 49$ ليرة سورية.

9− املأ الفراغات بالأعداد المناسبة فيما يأتي:



10- بيِّنْ لماذا $x=+2$ ليس حلا للمعادلة : $2x+(-3)=-15$

11- حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

$1)\ x+11=-12$	$2)\ x-13=7$
$3)\ 5x=-25$	$4)\ \frac{x}{-8}=-20$

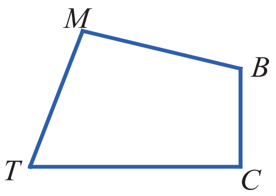
12- (تعلم أن حجم متوازي المستطيلات يحسب من العلاقة $V=S_b\cdot h$ حيث V الحجم ، S_b مساحة القاعدة و h الارتفاع).

احسب ارتفاع خزان ماء شكله متوازي المستطيلات إذا كان حجمه $200dm^3$ ومساحة قاعدته $40dm^2$ مستعملاً العلاقة السابقة.

الوَحْدةُ الثّالثة: متوازيات الأضلاع

انطلاقةٌ نَشِطةٌ للوحدة

لكلّ سؤالٍ إجابةٌ صحيحةٌ واحدةٌ، أشر إليها.



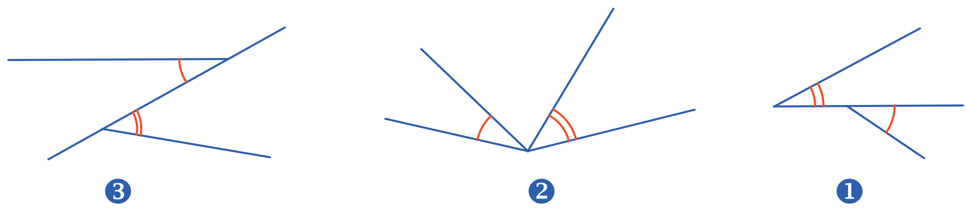
① يُقرأ الشّكل الرّباعيّ المرسوم جانباً.......

1) $MBTC$ 2) $MTCB$ 3) $MCTB$

② في الشّكل الرّباعي السّابق، القطعتان $[BT]$ و $[MC]$ هما:

1) قُطران 2) رَأسان 3) ضِلعان

③ الزّاويتان المشتركتان بالرّأس هما المرسومتان:

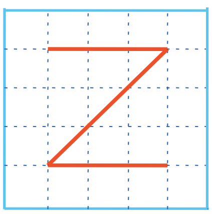


1) في الشّكل ❶ 2) في الشّكل ❷ 3) في الشّكل ❸

④ ضِلعا الزّاوية $\widehat{BCD}$ هما نصفا المستقيمين ....

1) $[CD)$ و $[CB)$ 2) $[DC)$ و $[BC)$ 3) $[BC)$ و $[CB)$

⑤ الشّكل المرافق



1) يقبلُ محور تَناظر.

2) يقبل مركز تَناظر.

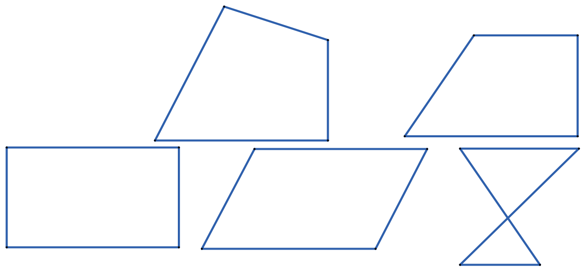
3) لا يقبل مركز تَناظر ولا يقبل محور تَناظر.

1- متوازي الأضلاع ومركز التَناظر

صِلة الدّرس:

درستَ سابقاً تعريف متوازي الأضلاع وفي هذا الدّرس سوف تتعلَّم خواص متوازي الأضلاع.

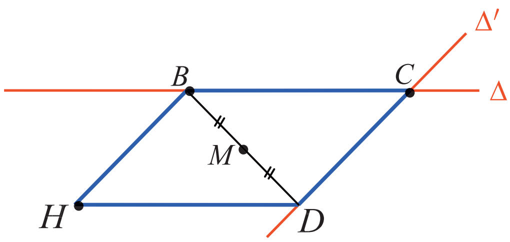
انطلاقةٌ نشطة (متوازي الأضلاع)



أولاً: أيُّ الأشكال المرسومة أعلاه يبدو متوازي الأضلاع؟

ثانياً: ارسمْ، على ورقة بيضاء، متوازي الأضلاع $ABCD$. أين يبدو مركز تَناظره؟

ثالثاً: ليكن Δ و Δ' مستقيمين متقاطعين في C، ولتكن B نقطة من Δ و D نقطة من Δ'. $BCDH$ متوازي الأضلاع والنّقطة M هي منتصف قطره $[BD]$.



1) أوجد، شارحاً إجاباتك، نظير كلّ من العناصر الآتية وفق التَناظر الذي مركزه M:

① المستقيم Δ ② المستقيم Δ' ③ النّقطة C.

2) كيف تؤكد، إذن، أنَّ M هي مركز تَناظر متوازي الأضلاع $BCDH$؟

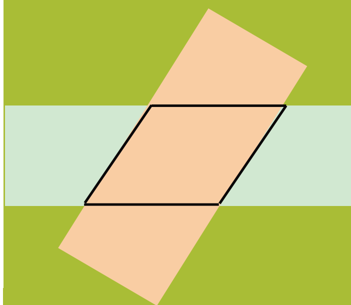
3) حدِّد الأطوال المتساوية والزّوايا المتساوية القياس في الشّكل معلِّلاً إجابتك.

سوف تتعلّم:

- معرفةُ واستخدامُ تعريف متوازي الأضلاع.
- إثباتُ خواصّ قطري متوازي أضلاع، أضلاعه، زواياه

في التصميم:

يَستخدم المصمِّمون شكل متوازي الأضلاع لتصميم أشكال الأبنية والأدوات الكهربائية والمنزلية.



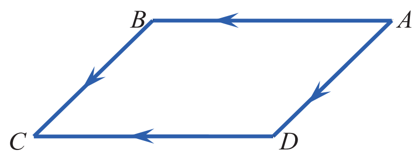
يمكنك الحصول على متوازي أضلاع من تقاطع شريطين.

لاحظ أنَّ كلّ ضلعين متقابلين، في الرَّباعي المرسوم أعلاه، متوازيان.

تعلَّمْ:

متوازي الأضلاع هو مضلّع رباعيّ، فيه كلّ ضلعين متقابلينِ متوازيان.

مثال:

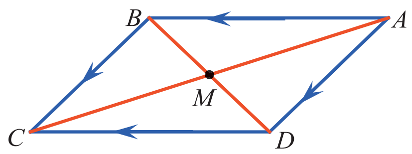


الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً، فيه: $(AB) \parallel (DC)$ و $(AD) \parallel (BC)$ فهو متوازي الأضلاع.

خاصة (1)

نقطةُ تقاطعِ قطري متوازي الأضلاع هي مركز تَناظره. نسمّي هذه النّقطة مركز متوازي الأضلاع.

مثال:

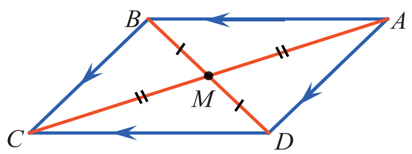


الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع، فنقطة تقاطع قطريه M هي مركز تناظره.

خاصة (2)

قطرا متوازيَ الأضلاع متناصفان.

مثال:

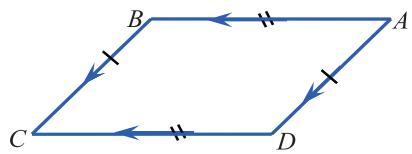


الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع، M هي نقطة تقاطع قطريه. إذن $MA = MC$ و $MB = MD$.

خاصة (3)

كلّ ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع طولاهما متساويان.

مثال:



الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع،

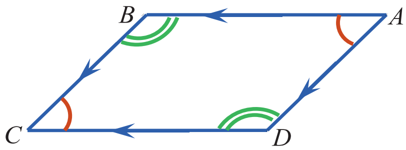
ومنه كلّ ضلعين متقابلين فيه طولاهما متساويان.

إذن $BC = AD$ و $AB = DC$.

خاصة (4)

كلّ زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع قياساهما متساويان.

مثال:



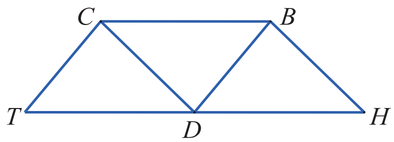
الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع،

إذن $\widehat{A}=\widehat{C}$ و $\widehat{B}=\widehat{D}$.

استخدام خواصّ متوازي الأضلاع

في المسائل المتعلّقة بمتوازي الأضلاع، نستفيدُ من خواص أضلاعه المتقابلة وزواياه المتقابلة وتناصف قطريه.

مثال:



في الشّكل المجاور: $BCDH$ و $BCTD$ متوازيا الأضلاع.

أثبت أنَّ النّقطة D هي منتصف القطعة $[HT]$.

فكرة الحلّ:

لإثبات أنَّ D هي منتصف $[HT]$، علينا إثبات أنَّ H و D و T على استقامة واحدة، وأنَّ $DH=DT$.

يمكن إثبات أن النّقاط A,B,C على استقامة واحدة بأن نثبت أن $(AB)\parallel(BC)$

الحلّ:

- $BCDH$ متوازي الأضلاع، إذن $(BC)\parallel(HD)$ (1) و $BC=HD$ (2)
- $BCTD$ متوازي الأضلاع، إذن $(BC)\parallel(DT)$ (3) و $BC=DT$ (4)
- نستنتج من (1) و(3) أنَّ $(HD)\parallel(DT)$.

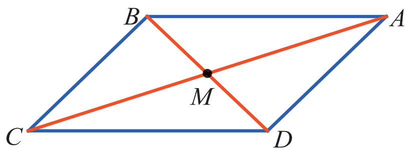
المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان

ولما كان المستقيمان (HD) و (DT) مُشترِكين بالنّقطة D، كانت النّقاط H و D و T على استقامة واحدة... (*)

- نستنتجُ من (2) و(4) أنَّ $HD = DT$ ... (**)
- نستنتجُ أخيراً من (*) و (**) أنَّ النّقطة D هي منتصف القطعة $[HT]$.

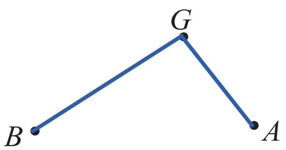
تحقَّقْ من فهمك:

الرّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع، اعتماداً على خواص متوازي الأضلاع.



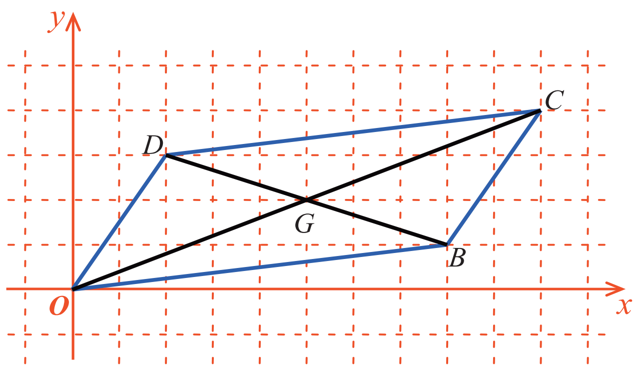
1) حدِّد المستقيمات المتوازية.
2) حدِّد القطع المستقيمة المتساوية الطول.
3) حدِّد الزَّوايا المتساوية بالقياس.

تدريب:



① انقلِ الشَّكل المرسوم جانباً إلى كراسك ثم عيِّن النقطتين C و D، علماً أن G هي مركز متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي عليك رسمه.

② في الشَّكل المرافق: $OBCD$ متوازي الأضلاع مرسوم في مَعلَم متعامد مبدؤه O، G نقطة تلاقي قطريه. إحداثيّتا B هما $(8,1)$ وإحداثيّتا D هما $(2,3)$.



1. اذكر إحداثيات النّقطتين C و G.

2. تحقَّقْ أنَّ إحداثيّتي C تساويان على التوالي مِثلي إحداثيّتي G.

3. تحقَّقْ أنَّ فاصِلة G تساوي نصف مجموع فاصلتي B و D، وترتيبها يساوي نصف مجموع ترتيبيهما.

4. تحقَّقْ أنَّ فاصِلة C تساوي مجموع فاصلتي B و D، وترتيبها يساوي مجموع ترتيبيهما.

2– مساحة متوازي الأضلاع

صِلة الدّرس:

سوف نَتعلَّمْ كيفية حساب مساحة متوازي الأضلاع، انطلاقاً من مساحة المستطيل.

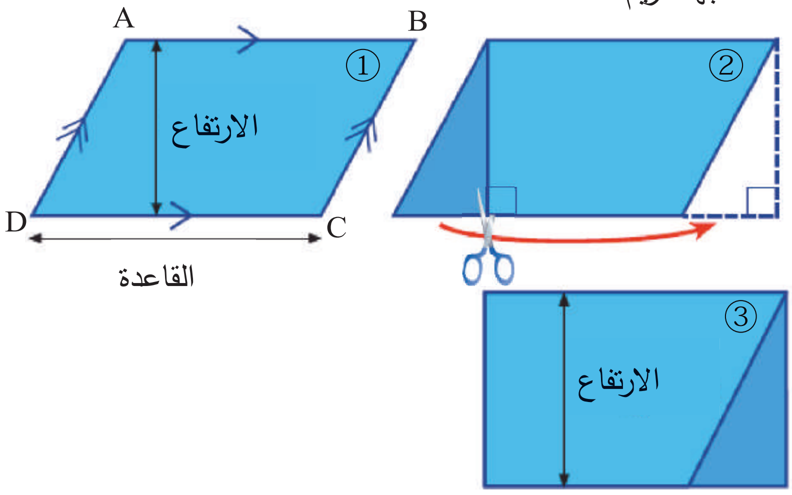
انطلاقةٌ نشطة (مساحة متوازي الأضلاع)

الرُّباعي $ABCD$ المرسوم جانباً هو متوازي الأضلاع.

1. قصَّت ريم الشَّكل المرافق ثمَّ قالت واثقةً:

« قمتُ بعمليةِ قصٍّ ثُم عمليةِ لصقٍ، فحصلتُ على مستطيلٍ له مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$»

كرِّرْ رسمَ الشَّكل على ورقة بيضاء، ثمَّ قمْ بعمليتي القص واللَّصق اللتين قامت بهما ريم.



2. قال عمّارٌ: « قمتُ، أنا أيضاً، بعمليةِ قصٍّ ثُم عمليةِ لصقٍ، فحصلتُ على مستطيلٍ تختلف أبعاده عن أبعاد ذلك الّذي حصلتْ عليه ريم، ومع ذلك له مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$»

قمْ بما قام به عمّار.

3. اذكرْ طريقتين لحساب مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$.

سوف تتعلّم:

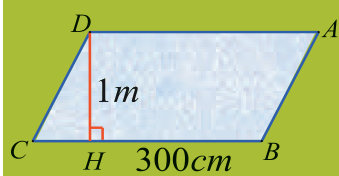
- حساب مساحة متوازي أضلاع.
- استخدام المساحة في حساب الارتفاع أو طول القاعدة.

في الهندسة

يَحسب مخططو المدن المساحات عند التخطيط لإنشاء مواقف السيارات.

ملاحظة

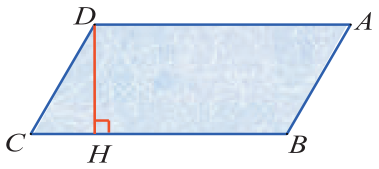
عند حساب مساحة سطح، يجب أن تُقاس الأطوال بواحدة قياس الأطوال ذاتِها.



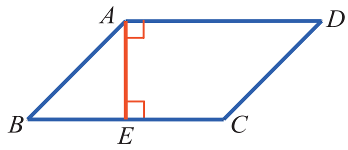
تعلَّمْ:

ارتفاع متوازي الأضلاع $ABCD$ المتعلّق بضلعه $[BC]$ هو كلّ قطعة مستقيمة عمودية على المستقيمين (BC) و (AD) ومحدّدة بهما. عندئذ، نسمي $[BC]$ قاعدة متوازي الأضلاع.

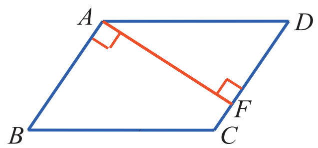
نقول أيضاً إنَّ طول الارتفاع المتعلّق بالضّلع $[BC]$ هو طول إحدى تلك القطع.



انظر إلى الشَّكلين ① و ② أدناه:



الشَّكل ①



الشَّكل ②

في الشَّكل ①: $[BC]$ هي قاعدة، إذن $[AE]$ هو ارتفاع.

في الشَّكل ②: $[DC]$ هي قاعدة، إذن $[AF]$ هو ارتفاع.

تعلَّمْ:

مساحةُ متوازي الأضلاع تساوي جداءَ طول أحد أضلاعه بالارتفاع المتعلّق به.

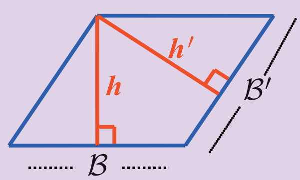
نرمز إلى مساحة متوازي الأضلاع بالرمز S، فيكون:

في الشَّكل السَّابق ①: $S = BC \times AE$ وفي الشَّكل السَّابق ②: $S = DC \times AF$

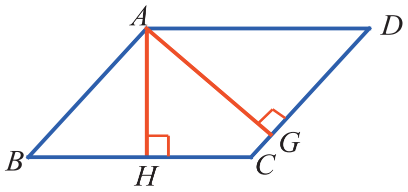
نرمز عادةً إلى طول قاعدة متوازي الأضلاع بالرمز $\mathcal{B}$ وإلى طول ارتفاعه بالرمز h، فيكون $S = \mathcal{B} \times h$

استخدام طريقتي حساب المساحة:

في متوازي الأضلاع، إذا علمنا ثلاثةً من الأطوال $\mathcal{B}$ و h و $\mathcal{B}'$ و h'، تمكنّا من حساب الطول الرّابع باستخدام العلاقة $\mathcal{B} \times h = \mathcal{B}' \times h'$



مثال:



في الشَّكل المرافق: $ABCD$ متوازي الأضلاع، $BC = 5\text{cm}$

و $AH = 3\text{ cm}$ و $AG = 3.75\text{ cm}$.

1- احسبْ مساحة $ABCD$

2- احسبْ طول القطعة $[CD]$.

الحلّ:

1- نرمزُ إلى مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$ بالرمز S.

فإذا اتّخذنا $[BC]$ قاعدة، كان $[AH]$ الارتفاع المتعلّق بها، عندها:

$$S = BC \times AH = 5 \times 3 = 15 \quad \dots (1)$$

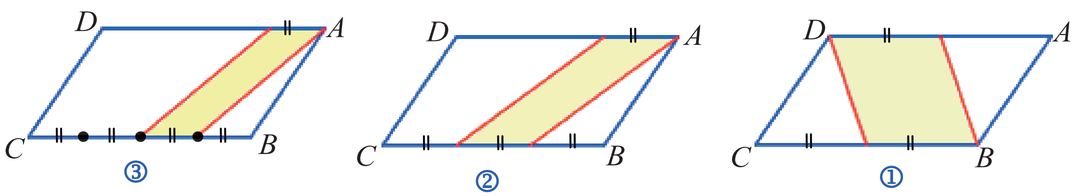
2- وإذا اتّخذنا $[CD]$ قاعدة، كان $[AG]$ الارتفاع المتعلّق بها، عندها:

$$S = CD \times AG = CD \times 3.75 \quad \dots (2)$$

نستنتج من (1) و(2) أنَّ $3.75 \times CD = 15$، ومنها $CD = \dfrac{15}{3.75} = 4\text{ cm}$

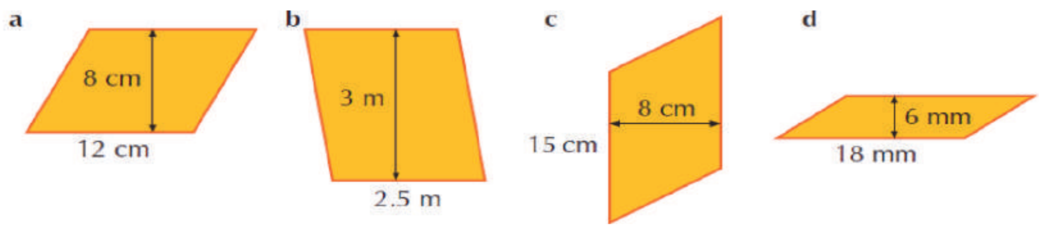
تحقَّقْ من فهمك:

ما نسبة مساحة المنطقة المظلّلة إلى مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$، في كلّ من الحالات الآتية:



تدريب:

احسب مساحة كلّ من متوازيات الأضلاع الآتية:



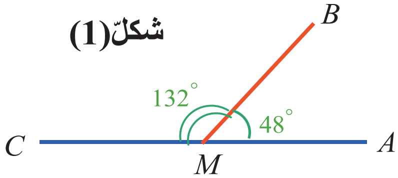
3- مستقيمان متوازيان وثالث قاطع

صِلة الدّرس:

تعلَّمْت في الدّرسين السَّابقين متوازي الأضلاع ومساحته ولكنَّك تحتاج إلى الاعتماد على خواص الزَّوايا الحاصِلة بين كلّ من مستقيمين متوازيين ومستقيم قاطع لهما، من أجل إثبات أنَّ شكلاً رباعياً هو متوازي الأضلاع.

انطلاقةٌ نشطة (زاوية مستقيمة، زاوية قائمة، زاويتان متقابلتان بالرّأس)

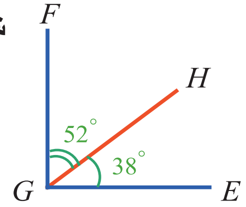
شكل(1)



في الشَّكل (1):

هل النّقاط A و M و C على استقامة واحدة؟

شكل(2)



في الشَّكل (2):

هل المستقيمان (GE) و (GF) متعامدان؟

1. ارسم مستقيمين Δ و Δ' متقاطعين في M، ثمَّ ضعْ نقطةً B على Δ وأخرى C على Δ'.
2. ارسم النّقطة B' نظيرة B بالنسبة إلى M، والنّقطة C' نظيرة C بالنسبة إلى M.
3. اشرح لماذا $\widehat{BMC} = \widehat{B'MC'}$.

تعلَّمْ(الزّاويتان المتتامتان):

نقول عن زاويتين إنَّهما **متتامَّتان**، إذا كان مجموع قياسيهما يساوي $90°$.

مثال:

الزّاويتان $\widehat{A} = 58^o$ و $\widehat{B} = 32^o$ متتامَّتان، لأنَّ:

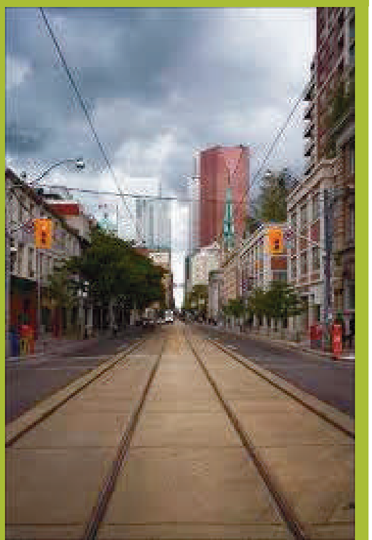
$$\widehat{A} + \widehat{B} = 58^o + 32^o = 90^o$$

سوف تتعلّم:

- خواصّ زاويتين متتامتين، متكاملتين، متقابلتين بالرأس.
- خواصّ الزّوايا الحاصلة بين كلّ من مستقيمين متوازيين ومستقيمٍ قاطع لهما.

في الفنّ:

يستخدم الرَّسَّامون الخطوط المتوازية والقواطع لمساعدتهم في رسم المنظور.



تعلَّمْ(الزّاويتان المتكاملتان):

نقول عن زاويتين إنَّهما **متكاملتان**، إذا كان مجموع قياسيهما يساوي 180°.

مثال:

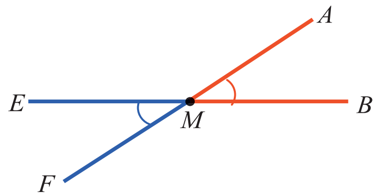
الزّاويتان $\widehat{C} = 120^{\circ}$ و $\widehat{D} = 60^{\circ}$ متكاملتان، لأنَّ $\widehat{C} + \widehat{D} = 120^{\circ} + 60^{\circ} = 180^{\circ}$.

تعلَّمْ(الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس):

نقول عن زاويتين إنَّهما **متقابلتان بالرّأس**، إذا كانتا تشتركان برأسٍ واحد وضلعا إحداهما امتدادان لضلعي الأخرى.

مثال:

في الشَّكل المجاور:



النّقاط A و M و F على استقامة واحدة.

والنّقاط B و M و E على استقامة واحدة.

فالزّاويتان $\widehat{AMB}$ و $\widehat{EMF}$ متقابلتان بالرّأس.

خاصة : إذا تقابلت زاويتان بالرّأس، تساوى قياساهما.

مثال:

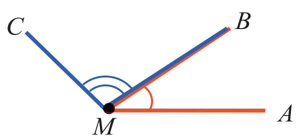
في الشَّكل السَّابق، الزّاويتان $\widehat{AMB}$ و $\widehat{EMF}$ متساويتان لأنهما متقابلتان بالرّأس.

تعلَّمْ(الزّاويتان المتجاورتان):

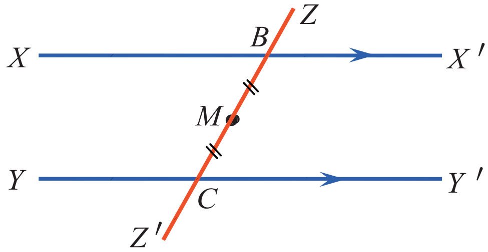
نقول عن زاويتين إنَّهما **متجاورتان**، إذا كانتا تشتركان بضلعٍ واحدة وتقعان إلى طرفي الضلع المشترك.

في الشَّكل المرافق: الزّاويتان $\widehat{AMB}$ و $\widehat{BMC}$ تشتركان بالضلع $[MB)$

وتقعان إلى طرفي هذه الضّلع، فهما متجاورتان.



انطلاقةٌ نشطة (مستقيمان متوازيان وقاطع)



في الشّكل المرافق:

المستقيمان (XX') و (YY') متوازيان.

والمستقيم (ZZ') يقطع (XX') في B

ويقطع (YY') في C.

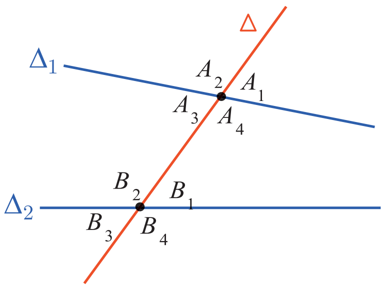
والنّقطة M هي منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

1. ماهو نظير كلّ من نصفي المستقيمين $[BX)$ و $[BZ')$ بالنّسبة إلى النّقطة M؟

2. اشرح لماذا $\widehat{XBZ'}=\widehat{Y'CZ}$.

3. اشرح، بطريقةٍ مماثلة، لماذا $\widehat{X'BZ'}=\widehat{YCZ}$.

تعلَّمْ :

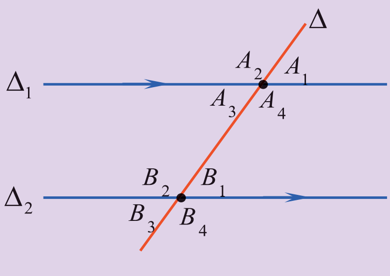


في الشّكل المجاور: المستقيم Δ قاطعٌ للمستقيمين Δ_1 و Δ_2.

- نسمّي $\widehat{A_3}$ و $\widehat{B_1}$ زاويتين متبادلتين داخلاً. وكذلك $\widehat{A_4}$ و $\widehat{B_2}$.
- نسمّي $\widehat{A_1}$ و $\widehat{B_3}$ زاويتين متبادلتين خارجاً. وكذلك $\widehat{A_2}$ و $\widehat{B_4}$.
- نسمّي $\widehat{A_1}$ و $\widehat{B_1}$ زاويتين متناظرتين. وكذلك $\widehat{A_2}$ و $\widehat{B_2}$، $\widehat{A_3}$ و $\widehat{B_3}$، $\widehat{A_4}$ و $\widehat{B_4}$.

خواص:

إذا قُطِع مستقيمان متوازيان بقاطعٍ، عندئذ:

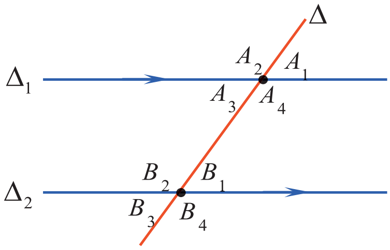


1. كلّ زاويتين متبادلتين داخلاً متساويتان.

2. كلّ زاويتين متبادلتين خارجاً متساويتان.

3. كلّ زاويتين متناظرتين متساويتان.

في الشَّكل المرافق:



$\Delta_1 \parallel \Delta_2$ والمستقيم Δ قاطع لهما في A و B.

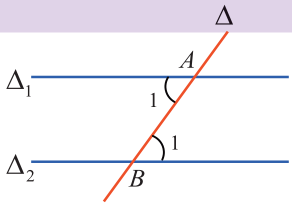
1) $\widehat{A_3}=\widehat{B_1}$ لأنّهما متبادلتان داخلاً. وللسّبب ذاته $\widehat{A_4}=\widehat{B_2}$.

2) $\widehat{A_1}=\widehat{B_3}$ لأنّهما متبادلتان خارجاً. وللسّبب ذاته $\widehat{A_2}=\widehat{B_4}$.

3) $\widehat{A_1}=\widehat{B_1}$ لأنّهما متناظرتان. وللسّبب ذاته $\widehat{A_2}=\widehat{B_2}$ و $\widehat{A_3}=\widehat{B_3}$ و $\widehat{A_4}=\widehat{B_4}$.

تعلَّمْ (إثبات توازي مستقيمين) :

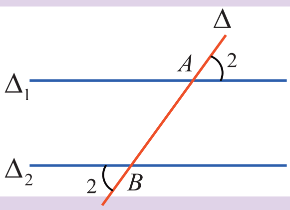
1) إذا قُطِع مستقيمان بقاطعٍ وتساوت زاويتان متبادلتان داخلاً، كان المستقيمان متوازيين.



في الشَّكل المرافق: $\widehat{A_1}=\widehat{B_1}$ وهما في وضع التبادل الداخلي،

إذن $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.

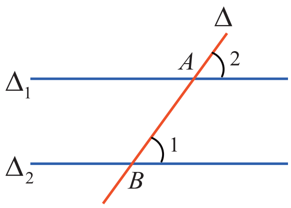
2) إذا قُطِع مستقيمان بقاطعٍ وتساوت زاويتان متبادلتان خارجاً، كان المستقيمان متوازيين.



في الشَّكل المرافق: $\widehat{A_2}=\widehat{B_2}$ وهما في وضع التبادل الخارجي،

إذن $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.

3) إذا قُطِع مستقيمان بقاطعٍ وتساوت زاويتان متَناظرتان، كان المستقيمان متوازيين.



في الشَّكل المرافق: $\widehat{A_2}=\widehat{B_1}$ وهما بوضع التناظر ،

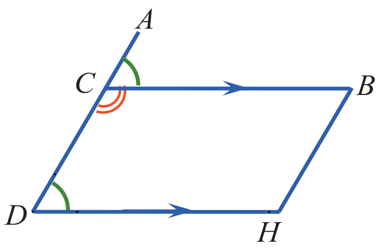
إذن $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.

مثال: (استخلاص خاصة لمتوازي الأضلاع):

أثبت أن كلّ زاويتين متتاليتين، من زوايا متوازي الأضلاع، متكاملتان.

ملاحظة: من المفيد رسمُ متوازي الأضلاع وترميز رؤوسه حتى لو لم يطلب ذلك صراحةً، وقد يكون الرسم ضرورياً في كثير من الحالات.

الحلّ:



- نرسم متوازي الأضلاع $BCDH$ ، فيكون المطلوب إثبات أنَّ:

$\widehat{BCD}+\widehat{CDH}=180^\circ$ و $\widehat{CDH}+\widehat{DHB}=180^\circ$

و $\widehat{DHB}+\widehat{HBC}=180^\circ$ و $\widehat{HBC}+\widehat{BCD}=180^\circ$

- نرسم نصف المستقيم $[DA)$ ماراً بالنّقطة C.

$BCDH$ متوازي الأضلاع، فالمستقيمان (BC) و (HD) متوازيان، والمستقيم (AD) قاطعٌ لهما في النقطتين C و D، إذن $\widehat{ACB}=\widehat{CDH}$ ... (1) لأنّهما متناظرتان.

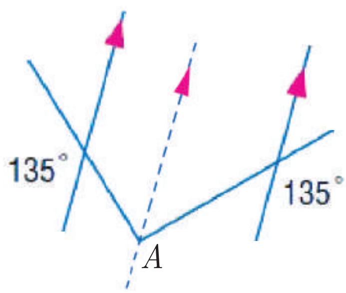
- $\widehat{BCD}+\widehat{BCA}=180^\circ$ ... (2) لأنّ النّقاط A و C و D على استقامة واحدة.

- نستنتج من (1) و(2) أنَّ $\widehat{BCD}+\widehat{CDH}=180^\circ$.

ملاحظة: نثبتُ، بطريقة مماثلة (أو باستخدام خاصة تساوي زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع) العلاقات الأخرى المطلوبة.

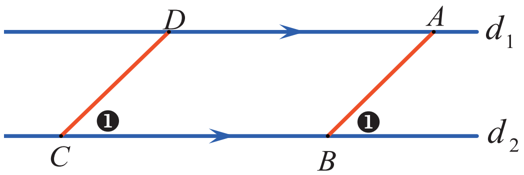
تحقّقْ من فهمك:

في الشَّكل المجاور احسب قياس الزّاوية $\widehat{A}$.



تدريب:

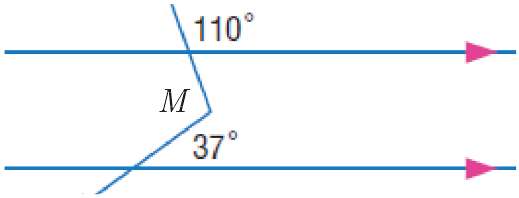
① في الشّكل المجاور: المستقيمان d_1 و d_1 متوازيان. والزّاويتان $\hat{C}_1$ و $\hat{B}_1$ متساويتان.

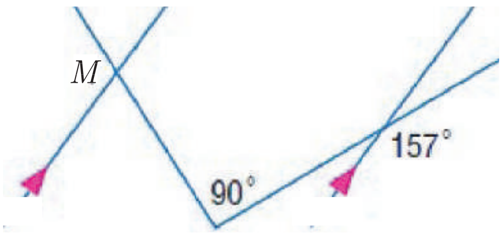


1. ما وضع المستقيمين (AB) و (DC)؟ علِّلْ إجابتك.

2. ما نوع الرّباعي $ABCD$؟علِّلْ إجابتك.

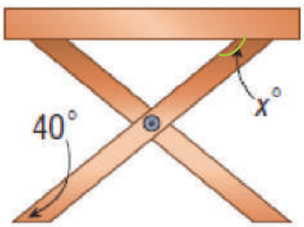
② في الشّكلين الآتيين احسبْ قياس الزّاوية $\widehat{M}$.





③ في الشّكل المجاور احسبْ قياس الزّاوية x^o.

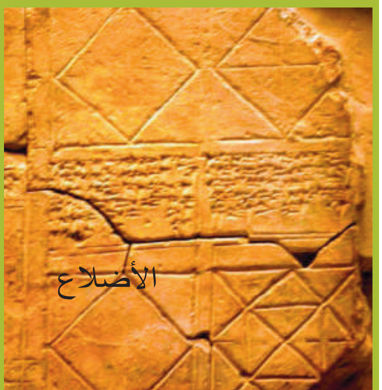
(بافتراض أنّ شكل الرِجل متوازي الأضلاع).



4–الانتقال من الشّكل الرّباعي إلى متوازي الأضلاع

سوف تتعلّم:

- تبيان فيما إذا كان الشّكلّ الرّباعي متوازي الأضلاع.

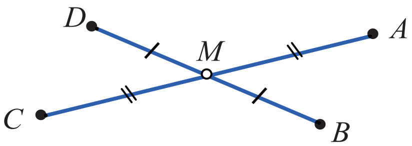


صِلة الدّرس:

بعد أن تعلّمْت الشّكل الرّباعي ومتوازي الأضلاع، إذا كان لديك شكلّ رباعي كيف تتبيَّن أنه متوازي الأضلاع؟

انطلاقةٌ نشطة (مضلّع رباعي قطراه متناصفان)

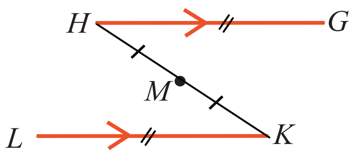
أولاً: تأمّل الشّكل المجاور



استفد من خواصّ التّناظر بالنسبة إلى النّقطة M، كي توضّح سبب توازي (AB) و (DC) وسبب توازي (AD) و (BC).

ما النتيجة التي تعرفها وتسمح لك بتحديد نوع الرّباعي $ABCD$؟

ثانياً: في الشّكل المجاور استخدم التّناظر بالنسبة إلى النّقطة M لإثبات أن M هي منتصف $[GL]$.

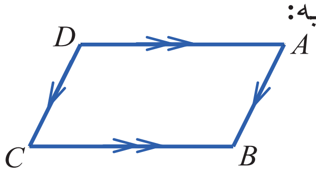


ما الخاصّة التي تعرفها وتفيد في تحديد نوع المضلّع الرّباعي $GHLK$؟

تعلَّمْ (إثبات أنّ شكلاً رباعياً هو متوازي الأضلاع) :

1) إذا كان كلّ ضلعين متقابلين في مضلّع رباعي متوازيين كان الرّباعي متوازي الأضلاع.

في الشّكل المرافق:لدينا $ABCD$ مضلّع رباعي فيه:

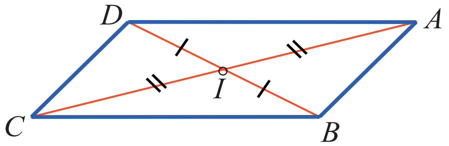


$(AD) \parallel (BC)$ و $(AB) \parallel (DC)$

ومنه $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) إذا تناصفَ قطرا مضلّع رباعي كان الرّباعي متوازي الأضلاع.

في الشّكل المرافق: لدينا $ABCD$ مضلّع رباعي يتقاطع قطراه في النقطة I وفيه:

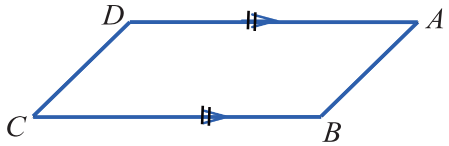


$IB = ID$ و $IA = IC$

ومنه $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3) إذا توازى، في مضلّع رباعي ، ضلعان متقابلان وتساوى طولاهما، كان الرّباعي متوازي الأضلاع.

في الشّكل المرافق:لدينا $ABCD$ مضلَّع رباعي فيه:



$(AD) \parallel (BC)$ و $AD = BC$

ومنه $ABCD$ متوازي الأضلاع.

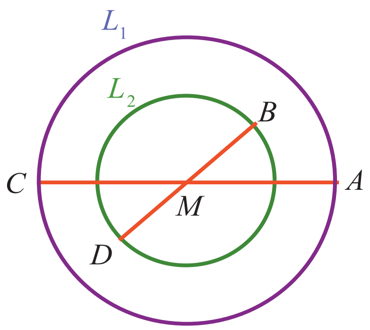
مثال1: (إنشاء متوازي الأضلاع عُلِمَ طولا قطريه):

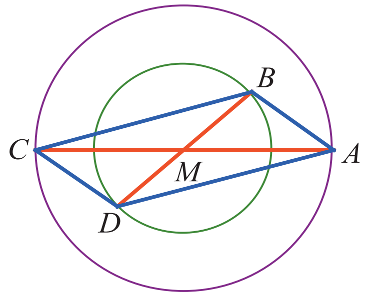
أنشئْ متوازي الأضلاع $ABCD$ على أن يكون $AC = 5\,cm$ و $DB = 3\,cm$ ، ثم علِّل إنشاءك.

طريقة الإنشاء:

لإنشاء متوازي الأضلاع طولا قطريه ℓ و ℓ' . نرسم قطعتين مستقيمتين متناصفتين طولاها ℓ و ℓ' ، ثم نصل بين أطرافهما.

تنفيذ الإنشاء:





1. نرسم دائرة L_1 مركزها M ونصف قطرها 2.5 cm

وليكن أحد أقطارها $[AC]$ $(\mathrm{AC} = 5\ \mathrm{cm})$

2. نرسم دائرة L_2 مركزها M ونصف قطرها 1.5 cm

وليكن أحد أقطارها $[BD]$ $(\mathrm{BD} = 3\ \mathrm{cm})$

3. نصل النّقاط A و B و C و D فيكون

$ABCD$ متوازي الأضلاع.

تعليل الإنشاء:

القطعتان المستقيمتان $[AC]$ و $[BD]$ متقاطعتان في M.

ولدينا $MA = MC = 2.5\ cm$ و $MB = MD = 1.5\ cm$.

أي أنَّ قطري الرّباعي $ABCD$ متناصفان، فهو متوازي الأضلاع.

ثم إنّ $AC = 5\ cm$ و $BD = 3\ cm$، إذن $ABCD$ يحقّق المطلوب.

مثال 2: (إنشاء متوازي الأضلاع باستخدام ضلعين متقابلتين، متساويتي الطول):

A و B و C ثلاث نقاط غير واقعة على استقامة واحدة. أنشِئْ متوازي الأضلاع تكون A و B و C ثلاثةً من رؤوسه ورأسه الرابع D، ثم علِّل إنشاءك.

طريقة الإنشاء:

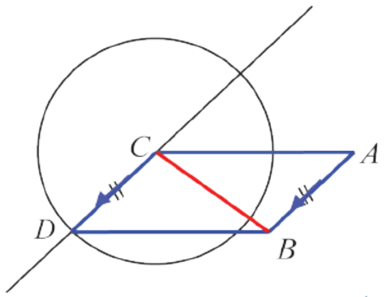
نرسم قطعتين مستقيمتين متوازيتين ومتساويتي الطول ونصل بين أطرافهما فنحصل على متوازيَ الأضلاع.

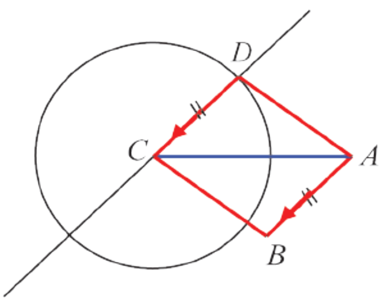
تنفيذ الإنشاء:

١. نرسم القطعة المستقيمة $[AB]$.

٢. نرسم دائرة مركزها C وطول نصف قطرها يساوي طول $[AB]$

٣. نرسم من C مستقيماً يوازي المستقيم (AB) فيقطع الدائرة بنقطتين تصلح كل منهما لأن تكون الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع.





تعليل الإنشاء:

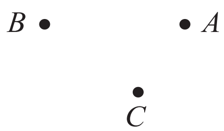
القطعتان المستقيمتان $[AB]$ و $[CD]$ متوازيتان ومتساويتان، فالرّباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.

كما أنَّ $ABCD$ هو الآخر يحقّق ما طُلب.

تحقَّقْ من فهمك:

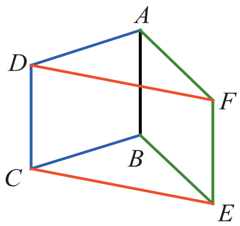
A و B و C ثلاث نقاط معطاة.

أنشئْ متوازي الأضلاع $ABCD$.



تدريب:

1. $ABCD$ و $ABEF$ متوازيا الأضلاع. أثبت أنَّ $CDFE$ متوازي أضلاع.



2. أنشئ متوازي الأضلاع $EFHG$، طولا قطريه 4 cm و 6 cm.

3. أنشئ متوازي الأضلاع $IJKL$، على أن يكون: $\mathrm{JK} = 3$ cm و $\mathrm{JL} = 5$ cm و $\widehat{KJL} = 90^\circ$.

5- حالاتٌ خاصّة: مستطيل، معيَّن، مربَّع

صِلة الدّرس:

درست متوازي الأضلاع، والآن إذا علمتَ أنّ شكلّاً رباعياً مُفترضاً هو متوازي الأضلاع، فكيف تتبيَّن كونه مستطيلاً أو معيَّناً أو مربَّعاً؟

انطلاقةٌ نشطة (من متوازي الأضلاع إلى المستطيل)

أولاً: ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ على أن تكون $\widehat{ABC}=90^\circ$.

سيبدو لك $ABCD$ مستطيلاً. أثبت ذلك.

ثانياً: ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ على أن يكون $AC=BD$.

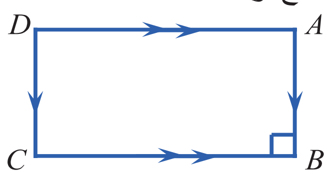
يبدو $ABCD$ مستطيلاً. أثبت ذلك.

تعلَّمْ (الانتقال من متوازي الأضلاع إلى المستطيل):

1) إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، كان مستطيلاً .

في الشّكل المرافق: لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع و $\widehat{ABC}=90^\circ$

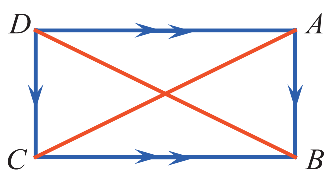
ومنه $ABCD$ مستطيل.



2) إذا تساوى طولا قطري متوازي الأضلاع، كان مستطيلاً .

في الشّكل المرافق: لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع و $AC=BD$

ومنه $ABCD$ مستطيل.



تحقّقْ من فهمك:

أنشئْ مستطيلاً طول قطره $7\ cm$.

سوف تتعلم:

- تبيان ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيل.
- تبيان ما إذا كان متوازي الأضلاع معين.
- تبيان ما إذا كان متوازي الأضلاع مربع.

في الرياضة:

أن الخطوط المرسومة في ملاعب كرة القدم هي مستطيلات.

معلومة:

كلّ مضلَّع رباعي فيه ثلاث زوايا قائمة، تكون الزاوية الرابعة هي الأخرى قائمة، ومن ثمَّ يكون الرّباعي مستطيلاً.

انطلاقةٌ نشطة (من متوازي الأضلاع إلى المعيّن)

أولاً: ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ يحقّق $AB = BC$. يبدو $ABCD$ معيّناً. أثبت ذلك.

معلومة كلّ مضلّع رباعي تساوت أطوال أضلاعه كان معيَّناً.

محور قطعة مستقيمة: هو المستقيم العمودي على تلك القطعة والمارّ بمنتصفها.

ثانياً: ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ قطراه متعامدان.

1. كيف تبدو لك طبيعة هذا الرّباعي ؟

2. اشرحْ لماذا المستقيم (AC) هو محور القطعة $[BD]$ واستنتج أنَّ $AB = AD$ وأنَّ $CB = CD$.

3. بمَ يمكنك أن تسمّي متوازي الأضلاع $ABCD$؟ ولماذا؟

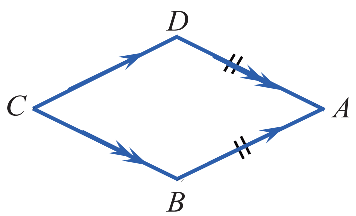
تعلَّمْ (الانتقال من متوازي الأضلاع إلى المعيّن، المربّع):

حالة المعيّن

1) إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع، كان معيَّناً.

في الشّكل المرافق: لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع و $AB = AD$

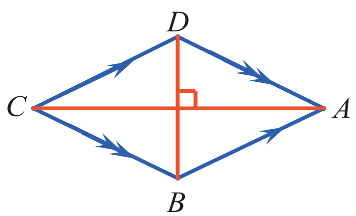
ومنه $ABCD$ معيَّن.



2) إذا تعامد قطرا متوازي الأضلاع، كان معيَّناً.

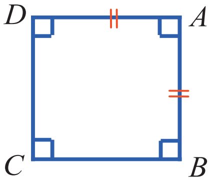
في الشّكل المرافق: لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع و $(AC) \perp (BD)$

ومنه $ABCD$ معيَّن.



حالة المربّع

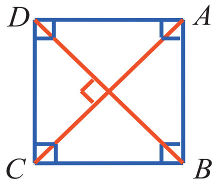
1) إذا تساوى بعدا المستطيل، كان مربَّعاً.



في الشَّكل المرافق: لدينا $ABCD$ مستطيل و $AB = AD$

ومنه $ABCD$ مربَّع.

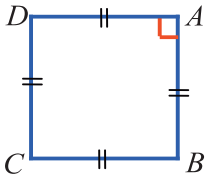
2) إذا تعامد قطرا المستطيل، كان مربَّعاً.



في الشَّكل المرافق: لدينا $ABCD$ مستطيل و $(AC)\perp(BD)$

ومنه $ABCD$ مربَّع.

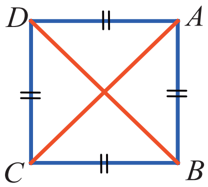
3) إذا كانت إحدى زوايا معيَّن قائمة، كان مربَّعاً.



في الشَّكل المرافق:لدينا $ABCD$ معيَّن و $\widehat{BAD} = 90^\circ$

ومنه $ABCD$ مربَّع.

4) إذا تساوى قطرا معيَّن، كان مربَّعاً.



في الشَّكل المرافق: لدينا $ABCD$ معيَّن و $AC = BD$

ومنه: $ABCD$ مربَّع.

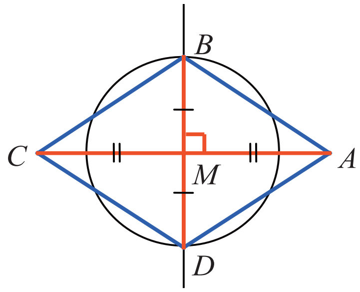
مثال: (إنشاء معيّن عُلِمَ طولا قطريه):

أنشئ معيَّناً $ABCD$ على أن يكون قطراه $AC = 6\text{ cm}$ و $BD = 4\text{ cm}$ ، ثم علِّل إنشاءك

طريقة الإنشاء:

لإنشاء معيَّن طولا قطريه ℓ و ℓ'، نرسم قطعتين مستقيمتين بهذين الطولين متعامدتين في منتصفهما ثم نصل بين أطرافهما.

خطوات الإنشاء:



1. نرسم قطعة مستقيمة $[AC]$ بطول $6\,cm$، ثم نعين منتصفها M.
2. نرسم محور القطعة $[AC]$ ونأخذ عليه نقطتين B و D بحيث يكون $MB = MD = 2\,cm$.
3. نصل بين نهايات القطعتين $[AC]$ و $[BD]$

فيكون الرّباعي $ABCD$ هو المعيَّن المطلوب.

تعليل الإنشاء:

$ABCD$ مضلّع رباعي قطراه $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان في M، فهو متوازي الأضلاع. ولأنَّ قطريه متعامدان، فهو معيَّن.

ثم إنَّ $AC = 6\ cm$ و $BD = 2 \times 2 = 4\ cm$، إذن $ABCD$ هو المعيَّن المطلوب.

تحقَّقْ من فهمك:

1. أنشئ معيَّناً طولا قطريه $4\,cm$ و $3\,cm$.
2. أنشئ مربَّعاً طول قطره $4\,cm$.

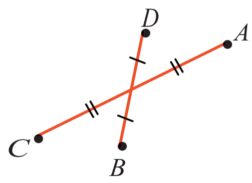
تدريب:

a) أنشئ معيَّناً $ABCD$ على أن يكون $AC = 5\,cm$ و $BD = 7\,cm$، ثم علّل إنشاءك.

b) ارسم دائرة (L) مركزها G، ثم ارسم فيها قطرين متعامدين $[AC]$ و $[BD]$.

1. $ABCD$ متوازي الأضلاع. لماذا؟
2. $ABCD$ مستطيل. لماذا؟
3. ما نوع الرّباعي $ABCD$؟ علِّلْ إجابتك.

تمرينات



1 أشر إلى الإجابات الصحيحة في كلّ من الحالات التالية:

1) في الشّكل المرسوم جانباً، الرّباعي $ABCD$ هو:

$\boxed{a}$ مستطيل $\boxed{b}$ متوازي الأضلاع $\boxed{c}$ معيَّن

2) إذا تعامد قطرا متوازي الأضلاع $ABCD$، كان $ABCD$:

$\boxed{a}$ مستطيلاً $\boxed{b}$ مربَّعاً $\boxed{c}$ معيَّناً

3) $ABCD$ متوازي الأضلاع إحدى زواياه قائمة، فهو:

$\boxed{a}$ مستطيل $\boxed{b}$ معيَّن $\boxed{c}$ مربَّع

4) $ABCD$ متوازي الأضلاع فيه $AB = BC$، فهو:

$\boxed{a}$ مستطيل $\boxed{b}$ معيَّن $\boxed{c}$ مربَّع

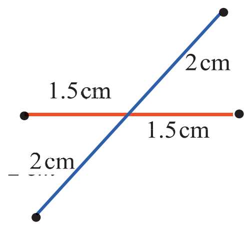
5) $ABCD$ متوازي الأضلاع فيه $AC = BD$، فهو:

$\boxed{a}$ مستطيل $\boxed{b}$ معيَّن $\boxed{c}$ مربَّع

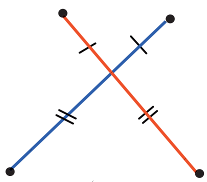
6) $ABCD$ متوازي الأضلاع قطراه متعامدان ومتساويان، فهو:

$\boxed{a}$ مستطيل $\boxed{b}$ معيَّن $\boxed{c}$ مربَّع

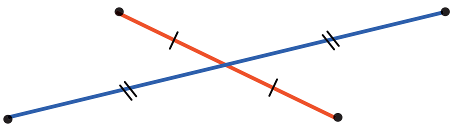
2 رسمنا في كلّ من الأشكال الثلاثة التالية قطري مضلّع رباعي. أشر إلى كلّ حالة يكون فيها الرّباعي متوازي الأضلاع وعلِّلْ إجابتك.



$\boxed{a}$

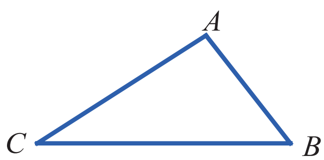


$\boxed{b}$



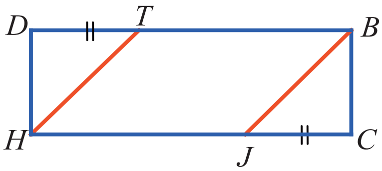
$\boxed{c}$

3 انقل الشّكل المبين جانباً إلى كراسك، ثم أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ مرة باستعمال خاصّة قطريه، ومرة أخرى باستخدام خاصّة ضلعين متقابلين.



4 $BCHD$ مستطيل. T نقطة من القطعة $[BD]$

و J نقطة من القطعة $[CH]$ و $DT = CJ$.



1. ما نوع الرّباعي $TBJH$؟ لماذا ؟

2. قارن بين طولي $[TH]$ و$[BJ]$.

5 ABC مثلَّث، D منتصف $[AC]$.

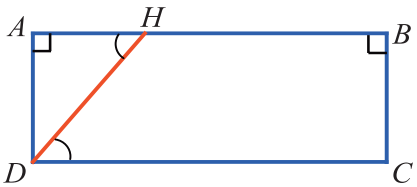
1. ارسمْ الشَّكل.

2. ارسمْ من C المستقيم الموازي للمستقيم (AB) ولتكن H نقطة تقاطعه مع المستقيم (BD).

3. سمِّ نظيرةَ كلّ من النقطتين A و B بالنسبة إلى النّقطة D.

4. استنتج أن الرّباعي $ABCH$ هو متوازي الأضلاع.

6 في الشَّكل المجاور:



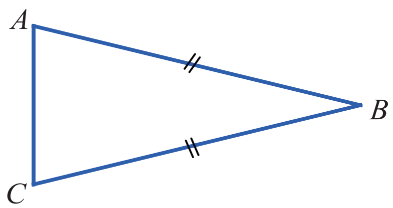
1. $\widehat{CBA} = \widehat{DAB} = 90°$، أثبتْ أنَّ $(AD) \parallel (BC)$.

2. $\widehat{AHD} = \widehat{HDC}$، أثبت أنَّ $(AB) \parallel (DC)$.

3. أثبت أنَّ الرّباعي $ABCD$ هو متوازي الأضلاع.

4. هلِ الرّباعي $ABCD$ مستطيل؟ علِّل إجابتك.

7 BAC مثلَّث متساوي الساقين رأسه B.



1. ارسمْ الشَّكل في دفترك.

2. ارسمْ النّقطة C' نظيرة النّقطة C بالنسبة إلى النّقطة B.

3. ارسمْ النّقطة A' نظيرة النّقطة A بالنسبة إلى النّقطة B.

4. أثبت أن الرّباعي $AC'A'C$ متوازي الأضلاع.

5. أثبت أنّ $AC'A'C$مستطيل.

8 أكمل كلّاً من العبارات التالية بكتابة رباعي أو متوازي الأضلاع.

1. إذا كان قطرا .... متعامدين كان معيَّناً.

2. إذا كانت أضلاع .... متساوية الطول، كان معيَّناً.

3. إذا كان ضلعان متجاوران من .... متساويي الطّول، كان معيَّناً.

9 نفِّذ الإنشاء التالي:

1. ارسم قطعة مستقيمة $[AB]$ بطول $5\,\text{cm}$.

2. عيِّنْ H منتصف القطعة $[AB]$.

3. ارسم القطعة $[CD]$ التي منتصفها H، بطول $5\,\text{cm}$. على أن تكون $\widehat{CHA} = 60^\circ$.

4. ارسم الرّباعي $ACBD$.

5. ما نوع الرّباعي $ACBD$؟ لماذا ؟

10 أكملْ كلّا من العبارات الآتية بملء الفراغ :

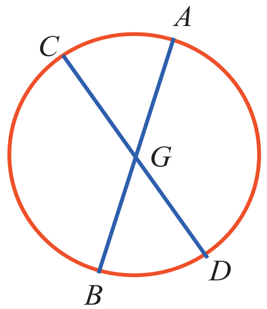
① كلّ مستطيل هو ....

② كلّ ... هو معيَّن.

③ كلّ معيَّن هو ...

④ كلّ مربَّع هو ... وهو ... وهو ...

11 $[AB]$ و $[CD]$ قطران في دائرة مركزها G.



1. لماذا يكون الرّباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع ؟

2. لماذا يكون متوازي الأضلاع $ACBD$ مستطيلاً ؟

3. كيف يُؤخذُ القطران $[AB]$ و $[CD]$ ليكون الرّباعي $ACBD$ مربَّعاً؟ علِّلْ إجابتك.

12 ارسم مستطيلاً $ABCD$ مركزه M. والمطلوب:

1. عيّن النّقطة H على أن يكون $AMBH$ متوازي الأضلاع.

2. ما نوع الرّباعي $AMBH$؟ علّل إجابتك.

3. ماذا يمكنك أن تقول عن القطعتين المستقيمين $[AB]$ و $[MH]$؟ لماذا ؟

13 ABD مثلَّث، نرمز إلى نظيرة A بالنسبة إلى المستقيم (BD) بالرمز C.

ما نوع الرّباعي $ABCD$ في كلّ من الحالتين الآتيتين:

أولاً) المثلَّث ABD متساوي الأضلاع.

ثانياً) المثلَّث ABD متساوي الساقين وقائم الزّاوية في A.

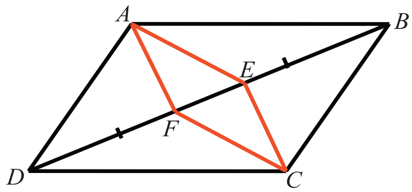
14 هل توافق على صحة كلّ من الادعاءات التالية ؟

1. إذا توازى ضلعان في مضلّع رباعي كان شبه منحرف.

2. قطرا متوازي الأضلاع متساويا الطول ومتناصفان.

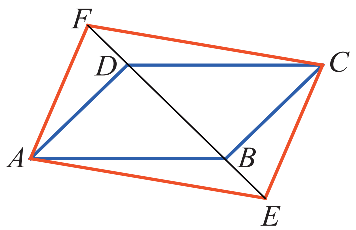
3. إذا كان لمضلّع رباعي مركز تَناظر كان متوازي الأضلاع.

4. قطرا مستطيل هما محورا تَناظر له.



15 في الشَّكل المرسوم جانباً : $ABCD$ متوازي الأضلاع فيه $BE = DF$.

أثبت أنَّ $AECF$ متوازي الأضلاع.



16 في الشَّكل المرسوم جانباً:

$ABCD$ متوازي الأضلاع فيه $BE = DF$.

أثبت أنَّ $AECF$ متوازي الأضلاع.

17 MBC مثلَّث متساوي الأضلاع، طول ضلعه 5cm. A و D نقطتان تجعلان $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه M.

1. ارسم شكلاً.

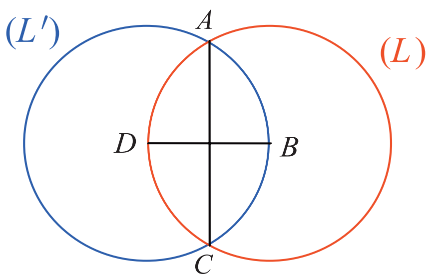
2. أثبت أنَّ $ABCD$ مستطيل.

3. عيّن M' نظيرة M بالنسبة إلى المستقيم (BC).

4. برهن أن الرّباعي $MBM'C$ معيَّن.

5. عين النقطتين G و H، نظيرتي B و M (على التوالي) بالنسبة إلى النّقطة C.

6. أثبت أن الرّباعي $MBHG$ مستطيل.



18 (L) دائرة مركزها B وتمر بالنّقطة D. (L') دائرة مركزها D وتمرُّ بالنّقطة B. تتقاطع الدائرتان في النقطتين A و C.

أثبت أن القطعتين المستقيمتين $[AC]$ و $[BD]$ متناصفتان ومتعامدتان.

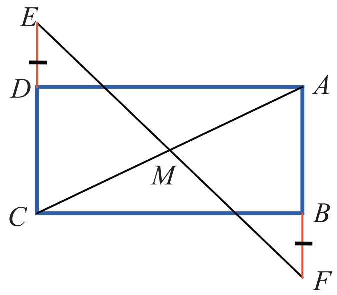
19 في الشَّكل المرافق: $ABCD$ مستطيل.

E نقطة على نصف المستقيم $(CD]$.

F نقطة على نصف المستقيم $(AB]$.

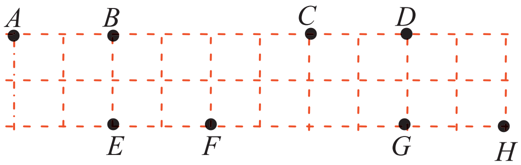
$DE = BF$ و M نقطة تقاطع القطعتين $[AC]$ و $[EF]$.

أثبت أنَّ $ME = MF$.



20 في الشّبكة المرسومة جانباً ثماني نقاط:

A و B و C و D و E و F و G و H.



1. سمِّ مستطيلاً رؤوسه أربعٌ من هذه النّقاط.

2. سمِّ عشرة متوازيات الأضلاع رؤوس كلّ منها أربعٌ من هذه النّقاط.

3. بكم طريقة يمكنك تغيير موضع A على الشبكة لتحصل على مربَّع رؤوسهُ أربعٌ من هذه النّقاط.

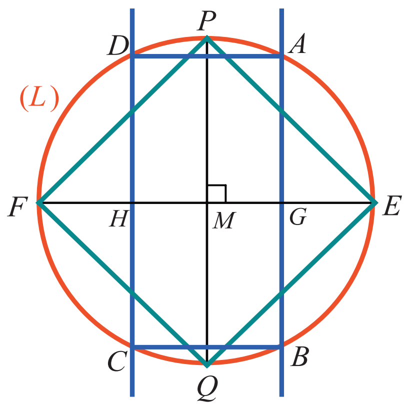
21 في الشَّكل المرسوم جانباً:

$[EF]$ و $[PQ]$ قطران متعامدان في دائرة (L) مركزها M،

G و H نقطتان من القطر $[EF]$ متناظرتان بالنسبة إلى M،

العمود في النّقطة G على المستقيم (EF) يقطع الدائرة (L) في النقطتين A و B.

و يقطع العمود في النّقطة H على المستقيم (EF) الدائرة (L) في النقطتين C و D.



1. أثبتْ أنَّ الرّباعي $PEQF$ هو متوازي الأضلاع.

2. أثبتْ أنَّ الرّباعي $PEQF$ هو معيَّن. استنتج نوع المثلَّث PEF.

3. لماذا لا يمكن أن يكون المثلَّث PEF متساوي الأضلاع؟

4. أثبتْ أنَّ الرّباعي $PEQF$ هو مستطيل.

5. أثبتْ أنَّ الرّباعي $PEQF$ هو مربَّع.

6. أثبتْ أنَّ الرّباعي $ABCD$ هو مستطيل.

الوحدةُ الرّابعةَ: التّناظر

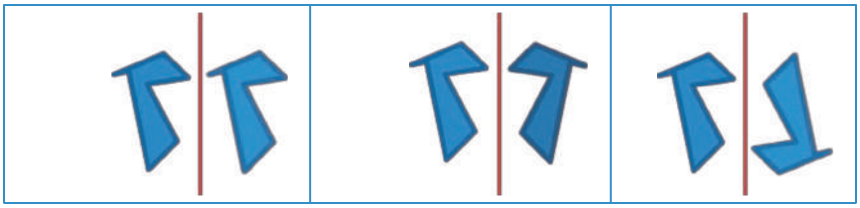
1. التّناظر المركزيّ

صِلةُ الدرس:

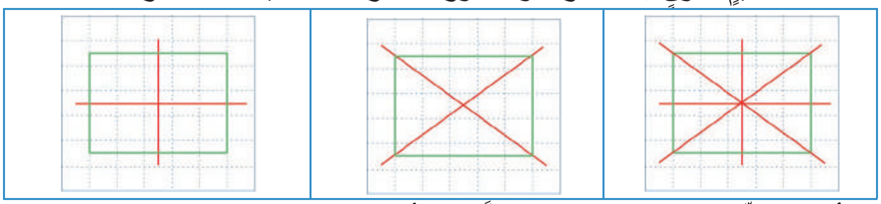
عندما ننظر إلى لوحة فسيفساء أو إلى سجّادة أو حتّى إلى رصيف، نجد الكثير من الأشكال الّتي تتكرَّر هنا وهناك مع تغيّر في المكان والاتّجاه، لتعطي في النهاية تناسقاً جميلاً للمنظر العام.

تذكّر ما تعلّمته في الصفّ السّادس عن التّناظر المحوريّ والدّوران، وأشِرْ إلى الإجابات الصحيحة تحت كلّ فقرةٍ من الفقراتِ الآتية :

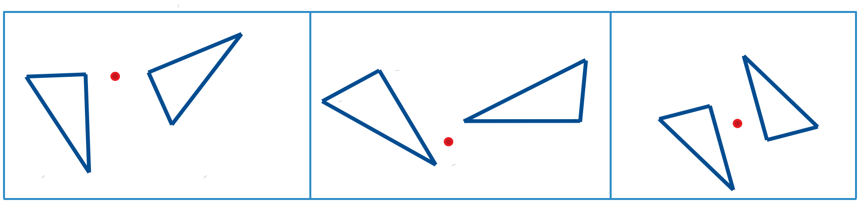
1. الشّكلان الملوّنان بالأزرق متناظران بالنّسبة إلى المستقيم المُلوَّن بالأحمر.



2. كل مستقيمٍ ملوَّنٍ بالأحمر هو محور تناظر للمستطيل الأخضر.



3. أحد المثلّثين ناتج عن تدوير الشّكل الأخر بمقدار 180^o



سوف تتعلّم:

الأشكال المتناظرة مركزياً

التّناظر المركزيّ.

من الحرف

الزخرفة: برع الحرفيون السوريون في حرفة الزخرفة، والدلالات موجودة في جدران وسقوف كثير من القصور والبيوت الدمشقية القديمة.

من الاستخدامات

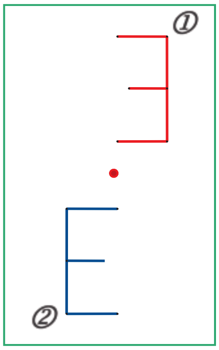
بالإضافة إلى الناحية الجماليّة تساعد التناظرات الهندسيّة المعماريّين والمزخرفين في أداء عملهم بشكل أسهل وأسرع.

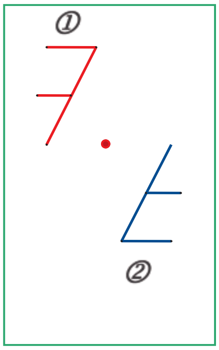
-ما التحويل الهندسي الّذي يعبّر عن انعكاس الصور في مرآة ؟

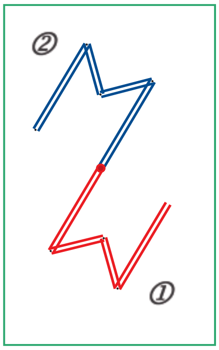
- ما الّذي يميّز الدّوران بزاوية مستقيمة ؟

انطلاقة نشطة

• تأمّل الأشكال الآتية وبيِّن كيف تنتقل في كلّ حالةٍ من الوضع ① إلى الوضع ② .





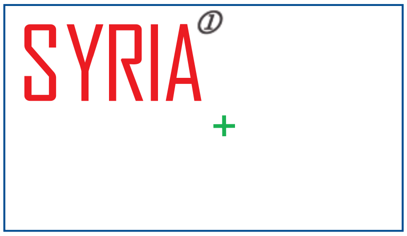


• اكتبْ على ورقةٍ بيضاءَ الكلمة في الوضع المبيّن

في الشَّكل ①.

ارسم على الورقة ذاتها الكلمة في الوضع ② بالطّريقة

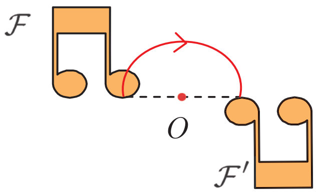
المعتمدة في الأشكال السّابقة.



تعلّم (التّناظر المركزيّ):

نقول إنَّ الشّكلين $\mathcal{F}$ و $\mathcal{F}'$ متناظران بالنّسبة إلى نقطةٍ O إذا أمكن تطبيقُ أحدهما على الآخر بدوران نصف دورة حول O .

نُسمّي O مركز التناظر. وفي هذه الحالة يكون كلّ شكل منهما نظير الآخر بالنِّسبة إلى O .



يُسمّى التَّناظر بالنِّسبة إلى مستقيم **تناظراً محورياً**.

يُسمَّى التَّناظر بالنِّسبة إلى نقطة **تناظراً مركزيَّاً**.

يؤول التَّناظر المحوريّ إلى طي الشَّكل حول محور التّناظر.

يؤول التَّناظر المركزيّ إلى تدوير الشَّكل حول مركز التَّناظر نصف دورة.

خاصة:

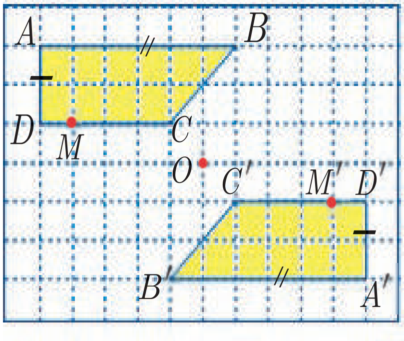
يحافظ التَّناظر المركزيّ على: **الأطوال والزَّوايا والمساحات وخاصّة الوقوع على استقامة واحدة.**

كما يحافظ على الأشكال: نظير أي شكل هو شكلٌ مطابق له .

ولكنه لا يحافظ على الاتجاه (بل يعكسه).

مثال:

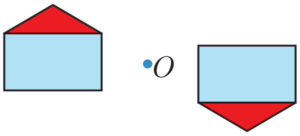
شِبها المنحرف $ABCD$ و $A'B'C'D'$ متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O



1. $AB = A'B' = 3\text{cm}$ و $AD = A'D' = 1\text{cm}$.
2. النقاط C و M و D على استقامة واحدة.
والنقاط M' (نظيرة M) و C' و D' على استقامة واحدة.
3. $\widehat{A} = \widehat{A'}$ و $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

تحقّقْ من فهمك:

تحقَّقْ باستخدام ورقٍ شفَّافٍ أنَّ الشَّكلين المرسومين أدناه، متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O



تدريب:

الشَّكلان $ABCDE$ و $MNQRF$ متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O

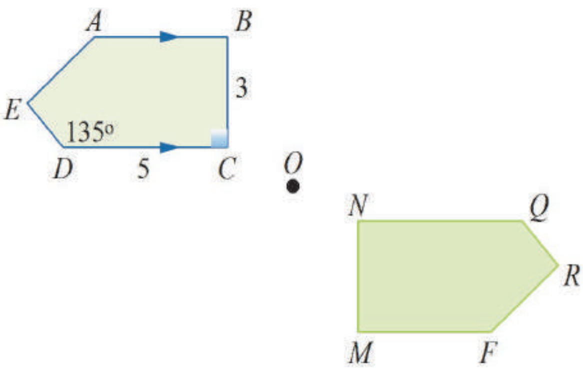
والمطلوب:

1) احسبْ NQ, MN.

2) احسبْ قياس الزَّاويتين N, Q.

3) اذكرْ ثلاثَ نقاط تقع على استقامة واحدة.

4) حدِّدْ في الشَّكل $MNQRF$ المستقيم الموازي لـ NQ

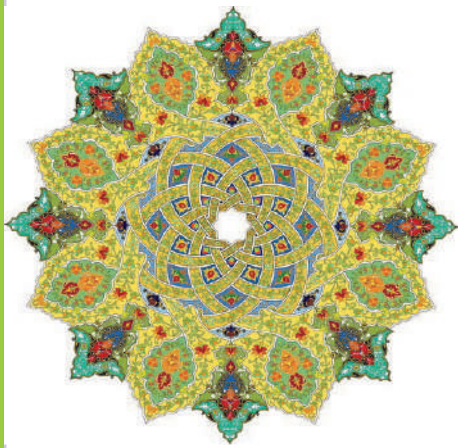


2. إيجاد النظير بالنِّسبة إلى نقطة

سوف تتعلّم:

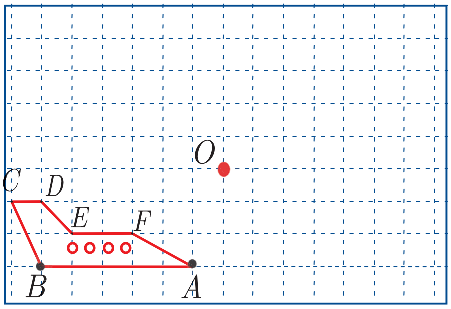
- إيجاد نظير نقطة.
- إيجاد نظير مستقيم، نصف مستقيم، قطعة مستقيمة، دائرة.
- إيجاد نظير شكل ما.

صِلةُ الدرس:



تعرّفنا في الدّرس السّابق الأشكال المتناظرة بالنِّسبة إلى نقطة، والآن سوف نتعلّم كيفيّة إيجادِ نظير نقطة، مستقيم، نصف مستقيم، قطعة مستقيمة، دائرة بالنِّسبة إلى نقطة.

انطلاقة نشطة



تأمّل الشَّكل المجاور.

عيِّن النُّقطة A' بحيث تكون النُّقطة O منتصف القطعة $[AA']$ لاحظ أنّ النُّقطتان A و A' متناظرتان بالنِّسبة إلى O (علِّل)

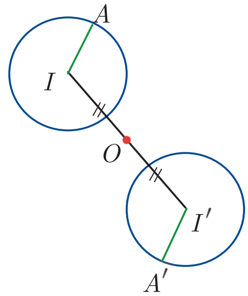
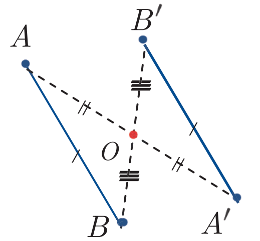
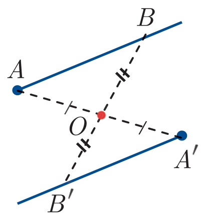
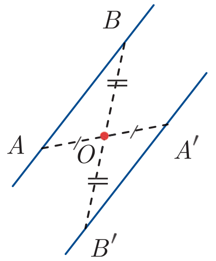
بنفس الأسلوب السَّابق عيِّن B', C', D', E', F' ، ثم صِل بين هذه النقاط بالمسطرة لاحظ أنّ الشَّكلين $A'B'C'D'E'F'$ ، $ABCDEF$ متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O.

من الاستخدامات

يمكن أن تنتج التناظرات الهندسيّة، من إيجاد نظير الأشكال والّتي تساعد في برمجة عمل آلات الحياكة والتّطريز.

تعلّم (إيجاد النظير بالنِّسبة إلى النُّقطة O)

1. نظيرة النُّقطة A هي النُّقطة A' الّتي تجعل O منتصف القطعة $[AA']$
2. نظير مستقيم هو مستقيم يوازيه.
3. نظير نصف مستقيم هو نصف مستقيم يوازيه.
4. نظير قطعة مستقيمة هو قطعة مستقيمة توازي الأولى وتساويها طولاً.
5. نظير دائرة مركزها I هو دائرة مركزها I' نظيرة I بالنِّسبة إلى النُّقطة O ولها نصف القطر ذاته.

الدّائرة	قطعة مستقيمة	نصف مستقيم	مستقيم
			

طريقة إنشاء نظير شكل

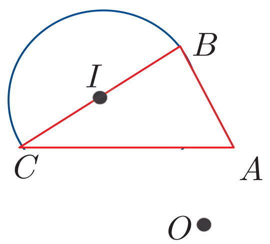
لرسم نظير شكل $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى نقطة:

1. نختار بعض نقاط الشَّكل $\mathcal{F}$ وبصورة خاصة رؤوسه.

2. ننشئ نظائر هذه النقاط.

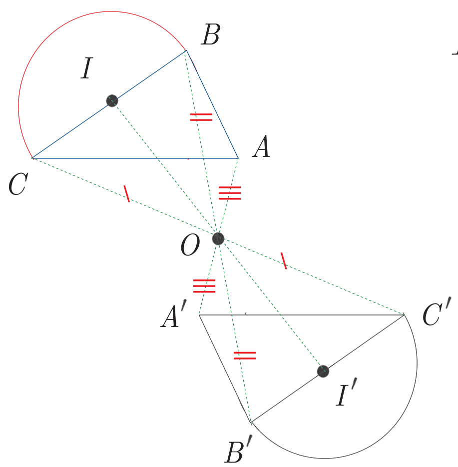
3. نصل بين النقاط الحاصلة بترتيب مماثل لترتيبها في الشَّكل $\mathcal{F}$.

مثال:



الشَّكل المرسوم جانباً مؤلف من مثلّث ABC ونصف دائرة قطرها $[BC]$ ومركزها I أنشئ نظير هذا الشَّكل بالنِّسبة إلى النُّقطة المُعطاة O

الحلّ:



1. ننشئ A' و B' و C' و I' نظائر A و B و C و I بالنِّسبة إلى النُّقطة O.

2. ثمَّ نرسم المثلّث $A'B'C'$

(يمكن أن نتحقّقْ من أنّ الأضلاع المتناظرة متوازية مثنى).

3. نرسم نصف الدائرة الّتي مركزها I' وقطرها $[B'C']$.

فيكون بذلك قد دار الشَّكل $\mathcal{F}$ نصف دورة حول O.

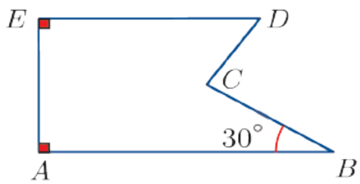
طريقة إنشاء نظير شكل بالاستفادة من بعض الخواص

لإنشاء شكلٍ $\mathcal{F}'$ نظيرِ شكلٍ $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى نقطة معينة، يمكننا:

1. إنشاء نظير نقطة واحدة من الشَّكل $\mathcal{F}$

2. ثم نتابع إنشاء الشَّكل $\mathcal{F}'$ باستخدام الخواص الّتي يحافظ عليها التَّناظر المركزيّ مع الانتباه إلى توجيه الشَّكل $\mathcal{F}'$.

مثال:

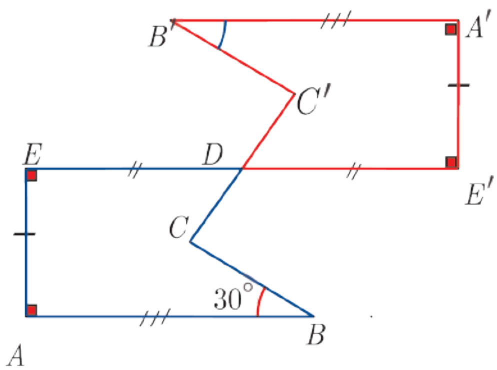


في الشَّكل المجاور:

$DE = 3\text{cm}$ ، $AE = 2\text{cm}$ ، $AB = 4\text{cm}$ ، $BC = 2\text{cm}$.

أنشئ نظير الشَّكل جانباً بالنِّسبة إلى النُّقطة D

الحلّ:



ننشئ النُّقطة E' نظيرة E بالنِّسبة إلى النُّقطة D

باستخدام مسطرة مدرجة.

ثمَّ ننشئ النقاط A' و B' و C' نظيرات A و B و C

باستخدام مسطرة مدرّجة ومنقلة وفق الترتيب الآتي:

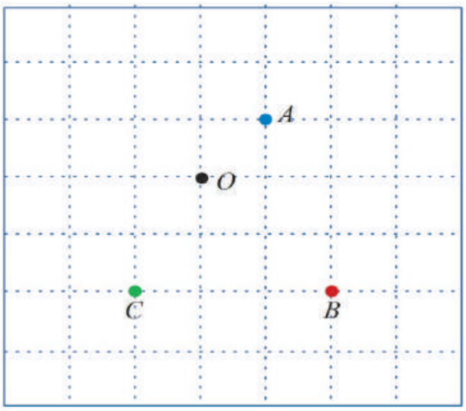
- E' تقع على DE و $DE' = DE = 3\text{cm}$.
- قياس الزَّاوية E' يساوي $90°$ و $A'E' = AE = 2\text{cm}$.
- قياس الزَّاوية A' يساوي $90°$ و $A'B' = AB = 4\text{cm}$.
- قياس الزَّاوية B' يساوي $30°$ و $B'C' = BC = 2\text{cm}$.
- نصل C' إلى D .

تحقّقْ من فهمك:

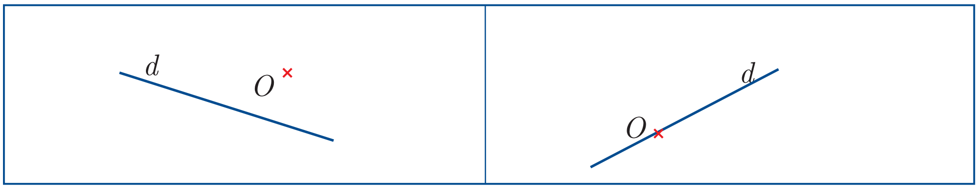
بيّن كيف يمكنك تحديد النُّقطة A' نظيرة A بالنِّسبة لـ O باستعمال مسطرة غير مدرّجة وفرجار.

تدريب:

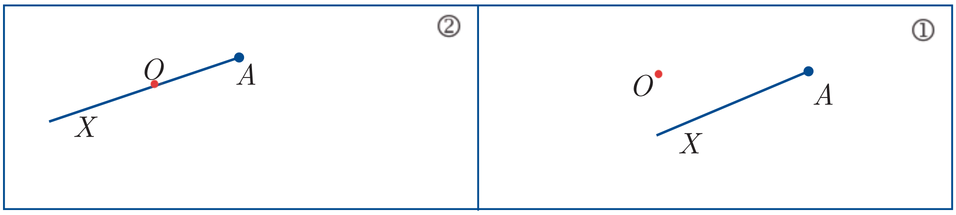
① في الشّكل التالي ارسم نظيرات النقاط A و B و C بالنِّسبة إلى O.



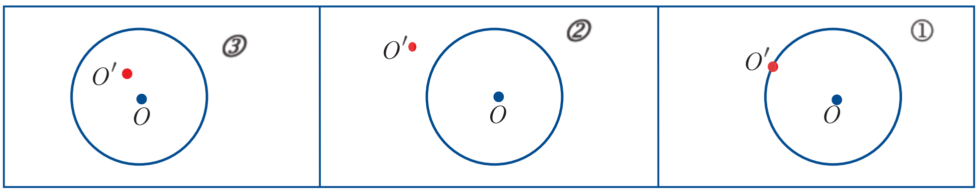
② ارسم نظير المستقيم d بالنِّسبة إلى النُّقطة O في الحالّتين الآتيتين :



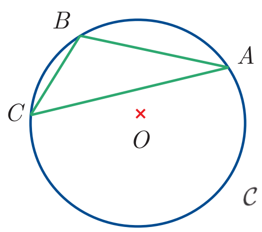
③ أنشئ نظير نصف المستقيم $[AX)$ بالنِّسبة إلى O في الحالّتين ① و ②



④ أنشئ نظير الدائرة الّتي مركزها O بالنِّسبة إلى النُّقطة O' في الحالات الآتية:



⑤ تنتمي النقاط A و B و C إلى الدائرة $\mathcal{C}$ الّتي مركزها O.



1. ارسم الشّكل.

2. اشرح طريقة إنشاء نظير كل من النقاط A و B و C بالنِّسبة إلى O باستخدام مسطرة غير مدرَّجة.

3. مراكز ومحاور التّناظر

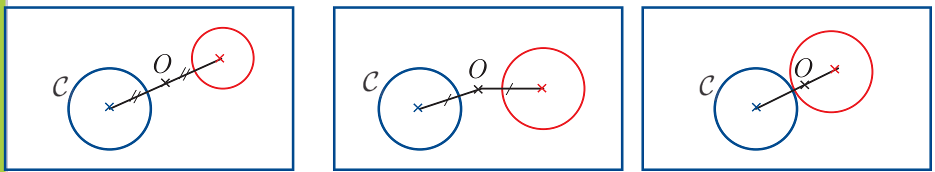
صِلةُ الدرس:

تعرفنا في الدرسين السابقين الأشكال المتناظرة، وكيفية إيجاد نظير شكل بالنِّسبة إلى نقطة.

والسؤال كيف نحدد مركز ومحاور تناظر الأشكال المتناظرة

انطلاقة نشطة

طُلب من وسيم وكريم وسعاد رسمُ نظيرة الدائرة $(\mathcal{C})$ بالنسبة إلى النقطة O، فكانت رسومهم على النحو الآتي:

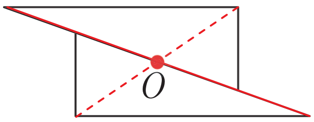


هل هذه الرسوم صحيحة؟ ما تعليقك؟

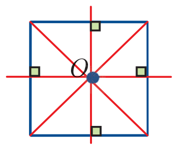
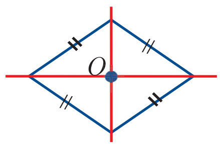
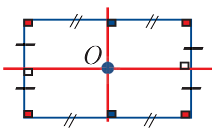
ارسم على ورقة بيضاء دائرةً C. وعيّن نقطةً O خارجها ثم أنشئ نظيرة هذه الدائرة بالنسبة إلى O.

تعريف(مركز تناظر):

يقبل الشّكل $\mathcal{F}$ النُّقطة O مركز تناظر إذا كان $\mathcal{F}$ نظير نفسه بالنِّسبة إلى O.



مراكز ومحاور تناظر الأشكال المألوفة

		
المربّع	المعيّن	المستطيل
له أربعة محاور تناظر.	له محورا تناظر.	له محورا تناظر.
Oهو مركز تناظره.	Oهو مركز تناظره.	Oهو مركز تناظره.

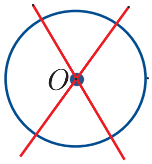
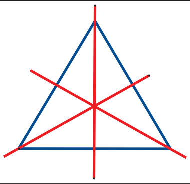
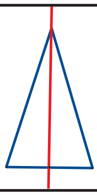
سوف تتعلّم:

- مراكز ومحاور تناظر الأشكال المألوفة.
- البحث عن مركز التَّناظر

من الإستخدامات:

يستخدم مركز التَّناظر لتحديد مكان تثبيت محور دوران أشكال دائرية.

مثل عجلة السيارة.

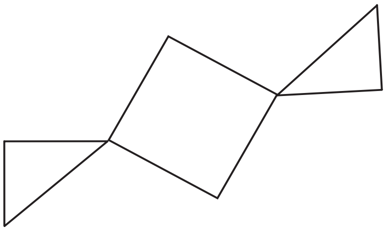
		
الدّائرة	المثلّث المتساوي الأضلاع	المثلّث المتساوي السّاقين
كلّ مستقيم مارّ بالمركز هو محور تناظر لها.	له ثلاثة محاور تناظر.	له محور تناظر.
مركزها هو مركز تناظر .	ليس له مركز تناظر.	ليس له مركز تناظر.

البحث عن مركز التّناظر

لتعيين مركز تناظر O لشكل $\mathcal{F}$:

1. نختار نقطتين من $\mathcal{F}$ تبدوان متناظرتين.
2. نعيِّن النُّقطة O منتصف القطعة الواصلة بين هاتين النقطتين.
3. نتحقَّقْ أن O هي منتصف قطع أخرى تصل بين نقاط من الشَّكل ونظائرها.

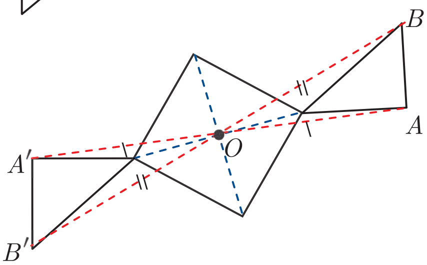
مثال:



إن الشَّكل $\mathcal{F}$ المرسوم جانباً مؤلف من مربع ومثلّثين.

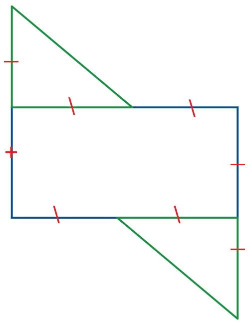
تحقَّقْ من أنّ الشَّكل يقبل مركز تناظر.

الحلّ:



1. نعين O مركز تناظر المرّبع وهو نقطة تلاقي قطريه.
2. نتحقَّقْ أن النقطتين A و A' متناظرتان بالنِّسبة إلى النُّقطة O وأنَّ النقطتين B و B' متناظرتان أيضاً بالنِّسبة إلى النُّقطة O.

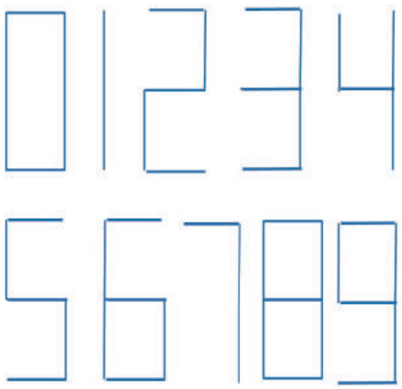
تحقّقْ من فهمك:



الشَّكل المرسوم جانباً مؤلف من مستطيل ومثلّثين قائمين ومتساويي السّاقين. ارسم هذا الشَّكل بالأدوات الهندسية، وتحقَّقْ أنّ له مركز تناظر.

تدريب:

أولاً:



1. من بين الأرقام المرسومة في الشّكل المرافق، ما الأرقام الّتي تقبل مركز تناظر؟

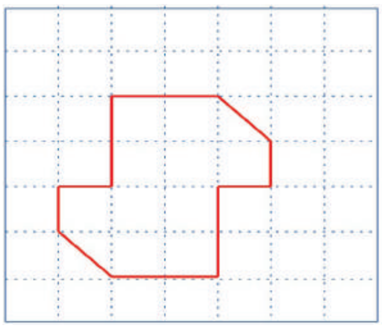
2. اكتب في كلّ من الحالّتين التّاليتين عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل يحقّقُ الخاصة المعطاة:

① له مركز تناظر ومحورا تناظر.

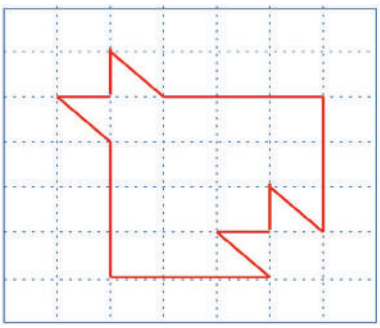
② له مركز تناظر وليس له محور تناظر.

ثانياً:

في كلٍّ من الحالّتين① و② اختبرْ التّناظر المركزيّ للشكل. في حالة الإيجاب عيّنْ مركز التناظر.



①

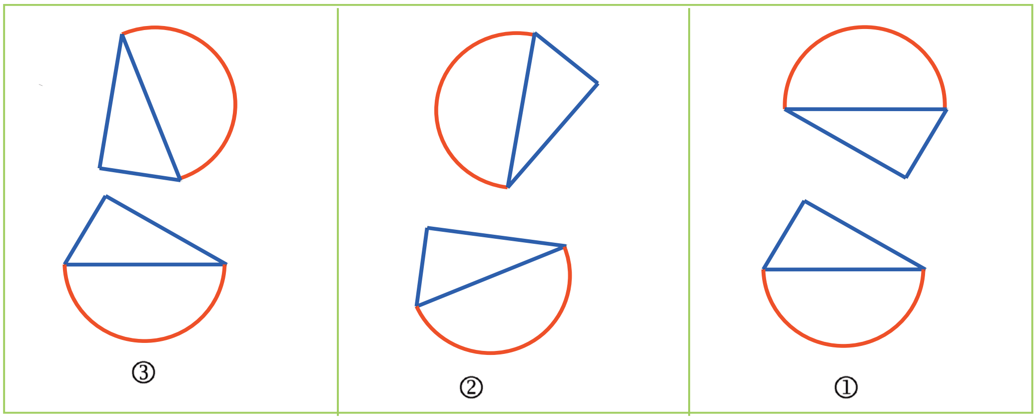


②

تمرينات

1. في كلِّ حالة من الحالات الآتية إجابة واحدة صحيحة، دلّ عليها.

① في الرَّسم المبيّن أدناه شكلان متناظران بالنِّسبة إلى نقطة.



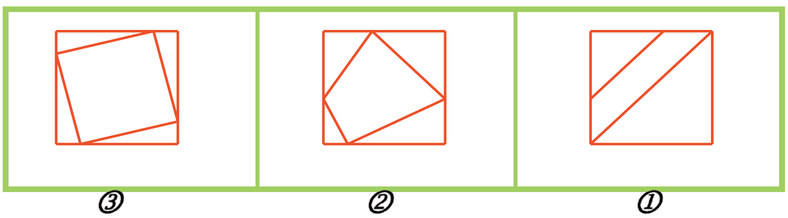
② الشّكلان المتناظران بالنِّسبة إلى نقطة لهما:

المساحة ذاتها والمحيطان متباينان.	المساحة ذاتها والمحيط ذاتُه.	المحيط ذاته والمساحتان متباينتان.

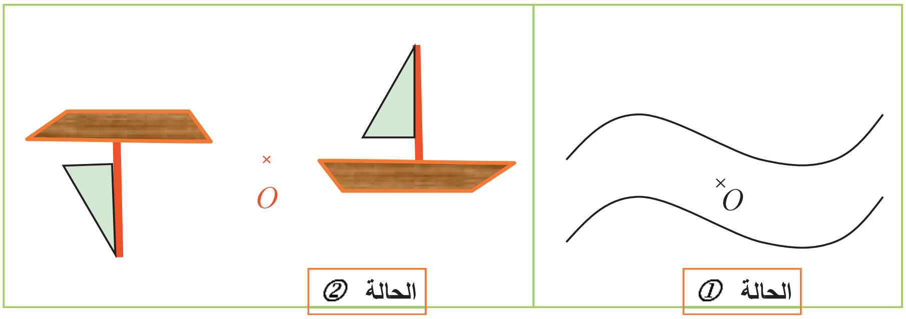
③ أحد الأشكال الآتية ليس له مركز تناظر ما هو؟

الدَّائرة.	المربَّع.	المثلّث المتساوي الأضلاع.

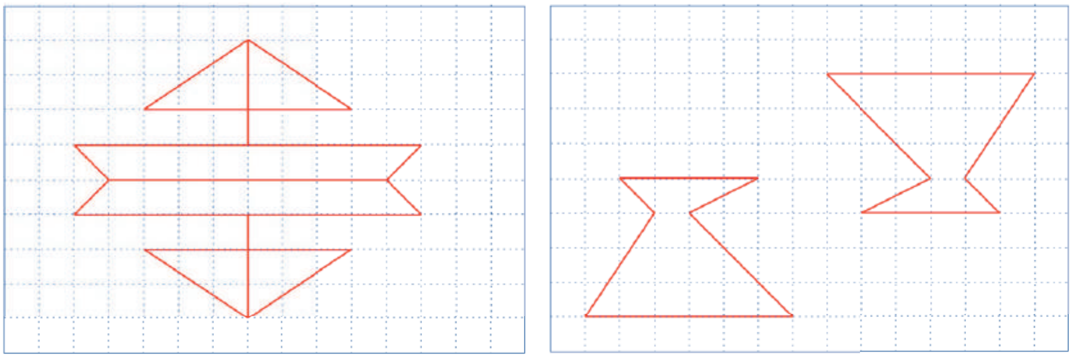
④ واحدٌ من الأشكال الآتية له مركز تناظر، هو الشَّكل:



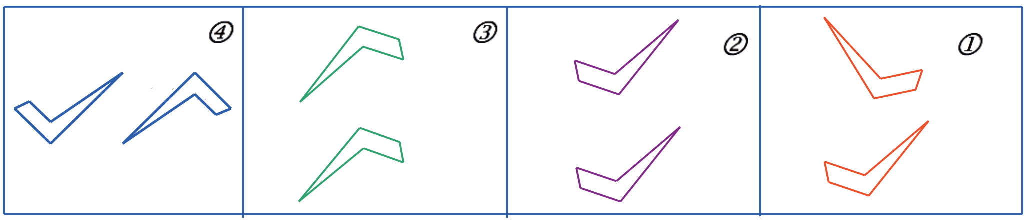
2. تحقق باستخدام ورق شفّاف أنَّ الشّكلين المرسومين متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O في الحالتين ① و②.



3. في كلٍّ من الحالتين ① و ② الآتيتين. اختبر التَّناظر المركزي أو المحوري للشَّكل وعلّلْ إجابتك.

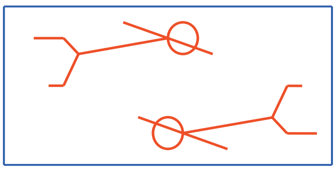


4. اختبرْ في كلٍّ من الحالات ① و ② و ③ و ④ تناظر الصُّورتين بالنِّسبة إلى نقطة ؟ علّل إجابتك.

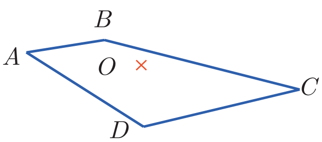


5. في الشَّكل، هل الصّورتان متناظران بالنِّسبة إلى نقطةٍ ؟

في حالة الإيجاب عيِّن مركز التَّناظر.

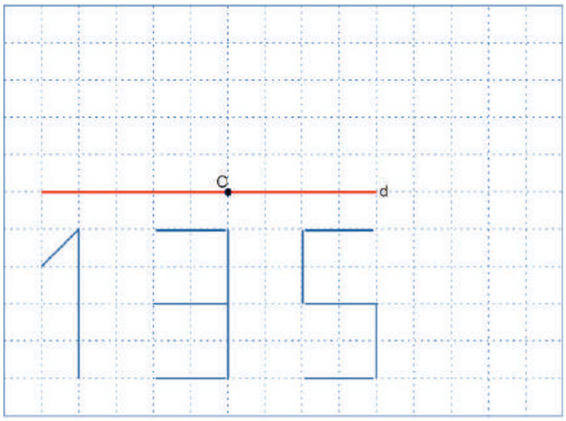


6. أنشِئْ نظير الشَّكل الرُّباعي $ABCD$ بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



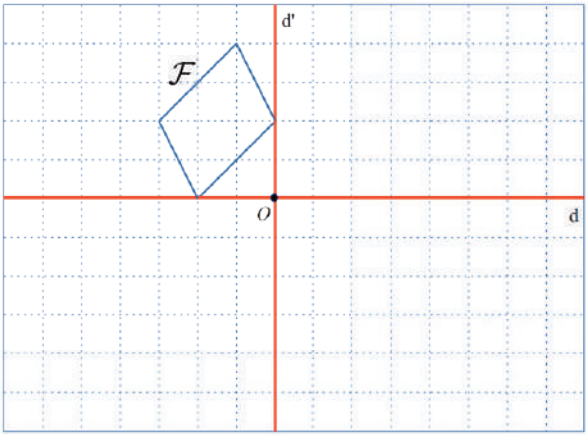
7. ارسمِ الشَّكل المبين جانباً على ورقة ميليمترية . ثم أنشئ نظير كلٍ من الأرقام الواردة:

1. بالنِّسبة إلى النُّقطة O.
2. بالنِّسبة إلى المستقيم d .



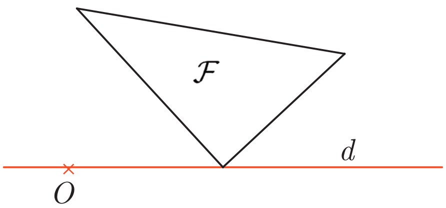
8. d و d' مستقيمان متعامدان في O.

1. ارسمِ الشَّكل على ورقة ميليمترية.
2. ارسمِ الشَّكل $\mathcal{F}'$ نظير $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى d .
3. ارسمِ الشَّكل $\mathcal{F}''$ نظير $\mathcal{F}'$ بالنِّسبة إلى d' .
4. ما التَّناظر الذي ينقلنا من $\mathcal{F}$ إلى $\mathcal{F}''$ ؟



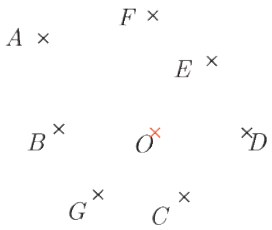
9. في الشَّكل المبيّن جانباً:

1. ارسم الشَّكل المبيّن جانباً على ورقة ميليمترية.
2. ارسم الشَّكل $\mathcal{F}'$ نظير $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى المستقيم d .
3. ارسم الشَّكل $\mathcal{F}''$ نظير $\mathcal{F}'$ بالنِّسبة إلى النُّقطة O.
4. ما التَّناظر الذي ينقلنا من $\mathcal{F}$ إلى $\mathcal{F}''$ ؟

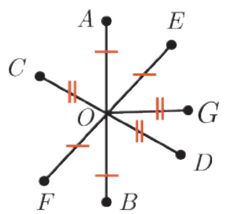


10. رسم سعيد مثلّثين على دفتره ، قياسات أطوال أضلاعه هي 3cm و 4cm و 5cm. وقياسات أطوال أضلاع الآخر هي 2.7cm و 4.3cm و 5cm. يؤكد زميله زياد أنّ هذين المثلّثين لا يمكن أن يكونا متناظرين. هل هذا القول صحيح ؟ علل إجابتك.

11. تمعَّن النِّقاط المرسومة جانباً ثمَّ عيِّن باستخدام المسطرة المدرجة أزواج النِّقاط المتناظرة بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



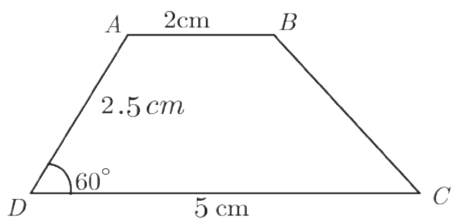
12. عيِّن في الرَّسم الموضح تالياً النِّقاط المتناظرة مثنى بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



13. ABC مثلّث. والمطلوب:

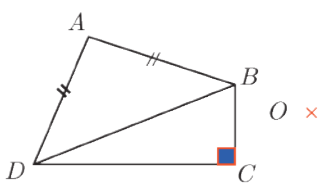
1. أنشِئ النقطتين A_1 و B_1 نظيرتي A و B بالنِّسبة إلى النُّقطة C.
2. أنشِئ النقطتين B_2 و C_2 نظيرتي B و C بالنِّسبة إلى النُّقطة A.
3. أنشِئ النقطتين A_3 و C_3 نظيرتي A و C بالنِّسبة إلى النُّقطة B، ثمَّ ارسم الشَّكل $A_1B_1B_2C_2C_3A_3$

14. في الشَّكل المجاور، $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه AB و CD.

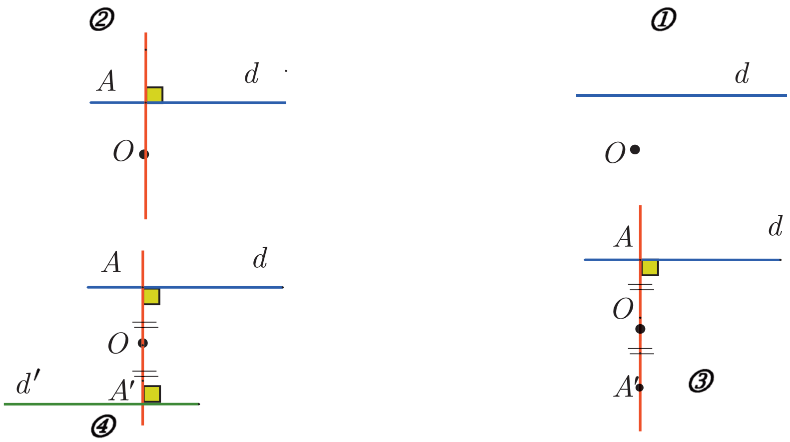


1. ارسم الشَّكل في دفترك.
2. أنشِئ A' و B' نظيرتي A و B بالنِّسبة إلى C.
3. بدون استخدام المسطرة المدرجة أوجد طول القطعة $[A'B']$. علّل إجابتك.
4. أنشئ النِّقاط A'' و C'' و D'' نظيرات A و C و D بالنِّسبة إلى النُّقطة B.
5. بدون استخدام المسطرة المدرّجة أو المنقلة احسب الطولين $A''B$ و $C''D''$ وقياس الزاوية $A''D''C''$

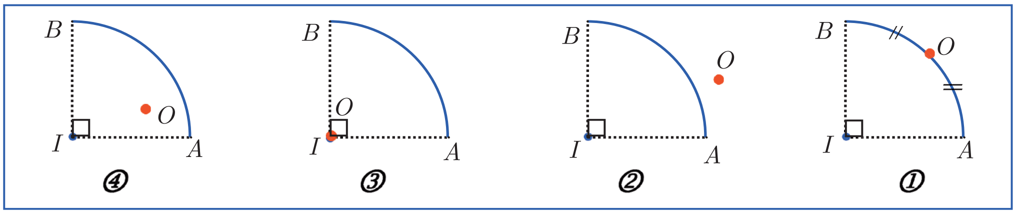
15. الشَّكل المرسوم جانباً مؤلف من مثلّث متساوي الساقين وآخر قائم الزاوية، أنشِئ نظير هذا الشَّكل بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



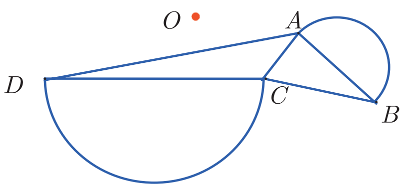
16. يبيّن الشّكل الآتي المراحل التي اتّبعها خالدٌ لإنشاء نظير المستقيم d بالنِّسبة إلى النُّقطة O. هل مراحل الإنشاء صحيحة؟ علّل إجابتك.



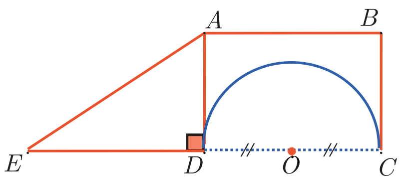
17. AB رُبع قوس من دائرة مركزها I. أنشئ في كل من الحالات الأربع الآتية نظير القوس AB بالنِّسبة إلى النُّقطة المفروضة O.



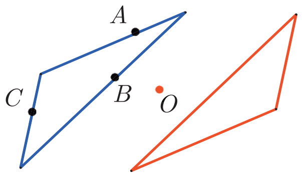
18. الشَّكل المرسوم جانباً مؤلف من مثلّثين ونصفي دائرتين قطراهما $[AB]$ و $[CD]$ بالترتيب. أنشئ نظير هذا الشَّكل بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



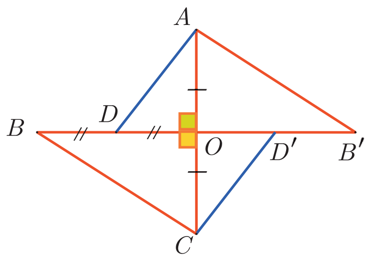
19. في الشَّكل المرسوم جانباً:
نصف دائرة قطرها $[CD]$ ومركزها O، $ABCD$ مستطيل.
$DC = DE = 3\text{cm}$ و $BC = 2\text{cm}$.
أنشئ نظير الشَّكل بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



20. في الشَّكل المجاور مثلّثان متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O. تنتمي النِّقاط A و B و C إلى أضلاع أحد هذين المثلّثين. أنشئ (باستخدام الفرجار فقط) نظيرات النِّقاط A و B و C بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



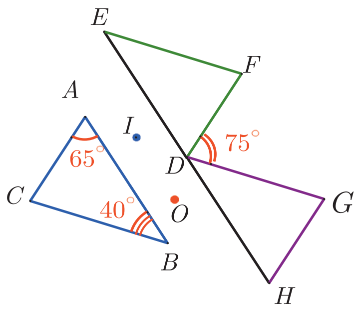
.21 في الشَّكل المرسوم جانباً المثلّثان BOC و AOB' متناظران بالنِّسبة إلى O، كذلك المثلّثان AOD و COD'.



$OA = 2\text{cm}$ و $OD = 1.5\text{cm}$.

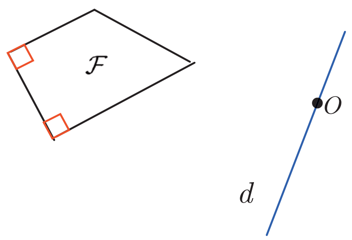
احسب مساحة المضلع $AB'D'CBD$.

.22 في الشَّكل المرسوم جانباً المثلّثان DEF و ABC متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة I. والمثلّثان DGH و ABC متناظران بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



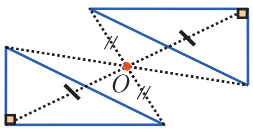
وفق معطيات الشَّكل، هل يمكن معرفة أن النِّقاط E و D و H على استقامة واحدة ؟

.23

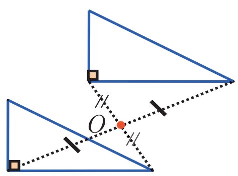


1. ارسم الشَّكل المبين جانباً على ورقة بيضاء ، ثم أنشئ $\mathcal{F}'$ نظير $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى المستقيم d .
2. اطوِ الورقة حول d وصحِّح وضع الشَّكل $\mathcal{F}'$ عند الضرورة.
3. ارسم $\mathcal{F}''$ نظير الشَّكل $\mathcal{F}$ بالنِّسبة إلى النُّقطة O .
4. تحقق بواسطة إبرة الفرجار والورق الشفاف أن العمل في الطلب (3.) صحيح وصحِّح إن دعت الحاجة.

.24 أيُّ الشَّكلين الآتيين متناظر بالنِّسبة إلى النُّقطة O.



②



①

الوَحْدةُ الخامسة: النّسبَة والتّناسُب

1- التّنَاسُب

صِلةُ الدَّرس:

تعرَّفت سابقاً استخدام النِّسبَة للمقارنة بين مقدارين بقسمة أحدهما على الآخر وتعلّمت أن التَّناسُب هو تساوي نسبتين، وسوف تتَعلَّمُ في هذا الدَّرس جداول التَّناسُب ومعامل التَّناسُب.

انطلاقةٌ نشطة

❶ إذا كان ثمن قلمين 15 ليرة سورية كم يساوي ثمن 10 أقلام من هذا النوع.

❷ الجَّدول الآتي يبيِّن أسعار كميَّات مختلفةٍ من الموز:

الوزن بالكيلو غرام	1	2	3	4
السِّعر باللّيرة السورية	75	150	225	......

× $\boxed{}$

والمطلوب:

- أكملْ ما يأتي:

$$\frac{75}{1} = ... , \frac{150}{2} = ..., \frac{225}{3} = ...$$

نلاحظ أنّ..............

- ضع العدد المناسب في المستطيل السَّابق.
- استنتج ثمن 4kg من الموز واكتبه في الجدول السابق.
- بمبلغ 900 ليرة سورية كم كيلو غراماً من الموز تستطيع أن تشتري؟

سوف تتَعلَّمُ:

- إكمال جدول التَّناسُب
- قاعدة الضَّرب التَّقاطعي
- التَّمثيل البياني لنقاط متناسبة

في الطبخ:

يستخدم الطَّبَّاخون في المطاعم التَّناسُب لمعرفة المقادير المناسبة لوجبة معينة.

تذكر:

- عندما تتساوى عدَّة نسب نسمِّيها نسباً متكافئة.
- للحصول على نسب متكافئة نضرب حدَّي النِّسبَة بعددٍ مغايرٍ للصِّفر أو نقسِّم حدَّي النِّسبَة على عددٍ مغايرٍ للصِّفر.

تَعلَّمْ(جدول التَّناسُب):

- نقول إنَّ مقدارين متناسبان إذا نتج أحدهما عن الآخر بضربه بعدد، ونسمِّي هذا العدد معامل التَّناسُب.
- ففي الجَّدول السَّابق نلاحظ أن الأعداد في السَّطر الثَّاني تنتج عن الأعداد المقابلة لها في السَّطر الأوَّل بالضَّرب بالعدد 75. نسمِّي الجَّدول السَّابق جدول تناسب والعدد 75 معامل التَّناسُب.

مثال 1:

في معمل سكَّر حمص تمَّ تسجيل كميَّات الشَّوندر السُّكري المصنَّع، وكميَّات السُّكَّر المُنْتَجَة في خمسة أيام متتالية، وتمَّ تجميعها في الجَّدول الآتي:

اليوم	الأوَّل	الثَّاني	الثَّالث	الرَّابع	الخامس
كميَّة الشَّوندر	20 طن	25 طن	30 طن	24 طن	28 طن
كميَّة السُّكَّر	2.4 طن	3 طن	3.6 طن	2.88 طن	3.36 طن

$\times 0.12$

من الجَّدول نجد $0.12 = \frac{3.36}{28} = \frac{2.88}{24} = \frac{3.6}{30} = \frac{3}{25} = \frac{2.4}{20}$ ، فالجَّدول السَّابق جدول تناسب.

نسمِّي العدد 0.12 معامل التَّناسُب ويكون

$$30\times 0.12=3.6 \qquad 25\times 0.12=3\ , \qquad 20\times 0.12 = 2.4\ ,$$

$$28\times 0.12=3.36 \qquad 24\times 0.12=2.88\ ,$$

مثال 2:

يمثِّلُ الجَّدول الآتي العلاقة بين عمر طارق وطوله:

طول طارق بالأمتار	1	1.40	1.70
عمر طارق بالسَّنوات	5	10	18

لاحظ أن $\frac{1.40}{10} \neq \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

فالجَّدول السَّابق ليس جدول تناسب. وعموماً لا يتناسب عمر الإنسان مع طوله.

نشاط :

يقطع زورق في البحر مسافة 3 كيلومترات في 4 دقائق، فإذا كانت المسافات الَّتي يقطعها متناسبة مع الزَّمن، ما الزَّمن الذي يحتاجه الزورق لقطع مسافة 12 كيلو متراً ؟

نلاحظ أنّ 12 كيلومتراً تساوي أربعة أضعاف الثلاث كيلومترات فيلزمها أربعة أضعاف الزمن اللازم لقطع ثلاث كيلومترات أي $16 = 4 \times 4$ دقيقة.

ومنه جدول التناسب الآتي:

المسافة المقطوعة (كيلو متر)	3	12
الزَّمن اللاَّزم (دقيقة)	4	16

تَعلَّمْ(قاعدة الضَّرب التَّقاطعي):

في التَّناسُب: جداء الطَّرفين يساوي جداء الوسطين.

ونسمِّي هذه القاعدة: قاعدة الضَّرب التَّقاطعي.

في التّناسُب:

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

طرفين وسطين

مثال:

سجَّل سعيد عدد نبضات القلب في مدتين مختلفتين، فكان عدد النَّبضات في 15 ثانية مساوياً 18 نبضة، وفي 20 ثانية مساوياً 24 نبضة، كما في الجَّدول:

عدد النَّبضات	24	18
الزَّمن بالثواني	20	15

بيِّنْ أنّ الجَّدولَ هو جدول تناسب.

الحلّ:

نلاحظ أنّ $\frac{6}{5} = \frac{\cancel{4} \times 6}{\cancel{4} \times 5} = \frac{24}{20}$ و $\frac{6}{5} = \frac{\cancel{3} \times 6}{\cancel{3} \times 5} = \frac{18}{15}$ إذن $\frac{18}{15} = \frac{24}{20}$ والجدول هو جدول تناسب.

تَعلَّمْ (إكمال جدول التَّناسُب)

- يمكنْ إكمال جدولَ تناسب إذا عُلم منه عددان متناسبان(غير معدومين)
- ننتقل من a إلى b بأن نضرب a بالنِّسبَة $\frac{b}{a}$

a	$\times\frac{a}{b}$
b	$\times\frac{b}{a}$

مثال:

① احسب العدد b حتى يكون الجَّدول الآتي جدول تناسب.

3	15	$\times\frac{7}{3}$
b	35	

② احسب العدد t حتى يكون الجَّدول الآتي جدول تناسب.

$\times\frac{8}{5}$	8	t
	5	1.5

الحلّ:

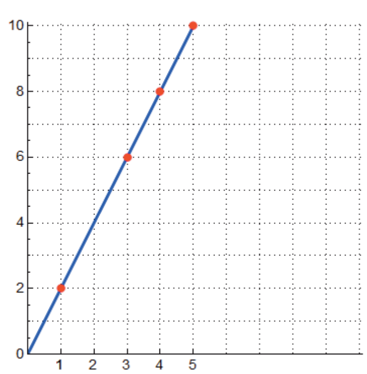
① الجَّدول المعطى جدولُ تناسب، ولمّا كان $\frac{7}{3}=\frac{35}{15}$ كان $b=3\times\frac{7}{3}$ ومنه $b=7$

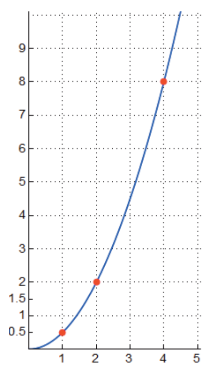
② الجَّدول المعطى جدولُ تناسب، ومنه $t=1.5\times\frac{8}{5}$ ومنه $t=\frac{15\times 8}{50}=\frac{3\times 8}{10}=2.4$

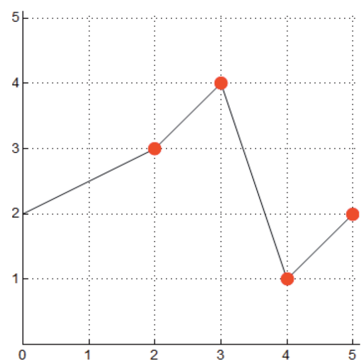
التَّمثيل البياني لنقاط متناسبة

انطلاقةٌ نشطة

لدينا ثلاثة جداول مُعطاة وثلاثة تمثيلات بيانيَّة







A			
5	4	3	2
2	1	4	3

B			
5	4	3	1
10	8	6	2

C		
4	2	1
8	2	0.5

يمكن افتراض أنّ كلّ عمود في كل جدول من الجداول السابقة يمثل إحداثيّتي نقطة فاصلتها العدد الموجود في السطر الأول وترتيبها العدد الموجود في السطر الثاني.

①ارفق بكلِّ جدول التَّمثيل البياني الَّذي يناسبه.

②من بين الجداول الثَّلاثة حدِّدْ الجَّداول المتناسبة، وما نوع خطها البياني.

تَعلَّمْ

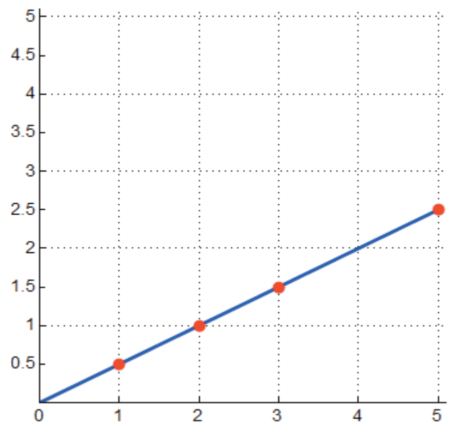
إذا كانت النُّقاط تقع على استقامة واحدة مع المبدأ فإن فواصل هذه النقاط متناسبة مع تراتيبها.

مثال:

التَّمثيل البياني الآتي يوضِّح المسافة الَّتي قطعها عزَّام خلال الفترات الزَّمنية المسجلة.

①هلِ المسافة والزَّمن متناسبان؟ علِّلْ ذلك؟

②أكملْ بقراءة الرسم البياني المجاور الجَّدول الآتي:



المسافة المقطوعةُ مُقدَّرةٌ بالكيلومتر	1	2	3	4
الزَّمنُ مُقدَّرٌ بالسَّاعة	0.5	.....	1.5	.....

الحلّ:

①نلاحظ أنّ النّقاط تقع على استقامة واحدة مع المبدأ، إذن المسافة والزَّمن متناسبان.

②من التَّمثيل البياني لدينا النُّقطة الَّتي فاصلتها 2 ترتيبها 1 والنُّقطة الَّتي فاصلتها 4 ترتيبها 2.

المسافة المقطوعةُ مُقدَّرةٌ بالكيلومتر	1	2	3	4
الزَّمنُ مُقدَّرٌ بالسَّاعة	0.5	1	1.5	2

تَحَقَّقْ من فهمك:

هل توجدُ حالةُ تناسب في كلٍّ من العباراتِ الآتية:

① ثمن مجموعة من الدَّفاتر وعدد هذه الدَّفاتر.

② طول ضلع أيِّ مربَّع ومحيطه.

③ مجموع درجات الطَّالب وعمره.

④ محيط الدَّائرة ونصف قطرها.

تدريب:

❶ بيِّنْ أيّاً من الجداول الآتية هو جدول تناسب؟

9	8	7	6	5
63	56	49	42	35

12	22.44	1.8	4.4
0.3	0.56	0.045	0.11

12	7.5	4.5	3
15	17.5	10.5	7

❷ احسب معامل التَّناسُب في كلٍّ من جداول التَّناسُب المعطاة

13.5	3
9	2

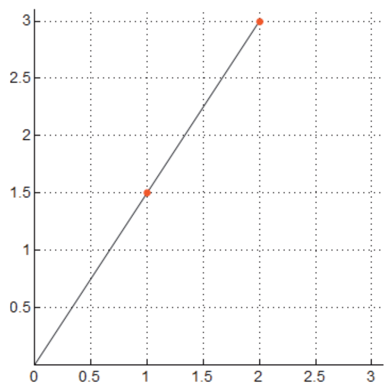
24	8
15	5

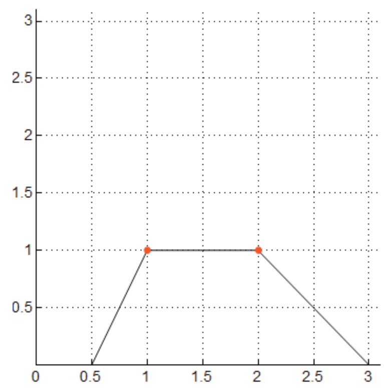
4.5	7.5
18	30

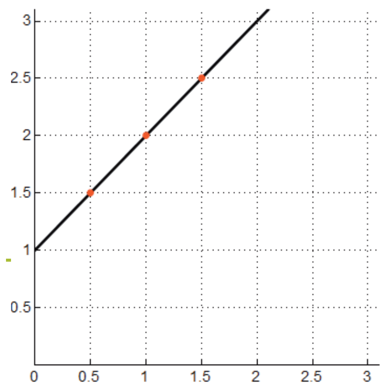
❸ احسب x و y ليكون الجدول المعطى جدول تناسب.

7.5	4.5	x
y	9	16

❹ ما التَّمثيل البياني الَّذي يمثِّلُ تناسباً فيما يلي:







2- النِّسبَةُ المئوية

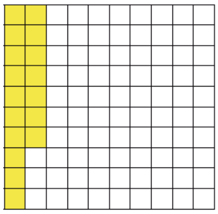
صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْت في الدَّرس السَّابق التَّناسُب، وسنتَعلَّمْ في هذا الدَّرس إيجاد المقادير المتناسبة، إذا عُلِمَتْ إحدى نسب هذا التَّناسُب.

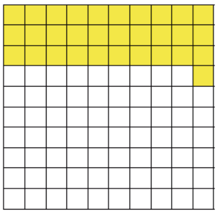
انطلاقةٌ نشطة

❶ كل شكل مما يأتي يحوي 100 مربَّعاً. اكتب النِّسبَةَ الَّتي تمثِّل عدد المربَّعات الصَّفراء إلى عدد المربعات الكلي في كلِّ شكل.

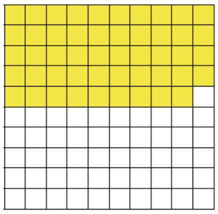
a



b



c



❷ انقل الجدول إلى دفترك ثم املأ هذه المربَّعات:

$\frac{19}{50} = \frac{\square}{100} = \square\%$	$\frac{8}{10} = \frac{\square}{100} = \square\%$	$\frac{32}{100} = \square\%$
$\frac{11}{25} = \frac{\square}{100} = \square\%$	$\frac{124}{200} = \frac{\square}{100} = \square\%$	$\frac{\square}{100} = 8\%$

❸ قرَّرَ أحد الآباء تخصيص هدية رمزية للمتفوِّق من أبنائه الثَّلاثة، والَّذين كانت علاماتهم على النحو الآتي (حصلت زينة على 15من أصل 20، حصلت لجين على 45من أصل 50، حصل رامي على 8من أصل 10)

هل يُمكنك أنْ تحدِّدَ المتفوقَ مباشرة؟

ما هي النِّسبَة المئوية لعلامة زينة؟

ما هي النِّسبَة المئوية لعلامة لجين؟

ما هي النِّسبَة المئوية لعلامة رامي؟

هل يمكنك أنْ تحدِّد المتفوق الآن؟

سوف تتَعلَّمُ:

- التَّعبير عن كميَّة بصورة نسبة مئوية.
- إيجاد كميَّة بواسطة معرفة نسبتها المئوية من كميَّة ما.

في علم السُّكان:

يستخدم الباحثون في علم السُّكان النِّسبَة المئوية للتعبير عن نسبة الذكور والإناث في المجتمع.

مثلاً: في سورية نسبة الذكور في المجتمع هي 52%

تذكر :

يمكن تحويل النِّسبَة إلى نسبة مئوية ذلك بجعل مقام النِّسبَة يساوي مئة.

نكتب عادة النِّسبَة $\frac{80}{100}$ بالشَّكل 80% .

تَعلَّمْ(إيجاد النِّسبَة المئوية من جدول التَّناسُب):

- النِّسبَة المئوية هي نسبة عددٍ ما إلى العدد 100.
- يؤول إيجاد النِّسبَة المئوية الَّتي تمثلها a من b إلى إكمال جدول التَّناسُب المجاور. (حيث a,b غير معدومين) .

a	
b	100

مثال:

ثمن حاسوب 59000 ليرة دونَ ضريبة، فإذا عَلمتَ أنَّ الضريبةَ المفروضةَ عليه هي 2950 ليرة، أَوجدْ النِّسبَة المئوية الَّتي تمثلها الضريبة من ثمن الحاسوب.

الحل:

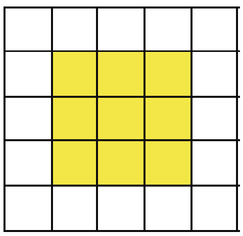
2950	x
59000	100

$$100\times\frac{2950}{59000}=5$$

ومنه تمثِّل الضريبة 5% من ثمن الحاسوب.

نشاط 1:

في الشَّكل المجاور:



1- عدد المربَّعات الصِّفراء $a=$...... وعدد المربَّعات الكلِّي $b=$......

2- احسب النِّسبَة المئوية k الَّتي تمثِّل عدد المربَّعاتِ الصَّفراء؟

3- أَوجدْ ناتجَ ضربِ النِّسبَة المئوية النَّاتجة بالعدد الكلِّي للمربَّعات؟

4- على ماذا يدلُّ العددُ الناتج؟

تَعلَّمْ

إذا كانت k النِّسبَة المئوية للعدد a من العدد b فإنَّ $a=kb$.

مثال1:

أعلنَ محلٌ عن حسومات لفائدة الطُّلَّاب،

① اشترى مازن من المحل أقلاماً ثمنها قبل الحسم 160ل.س فكم يوفّر مازن إذا كانت نسبة الحسم على الأقلام 40%؟

يوفر مازن 40% من 160 ويساوي $64=160\times\frac{40}{100}$ ل.س

② اشترت رانيا لعبةً مكتوبٌ عليها السِّعر 240 ليرة سورية، ولمّا دفعت ثمنها وجدت أنّه 180 ليرةً سورية فقط. أَوجدْ النِّسبَة المئويّة للحسم على الألعاب؟

مقدار الحسم $60=180-240$ ل س

نسبة الحسم $\frac{1}{4}=\frac{60}{240}$ وتساوي $25\%=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}=\frac{60}{240}$

مثال2:

بلغَتْ فاتورةُ مهنَّد في أحد المطاعم 2800ليرة سورية فإذا كانت الضريبة 3% فكم سيدفع مهنَّد.

الحلّ:

قيمة الضريبة $2800\times0.03=84$ ليرة سورية

المبلغُ الَّذي سيدفعه مهنَّد = قيمة الفاتورة + قيمة الضَّريبة.

المبلغُ الذي سيدفعه مهند $2800+84=2884$ ليرة سورية.

مثال3:

اكتب العدد $\frac{1}{3}$ بشكل نسبة مئوية.

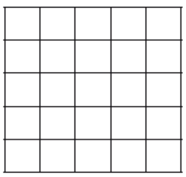
الحلّ:

$\frac{x}{100}=\frac{1}{3}$ ومنه $x=\frac{100\times1}{3}\approx33.3$ أي $\frac{1}{3}\approx33.3\%$

تَحَقَّقْ من فهمك:

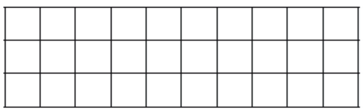
انقل الأشكال الآتية إلى دفترك ثم لَوِّن عدداً من المربَّعات يمثِّلُ النِّسبَةَ المئوية الموجودة أسفل كلِّ شكل.

a



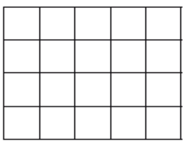
36%

b



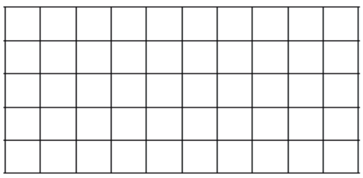
40%

c



65%

d

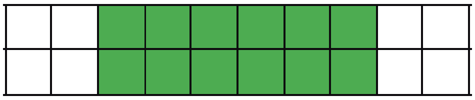


28%

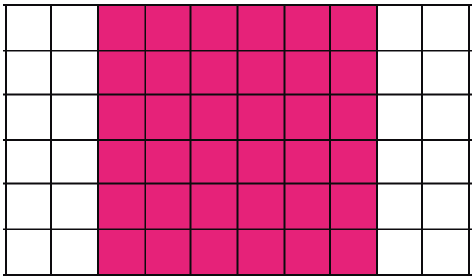
تدريب:

❶ اكتب النِّسبَة المئوية الَّتي تمثِّلُ عدد المربَّعات البيضاء في كلِّ شكل.

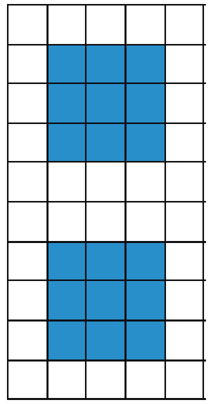
a)



b)



c)



❷ تمَّ تزيين 5% من أشجارِ الحديقة فكان عدد الأشجار المزيّنة 14 شجرة فكم عدد الأشجار.

❸ إذا كانت نسبة الطُّلَّاب الناجحين في إحدى المدارس تساوي 88% ماذا تساوي نسبة الطُّلَّاب الرَّاسبين.

3- وحدات القياس

سوف تتعلَّمُ:

- وحدات قياس الطُّول والمساحة والحجم.
- وحدات قياس الكتلة.
- وحدات قياس الزَّمن.

معلومة:

اللتر: $1L = 1000cm^3$

الطُّن: $1ton = 1000kg$

القرن = 100 سنة

العقد = 10 سنوات

السَّنة الشَّمسية = 365 يوماً

السَّنة الكبيسة = 366 يوماً

معلومة (النِّظام الستيني)

اعتمد البابليون منذ 5000 عام على تقسيم اليوم إلى 24 جزء حيث يمثِّلُ السَّاعة و قسَّموا السَّاعة إلى 60 دقيقة والدَّقيقة إلى 60 ثانية.

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْتَ سابقاً قوى العدد عشرة، والآن سوف تتَعلَّمُ كيف يمكنك استعمالها في التَّحويل بين وحدات القياس.

انطلاقةٌ نشطة

1 ضع إشارة ✓ في عمود واحد فقط لكل واحدة قياس.

الواحدة	الرمز	طول	مساحة	حجم	كتلة	زمن
متر	m	✓				
متر مربَّع	m^2					
متر مكعَّب	m^3					
ميليغرام	mg					
سنتيمتر	cm					
ثانية	s					
ديسيمتر	dm					
كيلوغرام	kg					
كيلومتر	km					
غرام	g					
دقيقة	min					
ميليمتر	mm					
ساعة	h					
ديكامتر	dcm					
لتر	L					
ميليلتر	mL					
هكتومتر	hm					
طن	ton					

اكتب في دفترك وحدات قياس كلٍّ من: الطُّول، المساحة، الحجم، الكتلة، الزَّمن.

❷ أكملْ الجَّدولَ الآتي وفق التحويل المُوضَّح:

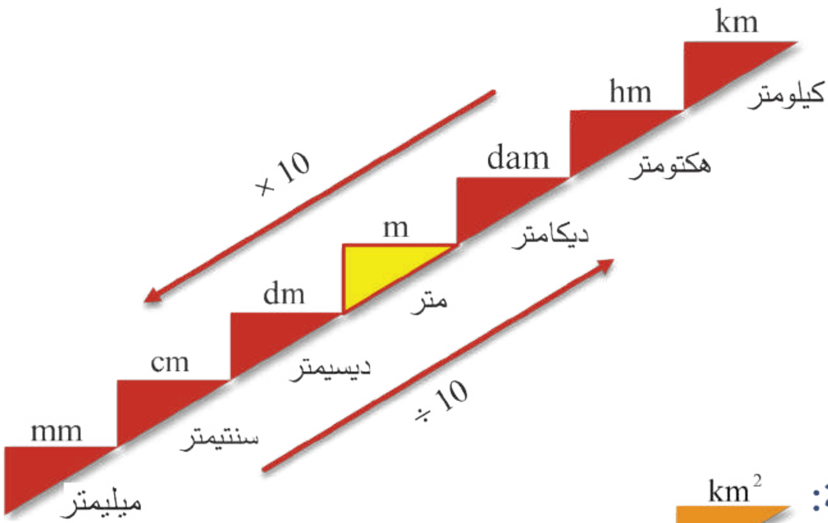
$\times10^3$	$\times10^2$	$\times10$		$\div10$	$\div10^2$	$\div10^3$
			0.3	0.03		0.0003
		0.6				
122100						

تَعلَّمْ:

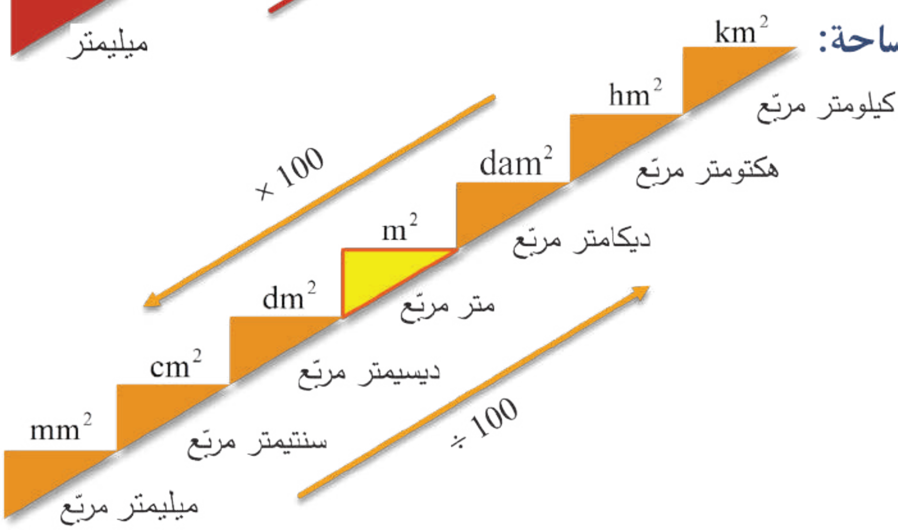
في نظام القياس المتري الوحدة الأساسيَّة لقياس الطُّول هي المتر، ولقياس المساحة هي المتر المربَّع، ولقياس الحجم هي المتر المكعَّب، ولقياس الكتلة هي الغرام، ولقياس الزَّمن هي الثَّانية.

و توضح الأشكال الآتية أجزاء ومضاعفات هذه الوحدات:

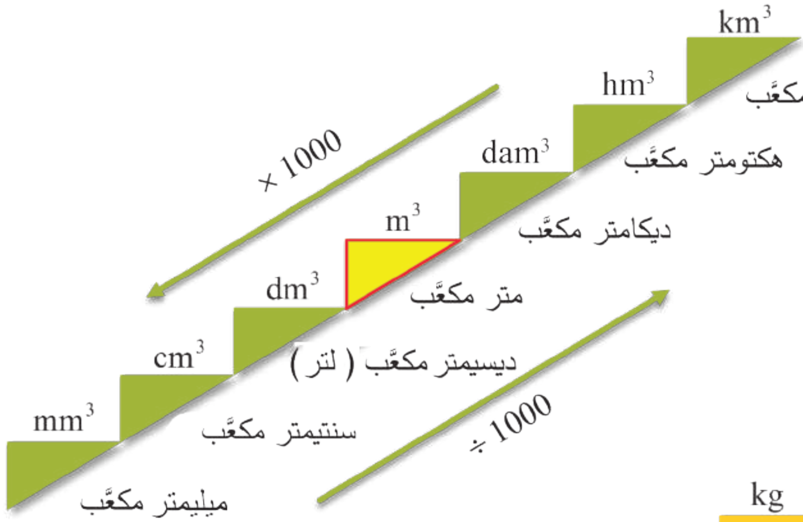
وحدات قياس الطُّول:



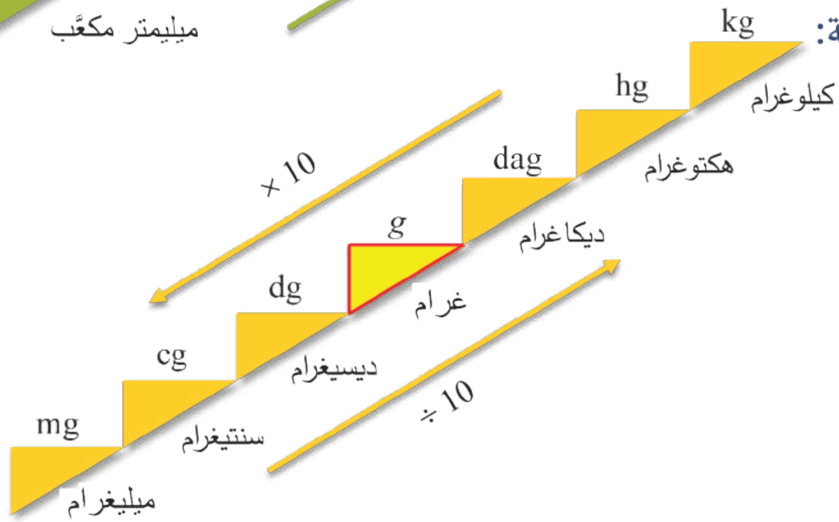
وحدات قياس المساحة:



وحدات قياس الحجم:



وحدات قياس الكتلة:



وحدات قياس الزَّمن:

الوحدة الأساسيَّة	÷60	÷60	÷24
الثَّانية	الدَّقيقة	السَّاعة	اليوم
s	min	h	يوم

مثال:

أكملْ ما يأتي:

① $25\,g = \boxed{\quad}\,kg$	② $3000\,dm^2 = \boxed{\quad}\,m^2$	③ $5\ell = \boxed{\quad}\,cm^3$
④ $1\,cm = 0.01\boxed{\quad}$	⑤ $34\,min = 2040\boxed{\quad}$	⑥ $5\,ton = 5000\boxed{\quad}$

الحل:

1) $25g = \boxed{0.025}\,kg$	2) $3000\,dm^2 = \boxed{30}\,m^2$	3) $5L = \boxed{5000}\,cm^3$
4) $1cm = 0.01\,\boxed{m}$	5) $34\,min = 2040\,\boxed{s}$	6) $5\,ton = 5000\,\boxed{kg}$

نشاط: أكملْ ما يأتي:

1) $5.2km = \boxed{}\,cm$	2) $6m^2 = \boxed{}\,dam^2$	3) $45.628hm^3 = \boxed{}\,km^3$
4) $53178\,kg = \boxed{}\,cg$	5) $15.68mg = \boxed{}\,dg$	6) $523hg = \boxed{}\,mg$
7) $4h = 14400\,\boxed{}$	8) $4\,ton = 4000\,\boxed{}$	9) $1kg = 0.001\,\boxed{}$
10) $0.85m^3 = 850\,\boxed{}$	11) $2040s = 34\,\boxed{}$	12) $2\,km^2 = 20000\,\boxed{}$

تَحَقَّقْ من فهمك: اذكر وحدة القياس الأكثر ملاءمة لكلٍّ مما يلي:

1- كتلة طالب في الصّفّ السّابع.

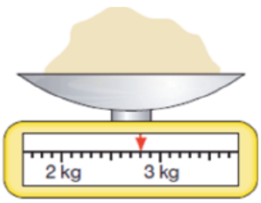
2- كتلة الحديد المستخدم في أساس بناء.

3- المسافة بين مدينتي درعا وحلب.

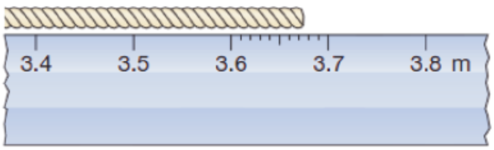
4- كتلة خاتم من الذهب.

5- ارتفاع جبل قاسيون.

تدريب:



1. اقرأ كتلة الطّحين الموضَّحَة بالشّكل الجانبي مُقدِّراً جوابَك بالغرام.



2. اقرأ طول الحبل المُوَضَّح بالشّكل الجانبي مُقَدِّراً جوابك بالسنتيمتر.

3. وضع فؤاد سيّارته في موقف سَيَّارات مأجور (50 ليرة في السَّاعة) لمدّة يومٍ وسبعِ ساعات، كم يجب أن يدفع فؤاد؟

4. ركب فادي الباص للذّهاب إلى جامعته في السّاعة السَّادسة صباحاً، وعند الوصول سأل فادي السّائق كم المسافة بين منزله والجّامعة فقال له 82km و 15m. وكانت السّاعةُ عند الوصول السّابعةَ وخمساً وأربعين دقيقة.

a) احسب هذه المسافة بالأمتار.

b) احسب الزّمن الّذي استغرقه فادي للوصول.

4- مقياس الرَّسم

صِلةُ الدَّرس:

نحتاج لتمثيل الأشياءَ الحقيقيَّة برسومٍ ذاتِ أبعادٍ معقولةٍ نستطيعُ التَّعاملَ معها، بحيث تكون الأطوال على الرَّسم متناسبةً مع الأطوال الحقيقيَّة.

انطلاقةٌ نشطة

1- ضعْ واحدَة القياس المناسبة: 4..... = 4000..... = 400 000 cm

2- عند رسم المخطَّط الهندسيِّ لقطعة أرضٍ مستطيلة الشَّكل، كان عرضها على الورق 8 cm، فإذا كان بعداها الحقيقيّان 32 m و 100 m. كم يبلغ طولُها على الورق؟

3- البعد بين مدينتين في الخارطة 6 cm، والبعد الحقيقيُّ بينهما 3 km، كم سنتيمتراً هو البعد بين العاصمة والميناء في نفس الخارطة إذا كان البعد الحقيقي بينهما 90 km؟

4- عرض المدرِّس خارطةً، مكتوبٌ عليها : مقياس الرَّسم $\frac{1}{100000}$.

① إذا كان البعد في الخارطة بين مدينتين 7 cm، احسب المسافة الحقيقيَّة بينهما.

② إذا كانت المسافة بين بلدتين 30 km، احسب البعد بينهما في الخارطة.

تَعلَّمْ:

- يُستخدَم مقياس الرَّسم لتمثيل أشكالٍ كبيرةٍ جدًّاً أو صغيرةٍ جدّاً.
- الأطوال الحقيقيَّة والأطوال على الرَّسم بالترتيب ذاتِه هي أعدادٌ متناسبة.
- مقياس الرَّسم لا واحدةَ له، لأنَّه نسبة مقدارين لهما الواحدة نفسها.

$$\text{مقياس الرَّسم} = \text{معامل التَّناسُب} = \frac{\text{المسافة على الرَّسم}}{\text{المسافة الحقيقيَّة}}$$

سوف تتَعلَّمُ:

- استخدام مقياس الرَّسم لحساب الأطوال الحقيقية أو الأطوال على الرسم.

في الهندسة

يستخدم المهندسون المعماريون مقياس الرَّسم لرسم مخططات المدن والحدائق والأبنية.

مثال1

قاست حلا المسافة بين مدينتين على الخريطة باستعمال المسطرة فوجدتها $8cm$، وعند بحثها عن المسافة الحقيقيَّة وجدتها $80km$ فما هو مقياس الرَّسم.

الحل:

$$\text{مقياس الرَّسم} = \frac{\text{المسافة على الرَّسم}}{\text{المسافة الحقيقيَّة}}$$

$$\text{مقياس الرسم} \quad \frac{1}{1000000} = \frac{8}{8000000}$$

مثال2

قاس فؤاد بعدي مزرعةٍ مستطيلة الشَّكل على المخطَّط فوجد $10\ cm$ و $19\ cm$، وإذا كان مقياس الرَّسم $\frac{1}{500}$، ما المساحة الحقيقيَّة لهذه المزرعة؟

الحلّ:

$$\text{العرض الحقيقي للمزرعة} = \frac{\text{العرض على الرسم}}{\text{مقياس الرسم}}$$

العرض الحقيقي للمزرعة : $\frac{10}{\frac{1}{500}} = 10 \times 500 = 5000\ cm = 50m$

$$\text{الطول الحقيقي للمزرعة} = \frac{\text{الطُّول على الرسم}}{\text{مقياس الرسم}}$$

الطول الحقيقي للمزرعة : $\frac{19}{\frac{1}{500}} = 19 \times 500 = 9500\ cm = 95m$

المساحة الحقيقيَّة لهذه المزرعة = الطُّول الحقيقي × العرض الحقيقي.

المساحة الحقيقيَّة لهذه المزرعة: $S = 95 \times 50 = 4750m^2$

تَحَقَّقْ من فهمك:

رُسمتْ خريطة الجمهورية العربية السورية داخل مستطيل طوله 8 cm وعرضه 6 cm

① إذا كان طول المستطيل الحقيقي هو 800 km احسب مقياس الرَّسم.

② احسب العرض الحقيقيَّ للمستطيل.

③ إذا كانت المسافة بين دمشق وحمص على الخريطة 1.6 cm احسب المسافة الحقيقيَّة بينهما.

تدريب:

❶ املأ كلَّ فراغ في جدول التَّناسُب الآتي بالعدد المناسب واحسب مقياس الرَّسم.

المسافة على المخطَّط بـ cm	7	8	.....
المسافة الحقيقيَّة بـ cm	1400	.....	2000

❷ في رسمٍ توضيحيٍ لحشرةٍ طولها 3mm، يظهر قرنُ استشعار طوله في الرَّسم 12 cm، إذا كان طول الحشرة في الرَّسم 45 cm، ما هو الطُّول الحقيقيَّ لقرن الاستشعار؟ ما قيمة مقياس الرَّسم؟

❸ اشترى بسَّام مكتباً سطحه مستطيل الشَّكل، بعداه على المخطَّط 6.7cm و 7 cm وكان مقياس الرَّسم للمخطَّط $\frac{1}{200}$. دفع بسام 300000 ليرة سورية مقدَّماً من ثمن المكتب والباقي يسدِّده المصرف أقساطاً شهريّة لمدة 15 عاماً. يسدّد بسام 9050 ليرة شهرياً.

① ما المساحة الحقيقيَّة للمكتب بالمتر المربَّع؟

② ما كلفة المكتب؟

③ كم كلفة المتر المربَّع؟

5- المُعدَّل والحركة المنتظمة

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمْنا التَّناسُب وسوف نتَعلَّم النِّسبَة إلى الواحد، والنِّسبَة بين المسافة والزَّمن عندما يقطعُ المتحرِّكُ مسافاتٍ متساوية في أزمنة متساوية.

انطلاقةٌ نشطة

1 ينتج مصنع 12 سَيَّارة نوع A في 6 ساعات، و 4 سَيَّارات نوع B في 4 ساعات، و 9 سَيَّارات نوع C في 3 ساعات .

أَوجِدْ عدد السَّيَّارات الَّتي يستطيع المصنع إنتاجها من كل نوع في 24 ساعة عمل متواصِلة.

أَوجِدْ عدد السَّيَّارات الَّتي يستطيع المصنع إنتاجها من كلِّ نوع في ساعة.

2 انطلقَ تمامٌ بسيَّارته على الطَّريق السَّريع، فسجَّل المسافات المقطوعة في الأزمنة المتتالية كما في الجَّدول:

الزَّمن بالدَّقائق	20	30	40	50	60
المسافة بالكيلومتر	30	45	60	75	90

- هل يمثّل هذا الجدول جدول تناسب؟
- كيف يمكنك أن تقرأ $90\ km/h$.

تَعلَّمْ:

- **المُعدَّل:** هو نسبة تقارن بين كميّتين لهما وحدتي قياس مختلفتين.
- نقول عن حركة إنَّها **حركة منتظمة** إذا كان المتحرِّك يقطع مسافات تتناسب مع الأزمنة المستغرقة في قطعها.

سوف تتَعلَّمُ:

- المُعدَّل.
- الحركة المنتظمة.

في الاقتصاد:

يستخدم الباحثون الاقتصاديون المُعدَّل للتعبير عن مُعدَّل الإعالة للأسرة في المجتمع.

في المرور:

يستخدم السَّائقون مُعدَّل المسافة المقطوعة في السَّاعة للتعبير عن سرعاتهم.

مثلاً: يقود سائق السَّيَّارة بسرعة 80 كيلومتر بالسَّاعة.

مثال1:

تصرف أسرةٌ مبلغ 3500 ليرة سوريَّة في 7 أيام فما مُعدَّل صرف الأسرة في اليوم الواحد؟

الحلّ:

إن المُعدَّل الَّذي يقارن 3500 ليرة سورية بـ 7 أيّام هو $\frac{\text{3500 ليرة}}{\text{7 أيام}}$

وبقسمة بسط ومقام النِّسبَة على 7 نحصل على مُعدَّل صرف الأسرة في اليوم الواحد وهو 500 ليرة سوريَّة

$\frac{\text{500 ليرة}}{\text{يوم}}$

مثال2:

قطع قطار مسافة 350 km في 5 ساعات، احسبْ مُعدَّل ما يقطعه القطار في ساعة.

الحلّ:

إن المُعدَّل الذي يقارن 350 km بـ 5ساعات هو $\frac{350\text{ km}}{\text{5ساعات}}$

وبقسمة بسط ومقام النِّسبَة على 5 نحصل على مُعدَّل ما يقطعه القطار في الساعة وهو

$\frac{70\text{ km}}{\text{ساعة}}$

أي 70 km / h (وهي سرعة القطار).

مثال3:

انطلق قطار لنقل الرُّكاب من دمشق متوجِّهاً إلى اللَّاذقيَّة، مروراً بمحافظتي حمص وطرطوس كما هو مُبَيَّنٌ في الجَّدول.

1) هل يمكنك أن تقول عن حركة القطار إنَّها حركة منتظمة؟

2) ما هو مُعدَّل سرعة القطار؟

المنطقة	حمص	طرطوس	اللَّاذقيَّة
الزمن للوصول بالدَّقائق	90	132	183
المسافة المقطوعة بالكيلومتر	150	220	305

الحلّ:

1) نلاحظ أن الجّدول جدول تناسب، إذْ ينتج سطره الثّاني عن سطره الأوّل بالضّرب بالنّسبَة $\frac{5}{3}$.

وبالتّالي المسافات المقطوعة تتناسب مع الأزمنة المستغرقة لقطعها. فحركة القطار منتظمة.

2) مُعدّل سرعة القطار = المسافة المقطوعة بالسّاعة = $\frac{a\ \text{km}}{1\,\text{h}}$

60	90
a	150

$\times \frac{5}{3}$

$$a = 60 \times \frac{5}{3} = 100$$

مُعدّل سرعة القطار = $\frac{100\ \text{km}}{1\,\text{h}}$

ويمكن أن نكتب: مُعدّل سرعة القطار = $100\,\text{km}/\text{h}$

تدريب:

❶ من كلّ 3kg حليب نحصل على 1kg من اللبن المصفّى، كمْ يلزم من الحليب لنحصل على 4kg من اللبن المصفّى؟

❷ يُنتجُ مصنع وسطياً 40 تلفازاً في ساعتين فكم تلفازاً يُنتج وسطياً في عشرين دقيقة؟

❸ قطع نورس مسافة $20\ \text{km}$ خلال 3 ساعات، كم يلزمه من الوقت ليقطع مسافة $55\ \text{km}$ إذا حافظ على نفس السرعة ؟

❹ قطعت طائرة مسافة $1220\ \text{km}$ في زمن مُعيَّن، وبسرعة $740\,\text{km}/\text{h}$. ما المسافة الّتي تقطعها الطّائرة في الزّمن نفسه إذا كانت سرعتها $1110\,\text{km}/\text{h}$؟

تمرينات

1− اختر الإجابة الصَّحيحة في الجَّدول الآتي:

.1	تُحيكُ نَسَّاجة 2متراً من السِّجَّاد في 5 أيام، فَهَي تُحيكُ في 20 يوماً:	8 أمتار	50 متراً	16 متراً	10 أمتار
.2	إذا اشترت حلا 3 كيلو غراماً من التُّفاح بمبلغ 90 ليرة سوريَّة فعندئذ يكون ثمن 10 كيلوغرامات هو:	30	300	450	270
.3	شجرتا سروٍ متجاورتان، طول الأوَّلى 12 متراً وطول ظلها 9 أمتار، فإذا كان طول الشجرة الثَّانية 10 أمتار كان طول ظلها:	5	13	7.5	3
.4	تحتاج سَيَّارة 3 ساعات لقطع مسافة 160 كيلومتراً، حتى تقطع مسافة 240 كيلومتراً تحتاج:	5.5	2	4.5	7
.5	إذا كان $\frac{a}{100}=\frac{3}{5}$ كان a هو العدد:	75	20	30	60
.6	إذا كانت النِّسبَة 7% هي ذاتها $\frac{7}{100}$، كانت النِّسبَة 15% هي:	$\frac{15}{80}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{100}$
.7	35% من العدد 20 يساوي	9	6	5	7
.8	إذا كان 50% من العدد x يساوي 18 كان x هو العدد:	9	36	90	72
.9	إذا أضفنا إلى عدد 10% من العدد نفسه فكان النَّاتج 220، كان هذا العدد:	210	180	200	190
.10	أجرت المدرِّسة اختباراً فنجح 80% من طلّاب الصّف، فإذا كان عدد الناجحين 20 طالباً فإن عدد طلّاب الصّف هو:	50	40	80	25

.11	إذا كان ثمن 7 كيلو غراماً من العدس يساوي 178.5 ل.س فإن سعر الكيلوغرام الواحد هو:	185.5	171.5	25.5	1249.5
.12	ينتج مصنع 1272عبوةً زجاجيةً في 6 ساعات، مُعدَّل إنتاج المصنع في السَّاعة هو:	305	250	212	200
.13	يحرث جرّار 280 دونماً في أسبوع ، مُعدَّل حرث الجرار في اليوم هو:	30	45	35	40
.14	سافر جابر بسيارته، فقطع مسافة 243كيلومتراً خلال 3 ساعات، مُعدَّل ما يقطعه في ساعة واحدة يساوي:	81	60.75	55.5	729
.15	يُعِدُّ مطعم 108 وجبات في تسع ساعات، مُعدَّل الوجبات الَّتي يعدّها في السَّاعة هو:	12	36	8	15
.16	يكتب مجد 320 سطراً في 4 ساعات، مُعدَّل ما يكتبه مجد في السَّاعة هو:	8	80	64	25
.17	ترشُّ سَيَّارة إطفاء 2400 لترٍ في 12 دقيقة، إذنْ ترشّ السَيَّارة في الدقيقة	150	240	100	200

2– تأمَّلِ الأعمدة المأخوذة من ثلاثة تناسبات مختلفة

15	5	20	10	7	15	15	9	75
60	30	80	2	42	90	3	54	15

انقلْ هذه الأعمدة لتحصل على ثلاثة جداول تَنَاسُب.

3– تأمّل الجدول الَّذي يُوَضِّحُ الزَّمنَ اللاَّزم لطباعة عددٍ من الصفحات.

عدد الصفحات	10	30	40
الزمن المستغرق بالدّقيقة	0.5	1.5	2

① هل هنالك تناسب بين عدد الصفحات وزمن طباعتها؟

② ما الزَّمن اللاَّزم لطباعة 15 صفحة؟

4– تستهلك سَيَّارة 9 لترات بنزين لقطع مسافة 100km كم لتراً يلزمها من البنزين لقطع مسافة 375km؟

5– تستهلك سَيَّارة سلام 8 لترات من البنزين لقطع مسافة 120 كيلومتراً.

①ما هي كميَّة البنزين المستهلكة لقطع مسافة 360 كيلومتراً؟

②تأمل جدول التَّناسُب المُعطَى واملأه:

1	8			2		40
	120	60	45		24	

6– املأْ كلَّ فراغ في الجَدول الآتي بالعدد المناسب:

طول ضلع المرَبَّع بالمتر	2	4	7	10
مساحة المربَّع بالمتر المربَّع				

هل ثمَّة تناسب بين طول ضلع المربَّع ومساحته؟

7– مع قيس 240 ل.س، أرادَ دفعَ فاتورةِ الكهرباء لكنَّهُ لم يستطعْ دفعَ إلَّا 60% من الفاتورة بما مَعَهُ مِنْ نقود، كم تبلغ قيمةُ الفاتورة؟

8– سعر البنطال في أحد المحلّات التجاريَّة 400 ليرة سوريَّة فإذا قدَّم المحلُّ حسماً بنسبة 35% كم يبلغُ سعرُ البنطالَ بعدَ الحسم؟

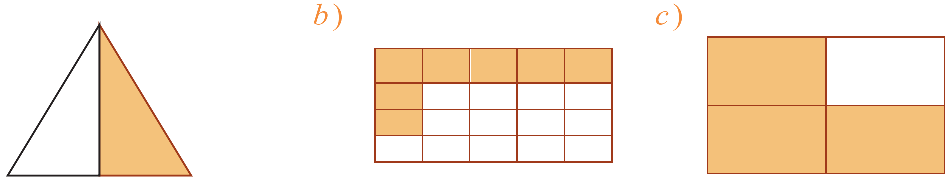
9– ما هي المدة اللاَّزمة لربح مبلغ 12600 ليرة سورية عند إيداع مبلغ 120000 ليرة سورية بفائدة سنوية ثابتة 7% من ذلك المبلغ .

10– إذا كان سعر قرص الألعاب 100 ليرة سورية وقدَّم أحد المحلات التجارية حسماً بنسبة 15% فما سعر القرص بعد الحسم؟

11- أودعت علا مبلغاً من المال بفائدة سنوية ثابتة 4.75% من ذلك المبلغ وربحت بعد مرور 6 أعوام مبلغ 22800 ليرة سورية ، فكم المبلغ الذي أودعته علا؟

12- عرض أحد المحلات التجارية هاتفاً بسعر 2125 ليرة سورية بدلاً من 2500 ليرة سورية احسب النِّسبَة المئوية للحسم.

13- عبّر عن الجزء الملّون في كلٍ من الأشكال الآتية مستعملاً كسراً ثمّ نسبة مئوية:



14- التقطت لينا صورة لبناء ظهرت فيها واجهة البناء فإذا كان الطُّول الحقيقي للواجهة 14 m وطول الواجهة في الصورة 7 cm وعرضها 3 cm ، فكم عرض الواجهة في الحقيقة.

15- يستطيع وضاح أن يقطع بدراجته 4.5 km في 15 دقيقة ويستطيع زهير أن يقطع بدراجته 7 km في 35 دقيقة. أيهما الأسرع ؟ وما المسافة الّتي يقطعها كل منهما في 5 دقائق؟

16- ارسم مربّعين تكون نسبة طول ضلع المربّع الأوّل لطول ضلع المربّع الثّاني تساوي $\frac{1}{4}$.

17- يقطع حسام على دراجته مسافة 12 km في 45 دقيقة، ما المسافة الّتي يقطعها في ساعة واحدة؟

18- المسافة بين منزلي والمكتبة العامة 1.2 km والزّمن اللاّزم لوصولي إلى المكتبة من بيتي يساوي ربع ساعة ما سرعتي؟

19- انطلق عمار من منزله عند السّاعة الثامنة والنصف صباحاً مستعملاً دراجته النارية بسرعة 18 km / h متوجهاً إلى مزرعته الّتي تبعد عن بيته مسافة 15 km، عمل في المزرعة لمدة نصف ساعة وعاد إلى المنزل، استغرق زمن العودة 36 دقيقة.

① ما سرعته عند العودة؟

② ما هي ساعة وصول عمار لمنزله؟

20- إذا كانت أجرة حصاد المتر المربّع من القمح 2 ل.س فما أجرة الحصّادة الّتي تحصد أرضاً مزروعة بالقمح مساحتها $3hm^2$؟

21- أَوجدْ ناتج ما يأتي:

- مجموع الأطوال الآتية على أن تحسب مجموعها بالأمتار: 5km، 10m، 26cm .
- مجموع الطُّولين 21cm، 54mm على أن يكون الجواب بالمليمتر.
- طرح الطُّول 8 mm من الطُّول 6cm على أن يكون الجواب بالسنتيمتر.
- طرح الطُّول 4.6km من مجموع الطُّولين 60dcm، 140hm على أن يكون الجواب بالديكامتر.

22- كلّفت شركة غذائية أحد الفنانين برسم صورة مستطيلة الشّكل لأحد منتجاتها على لوحة دعائية مستطيلة الشَّكل عند مدخل الشركة، فإذا كان طول الصورة 20cm وعرض الصورة 15cm وعرض اللوحة المستطيلة الشَّكل 3m والمطلوب:

1. أَوجدْ مقياس الرَّسم وهل عملية الرَّسم عملية تصغير أم عملية تكبير.
2. أَوجدْ طول اللوحة الدعائية.

23- يستطيع طائر أن يطير بمُعدَّل 150km في 5 ساعات فكم يستغرق ليطير 240km بالسرعة نفسها؟

24- أجرت قناة فضائية استطلاعاً للرأي حول نوع البرامج المفضلة فشارك في الاستطلاع 17500 مشاهد وكانت النتيجة كالآتي:

62% يفضّلون البرامج الفنية، 13% يفضّلون البرامج الثقافية، 23% يفضّلون البرامج الإخبارية والباقي لا يشاهد التلفاز والمطلوب:

أَوجدْ نسبة الذين لا يشاهدون التلفاز وما هو عدد مشاهدي كل نوع؟

25- لملاعب كرة السلة أبعاد نظامية وهي على شكل مستطيل طوله 26m وعرضه 14m.

قام مدرّب بتمثيل الملعب على مخطّط ورقي ليسهل عليه توزيع اللاعبين وشرح خطط اللّعب مستخدماً مقياس الرَّسم $\frac{1}{100}$.

1) أَوجدْ بعدي المخطّط.

2) طلب المدرّب من أحد المهاجمين الوقوف على بعد 3.5m عن سلّة الخصم، فما مسافة تمركز اللاعب عن سلة الخصم كما أوضح المدرب على المخطط؟

الوحدةُ السّادسةَ : المُثلّث والدّائرة

1 – تصنيف المثلَّث

صِلةُ الدَّرس:

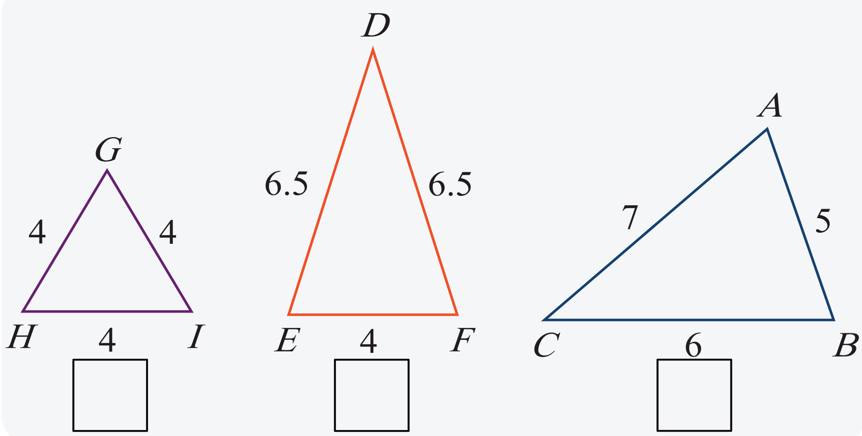
تَعلَّمت أن تصنف المثلَّث حسب زواياه، فهو إما حاد الزَّوايا أو قائم الزَّاوية أو منفرج الزَّاوية.

وفي هذا الدَّرس سوف تصنف المثلَّث حسب أطوال أضلاعه.

انطلاَقةً نشطة:

أولاً:

- في كلّ من المثلَّثات الآتية اكتب عدد الأضلاع المتساوية الطول في ☐



- في كلّ من المثلَّثات السَّابقة ارسمْ كلّ خطٍّ تناظر ممكن.
- في المثلَّث DEF قياس الزَّاوية $\widehat{F}$ يساوي قياس الزَّاوية .....
- في المثلَّث GHI قياس الزَّاوية $\widehat{G}$ يساوي قياس الزَّاوية ..... ويساوي أيضاً قياس الزَّاوية .....

سوف تتعلّم:

- المثلَّث المتساوي الأضلاع.
- المثلَّث المتساوي الساقين.

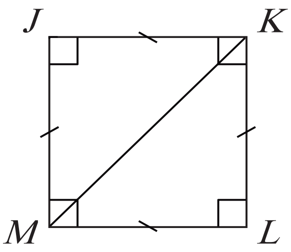
في المرور:

تُصمَّمُ لوحات المرور أحياناً على شكل مثلَّث متساوي الأضلاع أو مثلَّث متساوي الساقين.

تذكّر:

عدد خطوط تناظر مضلَّع منتظم يساوي عدد أضلاعه.

ثانياً:



- كم عدد خطوط تناظر المربع؟
- في المربع المجاور باعتبار أن KM خط تناظر نستنتج أن:

قياس الزَّاوية $L\widehat{K}M$ يساوي قياس الزَّاوية $\widehat{MKJ}$ ويساوي $(....)^{\circ}$

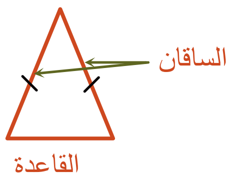
كذلك:

قياس الزَّاوية $L\widehat{M}K$ يساوي قياس الزَّاوية $K\widehat{M}J$ ويساوي $(....)^{\circ}$، إذن قياس الزَّاوية $L\widehat{K}M$ يساوي قياس الزَّاوية $L\widehat{M}K$ ويساوي 45°.

تَعلَّم:

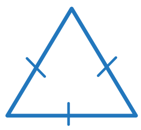
أنواع المثلَّث حسب أضلاعه:

- **المثلَّث مختلف الأضلاع:** أطوال أضلاعه الثَّلاث مختلفة.



- **المثلَّث متساوي السَّاقين:** فيه ضلعان متساويا الطول نسمي كلاً منهما ساقاً

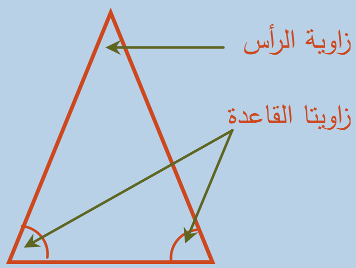
ونسمي ضلعه الثَّالثة القاعدة.



- **المثلَّث متساوي الأضلاع:** أضلاعه الثَّلاث متساوية الطول.

قاعدة:

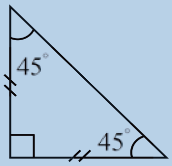
1. زوايا المثلَّث المتساوي الأضلاع متساوية القياس.
2. في المثلَّث المتساوي السّاقين نسمي الزاوية المحصورة بين ساقيه **زاوية الرأس**، وأما الزاويتان الباقيتان فنسميهما **زاويتي القاعدة**.



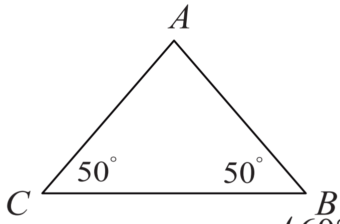
3. إذا كان المثلَّث القائم متساوي السَّاقين، كان قياس كلٍّ من زاويتيه الحادَّتين 45°.

4. إذا تساوى قياسا زاويتين من زوايا مثلَّث كان عندها متساوي الساقين وكانت الزَّاوية الثالثة هي زاوية الرَّأس.

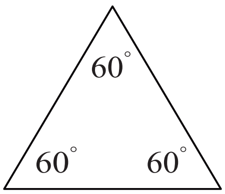
5. إذا تساوت قياسات الزَّوايا الثَّلاث في مثلَّث كان متساوي الأضلاع.



مثال:



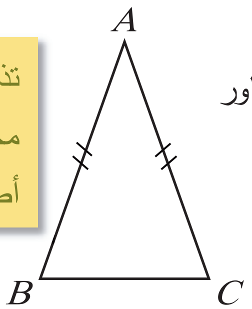
1. في المثلَّث المجاور بما أن $\widehat{C} = \widehat{B} = 50^\circ$ فالمثلَّث متساوي السَّاقين رأسه A أي أن $AB = AC$



2. في المثلَّث المجاور بما أنّ الزَّوايا الثَّلاث لها نفس القياس (كلٌّ منها 60°) فالمثلَّث متساوي الأضلاع.

تحقَّقْ من فهمك:

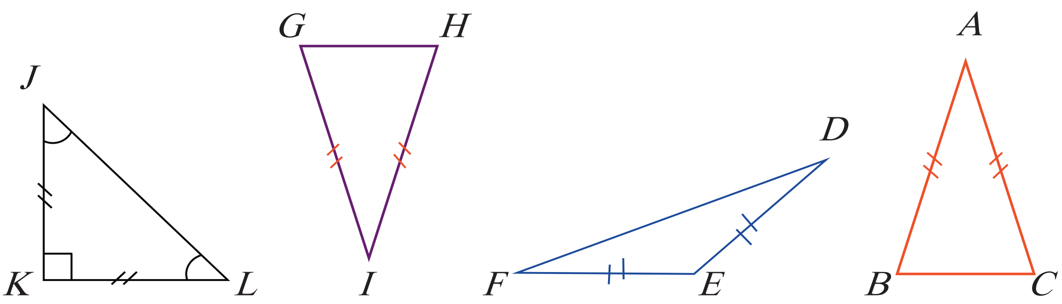
احسبْ AB, AC في المثلَّث المتساوي السَّاقين المجاور إذا كان محيطه 19cm وفيه $BC = 5cm$.



تذكَّرْ:
محيط المضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه.

تدريب:

1–سمّ زاوية الرَّأس ودل على القاعدة في كلٍّ من المثلَّثات المتساوية السَّاقين الآتية:



2–مثلَّث متساوي الأضلاع محيطه 42cm احسبْ طول ضلعه.

3- اختر الإجابة الصَّحيحة في كلّ مما يأتي:

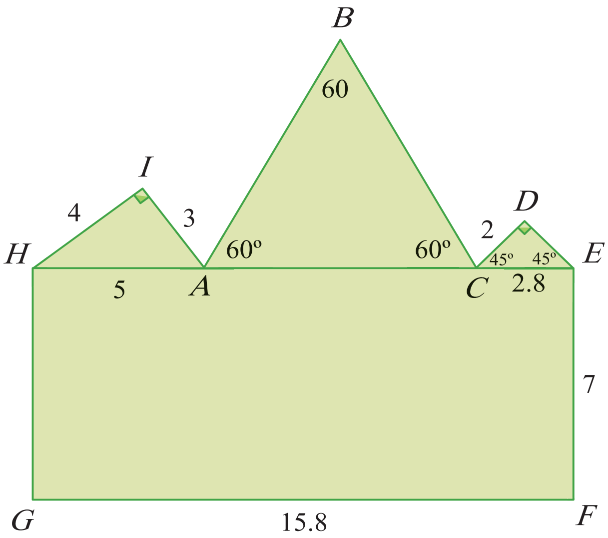
1. ABC مثلَّث متساوي السَّاقين رأسه A قاعدته هي: (1) $[AC]$ (2) $[AB]$ (3) $[BC]$

2. ABC مثلَّث متساوي السَّاقين قاعدته هي $[AC]$ رأسه هو: (1) B (2) A (3) C

3. ABC مثلَّث قائم وتره $[AC]$ زاويته القائمة هي: (1) A (2) B (3) C

4- ABC مثلَّث متساوي السَّاقين رأسه A وفيه: $BC = 4$ ومحيطه 16. احسبْ طول كلّ من ساقيه.

5- طلب مدرّس الرَّسم من تلاميذه صنع لوحة كرتونية ملونة ليكتبوا عليها أسماء التلاميذ الثَّلاثة الأوائل في امتحان الفصل الأوَّل، فصنع عماد النموذج المجاور (وفق القياسات الموضَّحة):



والمطلوب:

1. املأ الجدول الآتي:

المثلَّث	نوعه بالنِّسبة لأضلاعه	نوعه بالنِّسبة لزواياه
HIA		
ABC		
CDE		

2. احسبْ AC

3. أراد عماد أن يلصق شريطاً لاصقاً ذهبيَّاً حول لوحته، احسبْ طول الشّريط اللَّازم.

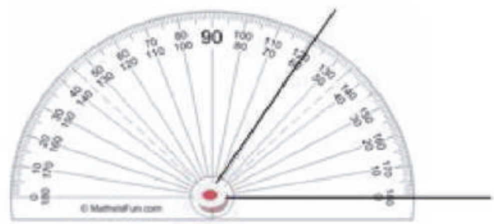
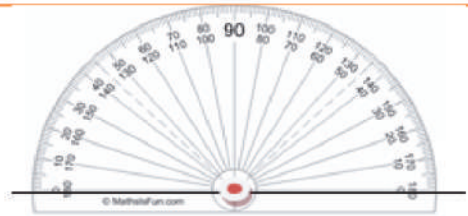
مجموع قياسات زوايا المثلّث

صِلَةُ الدَّرس:

تَعلم أن المثلَّث هو خط منكسر مغلق مؤلف من ثلاث قطع مستقيمة، نسمي كلاً منها ضلع المثلَّث وكلّ ضلعين تحددان زاوية وبالتالي له ثلاث أضلاع وثلاث زوايا. ترى ما العلاقة بين قياسات زوايا المثلَّث؟

انطلاقةً نشطة:

اذكر نوع كلِّ زاويةٍ من الزَّوايا الآتية واكتبْ قياسها:

1		النوع: القياس:
2		النوع: القياس:
3		النوع: القياس:
4		النوع: القياس:

سوف تتعلّم:

- العلاقة بين زوايا المثلَّث.

في الملاحة:

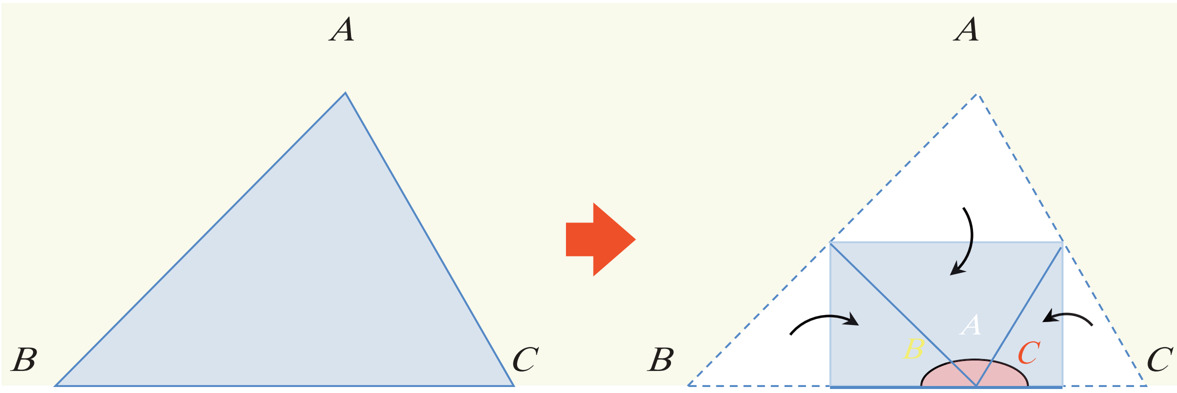
يُستخدم حساب الزَّوايا في معرفة ارتفاع الطّائرة عند التحليق.

تذكّر:

قياس الزّاوية القائمة يساوي 90°

نشاط1:

1. ارسمْ مثلَّثاً على ورقة وقصَّه .

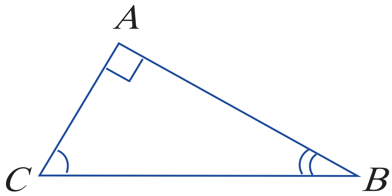


2. قم بطيِّ المثلَّث بحيث تتَّصل الزَّوايا الثَّلاث مع بعضها كما في الشَّكل:
3. لاحظ أنَّ الزَّوايا المتجاورة $\widehat{C}, \widehat{B}, \widehat{A}$ شكلت زاوية، ما نوع هذه الزَّاوية؟ وما هو قياسها؟
4. استنتجْ ناتج الجمع $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}$.

قاعدة:

مجموع قياسات زوايا المثلَّث يساوي 180°.

نشاط2:

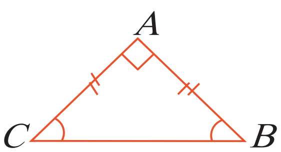


في المثلَّث القائم $\widehat{A}=90^{\circ}$

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{\circ}$$

$$90^{\circ}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{\circ}$$

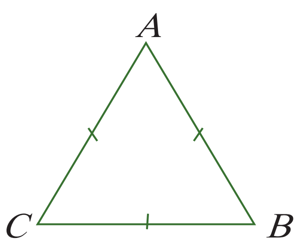
$$\widehat{B}+\widehat{C}=90^{\circ}$$



وإذا كان المثلَّث القائم متساوي السَّاقين كما في الشكل المجاور كان

$$\widehat{B}=\widehat{C}=\frac{90^{\circ}}{2}=45^{\circ}$$

في المثلَّث المتساوي الأضلاع:



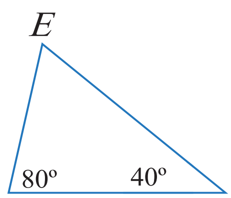
$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{\circ}$$

$$\widehat{A}=\widehat{B}=\widehat{C}=\frac{180^{\circ}}{3}=60^{\circ}$$

قاعدة:

1. مجموع قياسي الزَّاويتين الحادَّتين في المثلَّث القائم يساوي $90°$
2. قياس كلٍّ من الزَّاويتين الحادّتين في مثلَّث قائم ومتساوي السّاقين يساوي $45°$
3. **في المثلَّث المتساوي الأضلاع قياس كل زاوية يساوي** $60°$

موقف محيّر:



عرض مدِّرس الرّياضيات المثلَّث المجاور أمام تلميذاته وطلب من التلميذتين ندى ورؤى حساب قياس الزَّاوية E .

فكانت إجاباتاهما على النحو الآتي:

إجابة ندى	إجابة رؤى
بما أنَّ مجموع قياسات زوايا المثلَّث يساوي $180°$ نكتب: $\hat{E} = 180° - 80° + 40°$ نبدأ الحساب من اليسار $\hat{E} = 100° + 40°$ وبالتالي فإنّ: $\hat{E} = 140°$	بما أنّ مجموع قياسات زوايا المثلَّث يساوي $180°$ نكتب: $\hat{E} = 180° - (80° + 40°)$ نبدأ الحساب من الأقواس $\hat{E} = 180° - 120°$ وبالتالي فإنّ: $\hat{E} = 60°$

تُرى أي الإجابتين صحيحة ولماذا؟

مثال1:

مثلَّث ABC فيه: $\hat{A} = 42°$, $\hat{B} = 37°$ احسبْ قياس الزَّاوية $\hat{C}$ وحدّد نوع المثلَّث ABC بالنِّسبة إلى زواياه.

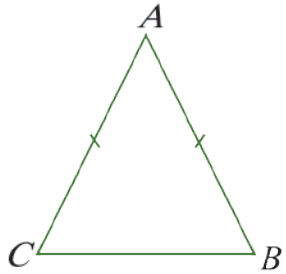
الحلّ:

$$\hat{C} = 180° - (42° + 37°) = 180° - 79° = 101°$$

ونوع المثلَّث: منفرج الزَّاوية.

مثال2:

في الشَّكل المجاور: $\widehat{A} = 50°$، احسبْ قياس كلّ من الزَّاويتين: $\widehat{B}, \widehat{C}$.



الحلّ:

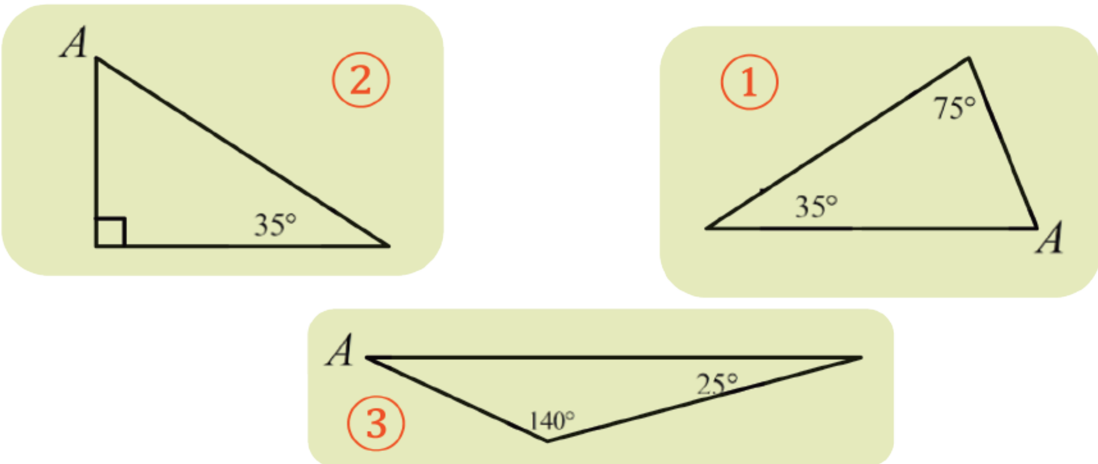
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180° - 50°$$

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 130°$$

ولكن: $\widehat{B} = \widehat{C}$ وبالتَّالي: $\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{130°}{2} = 65°$

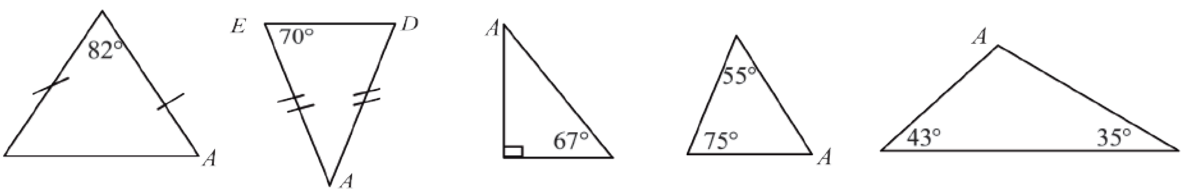
تحقَّقْ من فهمك:

احسبْ ذهنياً قياس الزَّاوية $\widehat{A}$ في كلّ مثلَّثٍ من المثلَّثات الآتية:



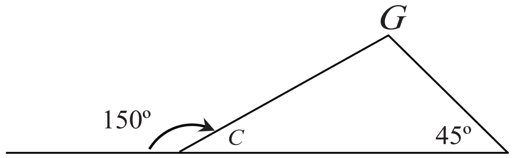
تدريب:

① في كلِّ مثلَّث ممَّا يأتي، احسبْ قياس الزَّاوية $\widehat{A}$، ثمَّ حدِّدْ نوع المثلَّث بالنِّسبة إلى زواياه.

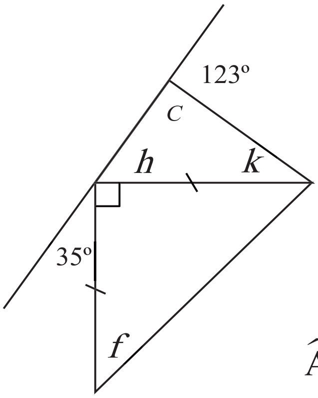


② مثلَّث فيه: $\widehat{A} = 25°$, $\widehat{B} = 65°$ احسبْ قياس الزَّاوية $\widehat{C}$، ثم حدِّدْ نوع المثلَّث بالنِّسبة لزواياه.

③ احسبْ قياس الزَّاوية G في المثلَّث الآتي:



④ احسبْ قياس كلّ من الزَّوايا: $\widehat{h}, \widehat{k}, \widehat{f}$ في الشَّكل الآتي:



⑤ احسبْ قياسات الزَّوايا المجهولة في كلّ مثلَّث ممَّا يأتي:

1. مثلَّث ABC فيه: $\widehat{A} = 72°$, $\widehat{B} = 33°$, $\widehat{C} = ?$
2. مثلَّث EFG فيه: $\widehat{E} = 47°$, $\widehat{F} = 90°$, $\widehat{G} = ?$
3. مثلَّث HIJ متساوي السَّاقين رأسه J فيه: $\widehat{H} = 50°$, $\widehat{I} = ?$, $\widehat{J} = ?$
4. مثلَّث KLM متساوي السَّاقين زاوية رأسه $\widehat{K} = 56°$, $\widehat{L} = ?$, $\widehat{M} = ?$
5. مثلَّث NOP فيه: $\widehat{N} = 40°$, $\widehat{O} = 33°$, $\widehat{P} = ?$

3 – رسم المثلَّث

صِلةُ الدَّرس:

تَعلَّمنا سابقاً كيف نرسم مثلَّثاً عُلِمَت ثلاثةٌ من عناصره السِّتة (ضلع، ضلع، ضلع) أو (ضلع، زاوية، ضلع) أو (زاوية، ضلع، زاوية) ترى هل أي ثلاثة أعداد يمكن أن تكون عناصر لمثلَّث؟ وهل يوجد نوع من المثلَّثات يمكن رسمه بمعرفة عناصر أخرى غير تلك العناصر؟

انطلاَقةً نشطة:

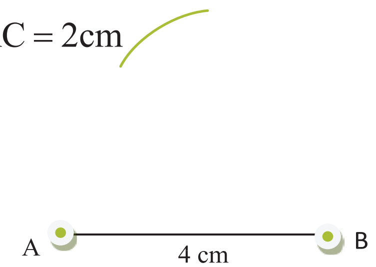
1) أكملْ رسم كلّ مثلَّث من المثلَّثات الآتية مستخدماً الأدوات الهندسية المناسبة:

1– مثلَّث ABC فيه:

$AB = 4\ cm$

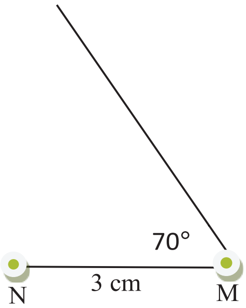
$BC = 3\ cm$

$AC = 2cm$

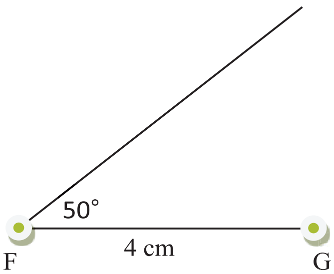


2– مثلَّث NML فيه:

$\widehat{N} = 30°, \widehat{M} = 70°, NM = 3cm$



3– مثلَّث EFG فيه: $FE = 3cm\ ,\ \widehat{F} = 50°, FG = 4cm$



سوف تتعلَّم:

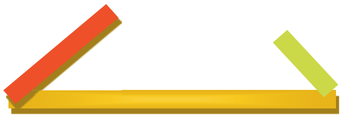
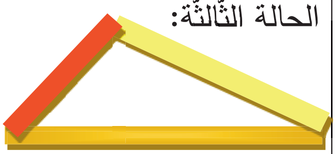
- المتراجحة في المثلَّث.
- شـرط وقـوع ثـلاث نقـاط على استقامة واحدة.
- رسم المثلَّث القائم.

في الهندسة:

يحتـــاج المهندســـون المعماريُّون إلى رسم المثلَّث القـــائم لبنـــاء الجـــدران المتعامدة.

2) لاحظْ القطع الورقية الأربعة الآتية:

ضع (صح) أو (غلط) فيما يأتي:

الحالة الأولى:	الحالة الثَّانية:	الحالة الثَّالثَة:
		
القطع شكَّلت معاً مثلَّثاً	القطع شكَّلت معاً مثلَّثاً	القطع شكَّلت معاً مثلَّثاً
$6 < 5 + 1$	$6 < 3 + 1$	$6 < 3 + 5$
$6 = 5 + 1$	$6 = 3 + 1$	$6 = 3 + 5$

قاعدة:

- طول أي ضلع في مثلَّث أصغر من مجموع طولي الضلعين الباقيتين.
- إذا كان $AB + BC = AC$ فإن النقاط: A , B , C تقع على استقامة واحدة.

مثال1:

هل يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلَّث؟ $3m , 6m , 7m$

نعم لأن: $7 < 3 + 6$ هي عبارة صحيحة.

مثال2:

هل يمكن أن تكون 8cm ,2cm ,5cm أطوال أضلاع مثلَّث؟

لا يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلَّث لأنّ: $5+2>8$ هي عبارة غير صحيحة.

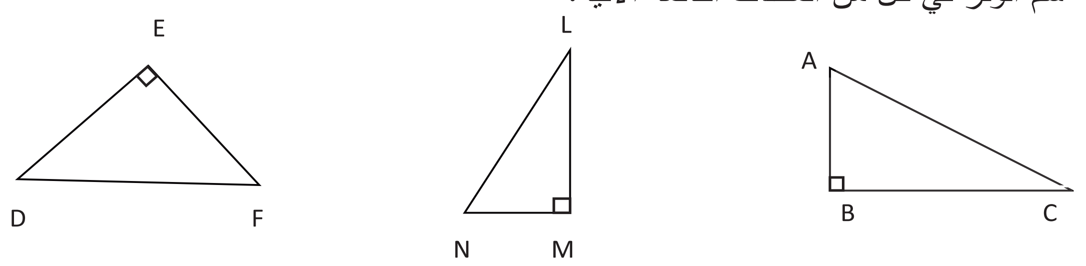
مثال3:

إذا كان: $AB=20,\ BC=12\ ,\ AC=32$ هل A,B,C تقع على استقامة واحدة؟

نعم لأنَّ: $20+12=32$.

انطلاَقةً نشطة (رسم المثلَّث القائم):

- سمّ الوتر في كلّ من المثلَّثات القائمة الآتية:



الوتر هو .... الوتر هو .... الوتر هو ....

- اختر الإجابة الصحيحة في كلّ من العبارتين الآتيتين:

العبارة	a	b	c
مثلَّث XYZ قائم في X وتره هو:	[XY]	[XZ]	[YZ]
مثلَّث ABC قائم وتره AC زاويته القائمة هي:	A	B	C

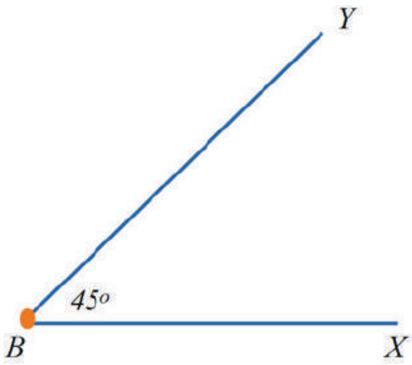
رسم مثلَّث قائم عُلِمَ منه طول الوتر وقياس إحدى زاويتيه الحادَّتين:

أراد وائل بناء سُلَّم حجري طوله 3m يستند إلى حائط المنزل فقام برسم مخطط مشابه ووجد أنَّ الشَّكل الجانبي يبدو على هيئة مثلَّث قائم الزَّاوية، فرسم مثلَّثاً قائماً ABC طول وتره $AB=3cm$ وفيه $B=45°$ متبعاً الخطوات الآتية:

قال وائل:

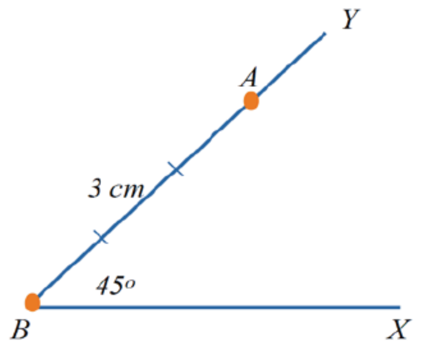
الخطوة الأولى:

أرسمُ زاوية $X\hat{B}Y$ قياسها $45°$



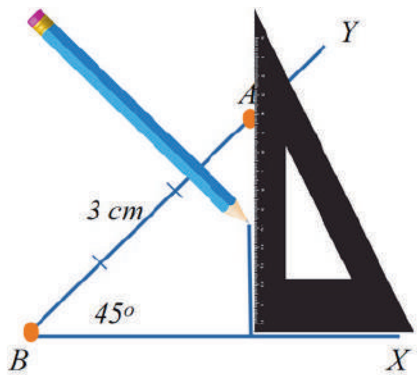
الخطوة الثَّانية:

أحدّدُ نقطة A على BY بحيث يكون $AB = 3cm$



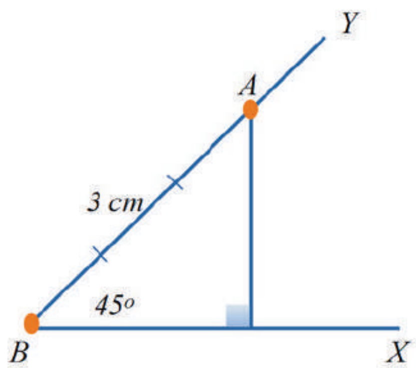
الخطوة الثَّالثة:

أُثبّت (الكوس) بشكل صحيح حتى أرسمُ عموداً من A على BX



الخطوة الرَّابعة:

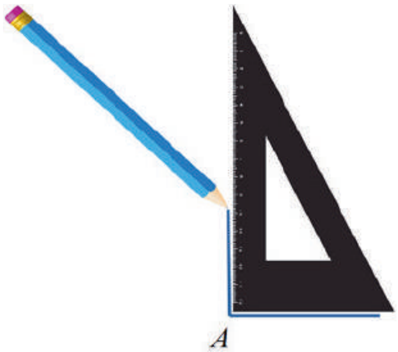
أرسمُ العمود فأحصل على المثلَّث الَّذي أريد



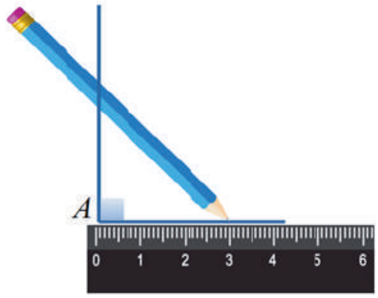
رسمُ مثلَّثٍ قائمٍ عُلِمَ منه طول الوتر وطول إحدى ضلعي الزَّاوية القائمة:

طلب مدرس الرِّياضيَّات من التلميذ عماد أن يرسم مثلَّثاً قائماً ABC طول وتره $BC = 5cm$ وطول ضلعه $AB = 3cm$ فقام عماد بالخطوات المُوضَّحة في الأشكال الآتية:

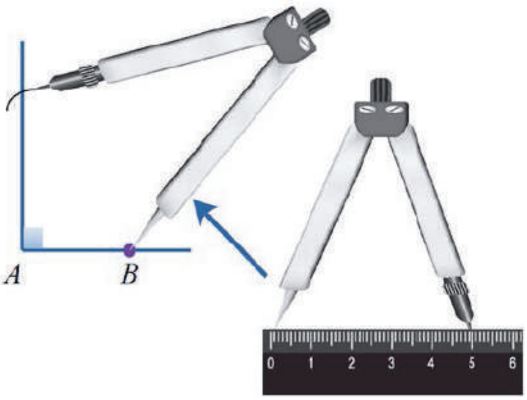
الخطوة الأولى:



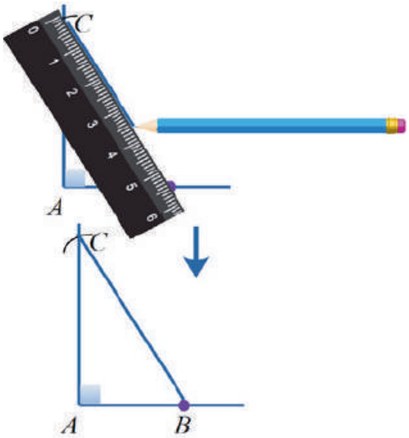
الخطوة الثَّانية:



الخطوة الثالثة:



الخطوة الرَّابعة:



عبِّر بلغةٍ سليمة عن الخطوات التي قام بها عماد لرسم المثلَّث.

تحقَّقْ من فهمك:

1- ارسمْ مثلَّثاً قائماً KLM طول وتره $LM = 2.5\,cm$ وفيه $KM = 1.5\,cm$.

2- ارسمْ مثلَّثاً قائماً EFG في F، طول وتره $EG = 5cm$ و $\widehat{E} = 50°$.

تدريب:

1. أي من الحالات الآتية تصلح أن تكون أعدادها أطوالاً لأضلاع مثلّث؟ علّل إجابتك وارسمْ الحالة الممكنة.

- $4cm\ ,\ 5cm\ ,\ 10cm$
- $4cm\ ,\ 5cm\ ,\ 9cm$
- $4cm\ ,\ 5\ cm\ ,\ 2cm$

2. إذا كان: $AB = 3m\ ,BC = 4m\ ,AC = 5m$ هل تقع النقاط $A\ ,\ B\ ,C$ على استقامة واحدة؟

3. إذا كان: $NM = 8cm,\ ML = 5cm,\ LN = 3m$ هل تقع النقاط $N\ ,\ M\ ,L$ على استقامة واحدة؟ علّل إجابتك.

سوف تتعلَّم:

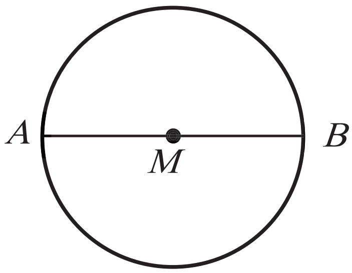
- محور قطعة مستقيمة.
- رسم محور قطعة مستقيمة بالمسطرة و(الكوس).
- رسم الدَّائرة المارَّة برؤوس مثلَّث.

4- رسم الدَّائرة المارَّة برؤوس مثلَّث

صِلَة الدَّرس:

كي ترسم دائرة هناك أمران أساسيان يجب أن تعرفهما عنها، أوَّلهما أين تثبِّت إبرة الفرجار؟ وثانيهما ما هو المقدار الَّذي تفتح به الفرجار. ترى هل يمكن رسم دائرة تمر برؤوس مثلَّث؟ وإن كان هذا ممكناً أين نثبِّت إبرة الفرجار داخل أم خارج المثلَّث؟ وهل لنوع المثلَّث علاقة بمكان التثبيت؟

انطلاقةً نشطة:



في الدَّائرة المرسومة جانباً

1. سمّ المركز.
2. ماذا تسمِّي كلاً من MA ، AB.

تَعلَّم:

نشاط:

1. ارسمْ قطعة مستقيمة $[AB]$ بطول يساوي: $4cm$.
2. حدد النُّقطة M منتصف $[AB]$.
3. ارسمْ مستقيماً يعامد $[AB]$ على أن يمرَّ بالنُّقطة M.

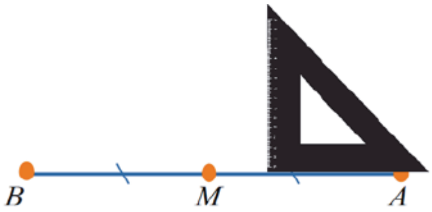
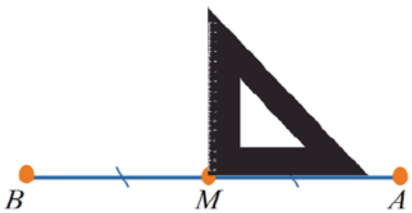
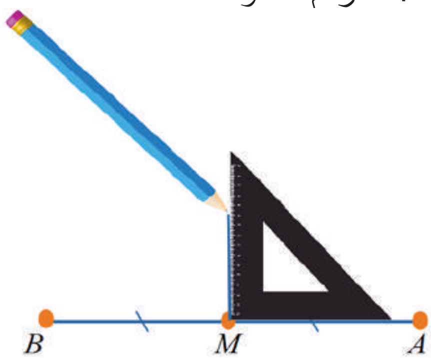
- رسم محور قطعة مستقيمة $[AB]$ بالمسطرة والكوس:

يتم وفق الخطوات الآتية:

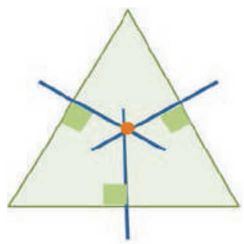
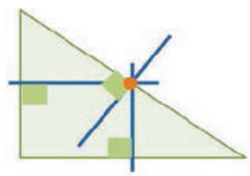
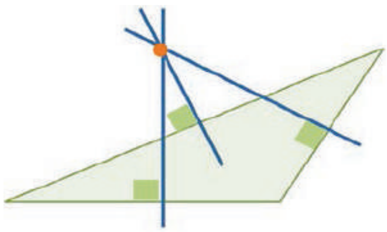
تذكر:

محور قطعة مستقيمة:

هو المستقيم العمودي على تلك القطعة والمارّ بمنتصفها.

1. نحدِّدُ منتصف القطعة $[AB]$ بالمسطرة المدرّجة ولتكن M. 	2. نثبّت إحدى ضلعي زاوية الكوس القائمة على $[AB]$ 
3. نسحب الكوس، إلى أن تمرَّ ضلعه القائمة الثَّانية بالنُّقطة. 	4. نرسم العمود: 

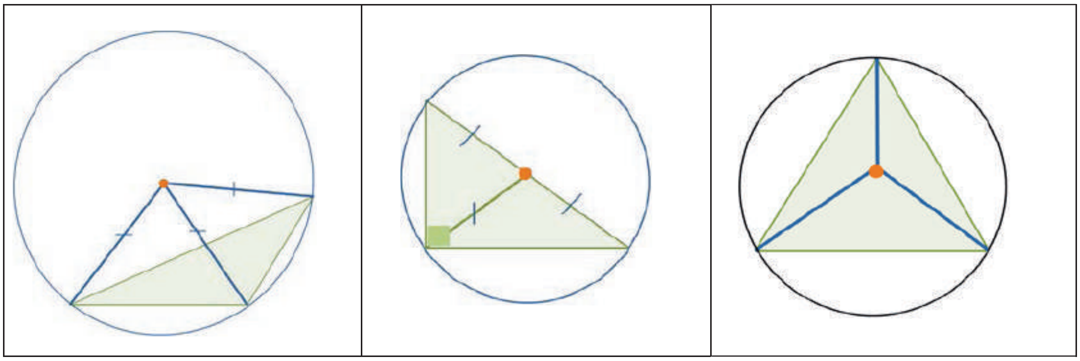
- للمثلَّث ثلاثة محاور(محور لكلّ ضلع) تلتقي بنقطة واحدة ويختلف مكان تلك النُّقطة تبعاً لنوع المثلَّث كما في الأشكال الآتية:

		
في المثلَّث حادِّ الزَّوايا تلتقي المحاور داخل المثلَّث.	في المثلَّث قائم الزَّاوية تلتقي المحاور في منتصف الوتر.	في المثلَّث منفرج الزَّاوية تلتقي المحاور خارج المثلَّث.

- نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلَّث تبعد عن رؤوسه أبعاداً متساوية.

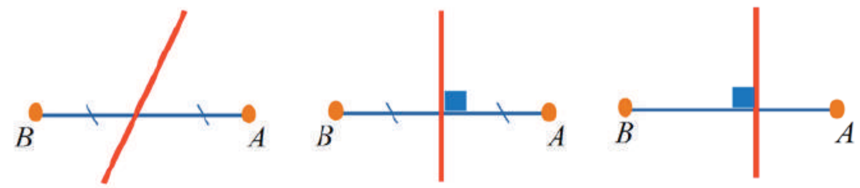
- برؤوس مثلَّث تمرُّ دائرة وحيدة مركزها نقطة تلاقي محاوره وطول نصف قطرها هو المسافة بين تلك النُّقطة وأحد رؤوسه.

كما في الأشكال الآتية:



تحقَّقْ من فهمك:

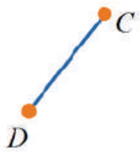
1- أيّ من الأشكال الآتية جرى فيها رسم محور للقطعة المستقيمة $[AB]$ بشكل صحيح ؟



2- ما هو طول نصف قطر الدَّائرة المارَّة برؤوس مثلَّث قائم الزَّاوية طول وتره $10\ cm$

تدريب:

1- ارسمْ محور القطعة المستقيمة $[CD]$ المرسومة جانباً بالمسطرة والكوس.



2- ارسمْ مثلَّثاً قائم الزَّاوية أطوال أضلاعه 5, 4 , 3، وارسمْ الدَّائرة المارَّة برؤوسه.

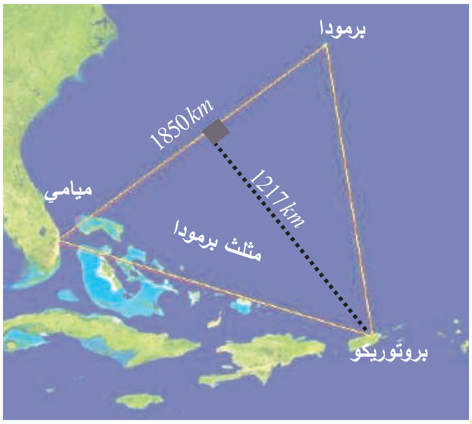
3- ارسمْ المثلَّث GEK حيث $\widehat{E} = 30°, GE = 4cm, \widehat{G} = 40°$، وارسمْ الدَّائرة المارَّة بروؤسه.

4- ارسمْ مثلَّثاً متساوي الأضلاع طول ضلعه $3cm$، ثم ارسمْ الدَّائرة المارَّة بروؤسه.

5. مساحة المثلّث

سوف تتعلّم:

- إيجاد مساحة المثلَّث.



صِلةُ الدَّرس:

تعلَّمتَ كيفيَّة حساب مساحة بعض المضلّعات والآن سوف تتعلَّم كيفيَّة حساب مساحة المثلَّث.

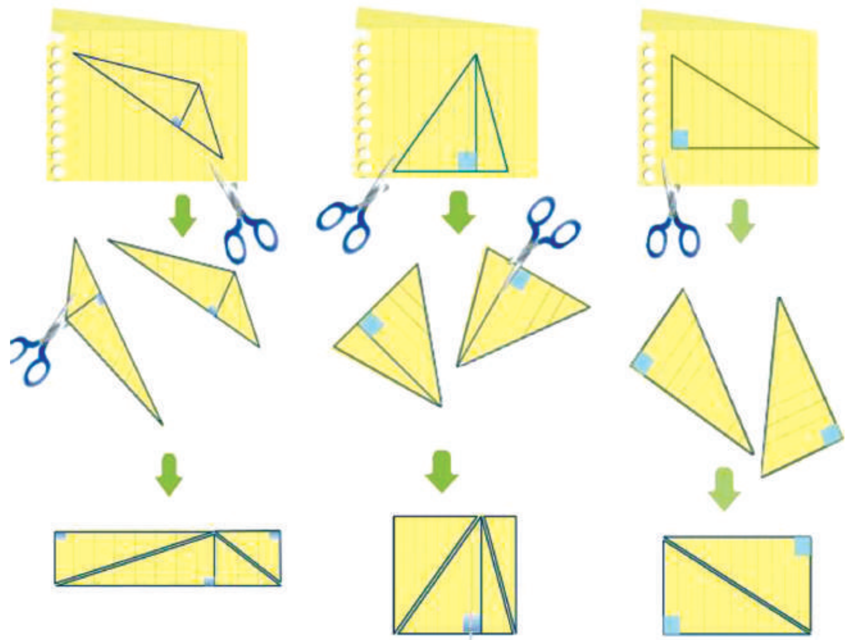
هل يمكنك حساب مساحة مثلّث برمودا؟

انطلاقة نشطة (عمل تعاوني):

قامت يارا باستنتاج قاعدة مساحة المثلَّث من خلال رسم مثلث على ورقة ثمَّ طي الورقة وبعملية القص ينتج لدينا مثلثين طبوقين، وبلصق المثلَّثين ينتج مستطيل مساحته تساوي ضعفي مساحة المثلَّث.

لاحظ المراحل التي قامت بها يارا لاستنتاج قاعدة مساحة المثلَّث ثمَّ حاول تنفيذها.

المثلّث القائم	المثلّث حاد الزوايا	المثلّث منفرج الزّاوية



مساحة المثلَّث = 　　　　مساحة المثلَّث = 　　　　مساحة المثلَّث =

من الجغرافيا

مثلّث برمودا: هو منطقة جغرافيَّة على شكل مثلّث تقع في المحيط الأطلسي، اكتسبت أهميتها من خرافة اختفاء السفن والطائرات التي تعبرها.

من الاستخدامات

لتقدير إنتاج سوريّة من القطن يتمّ حساب مساحة الأراضي المزروعة

تذكر

مساحة المستطيل تساوي الطّول × العرض

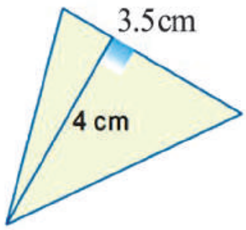
تعلَّم (مساحة المثلَّث):

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع المتعلق بها}}{2}$$

مثال:

احسب مساحة المثلَّث المجاور.

$$S = \frac{3.5 \times 4}{2} = 7\,cm^2$$



تطبيق: من الهندسة

في الشَّكل المجاور باب الخيمة يمثِّل مثلث طول قاعدته $3\,m$

ومساحته $3m^2$. والمطلوب: أوجدْ طول ارتفاع الخيمة.

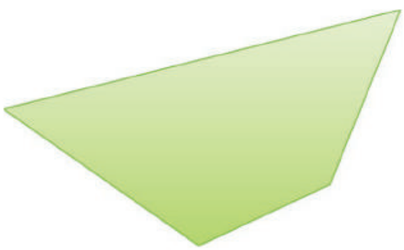
الحلّ:

نفترض طول ارتفاع الخيمة x

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

$3 = \frac{3 \times x}{2}$ ومنه $x = 2$ أي ارتفاع الخيمة $2\,m$

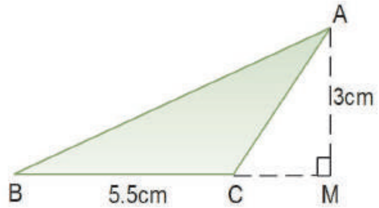
تحقَّقْ من فهمك: (حساب مساحة مضلع ما)



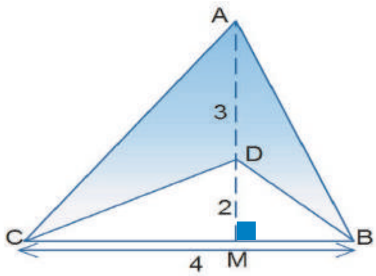
- فكِّرْ بكيفيَّة حساب مساحة الشَّكل الرباعي المجاور.
- قسّمِ الشَّكل إلى شكلين يمكنك حساب مساحتيهما.
- استخدم المسطرة في قياس الأطوال.
- اكتبِ المساحة الناتجة وقارن الإجابة مع زميلك.

تدريب:

① في الشَّكل المجاور: ABC مثلث فيه $\mathrm{BC}=5.5\mathrm{cm}$ و $\mathrm{AM}=3\mathrm{cm}$. والمطلوب: احسب مساحة المثلَّث ABC .



② في الشَّكل المجاور: ABC مثلث فيه $AD=3$ و $DM=2$ و $CB=4$. والمطلوب: احسب مساحة الجزء الملون.



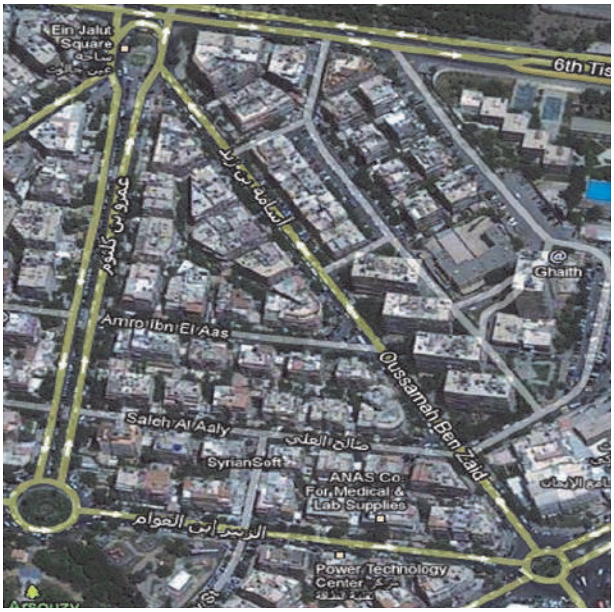
③ يسكن مازن في دمشق في الحيِّ الذي يحيط به شارع أسامة بن زيد وشارعي عمرو بن كلثوم والزبير بن العوام المتعامدين. (لاحظ شكل الحيِّ)

استخدم مازن برنامج الغوغل إرث لقياس الأطوال ونتج لديه:

طول شارع الزبير بن العوام $=311\mathrm{m}$

طول شارع عمرو بن كلثوم $=389\mathrm{m}$

ساعد مازن في حساب مساحة الحي.



(عد إلى الصورة الموجودة في بداية الدَّرس وحاول إيجاد مساحة مثلَّث برمودا)

6. مساحة الدّائرة

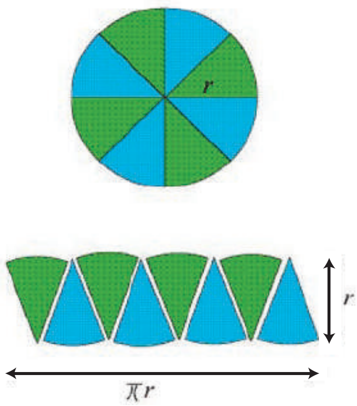
صِلةُ الدّرس:

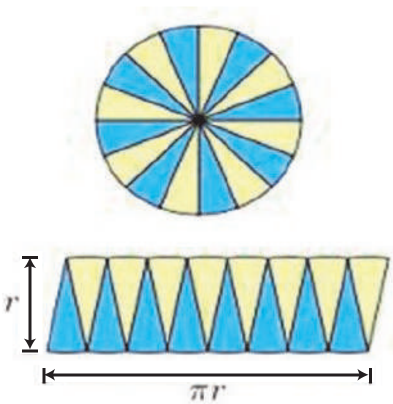
تَعلَّمت في الصف السَّادس كيفيَّة استخراج قاعدة مساحة الدَّائرة من خلال رسم الدَّائرة على الشَّبكة، والآن سوف تتعلَّم كيفيَّة استخراج قاعدة مساحة الدَّائرة انطلاقاً من مساحة متوازي الأضلاع.

انطلاقة نشطة

تأمّل الشّكلين الآتيين ثمّ حاول استنباط قانون حساب مساحة الدَّائرة.

الشّكل 2	الشّكل 1





وضّحْ سببَ زيادة عدد التقسيمات في الشّكل الثّاني، ثمَّ استنتجْ مساحة الشّكل الناتج؟

سوف تتعلّم:

- إيجاد مساحة الدَّائرة.

من الاستخدامات

تُستعمل مساحة الدّائرة لحساب الحاجة من العشب الاصطناعي لتغطية ساحة العقدة الطرقية.

تذكّر

- محيط الدّائرة: $P = 2\pi r$
- مساحة متوازي الأضلاع تساوي القاعدة × الارتفاع.

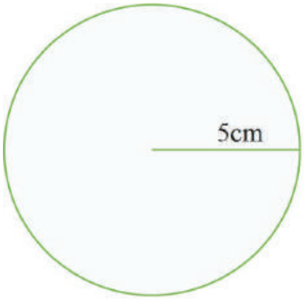
حيث العدد π يساوي تقريبا 3.14

تعلَّم (مساحة الدّائرة S):

مساحة الدَّائرة:

$$S = \pi r^2$$

حيث r نصف قطر الدائرة
و r^2 يدل على $r \times r$



مثال:

أوجدْ مساحة الدَّائرة التي طول نصف قطرها يساوي 5.

الحل:

$$S = \pi r^2$$
$$= \pi (5)^2$$
$$= 25\pi \ \text{cm}^2$$

تطبيق1: من الزراعة

يدور رشّاش ماء لريّ أرض زراعيّة مرسلاً الماء إلى مسافة 7m عن مركز الدوران. ما مساحة الأرض التي يرويها الرشاش ؟

الحل:

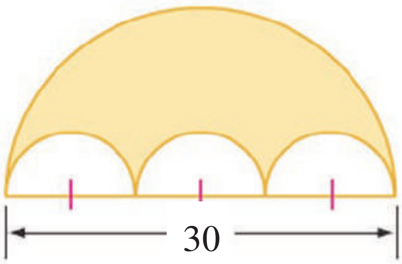
$$S = \pi r^2$$
$$= \pi (7)^2$$
$$= 49\pi \ \text{m}^2$$

تطبيق2: من الهندسة

قاعة مسرح دائريَّة الشَّكل طول قطرها 42m

احسبْ مساحة القاعة.

تحقّقْ من فهمك: (حساب مساحة شكل ما)



الشَّكل المجاور مؤلف من أربعة أنصاف دوائر، ثلاثة منها طَبوقة وقُطر الدَّائرة الكبرى يساوي 30cm.

احسبْ محيط الشَّكل المُلَوَّن ومساحته.

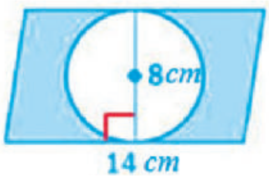
تدريب: (في التدريب الآتي خذ $\pi = 3.14$).

① احسب مساحة كلٍّ من الدّوائر التي أطوال أنصاف أقطارها كما يأتي:

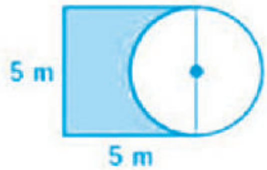
a) $r_1 = 5\text{cm}$ b) $r_2 = 0.1\text{km}$ d) $r_3 = 200\text{mm}$

② في الحالتين الآتيتين أوجدْ مساحة الجزء المُلوَّن.

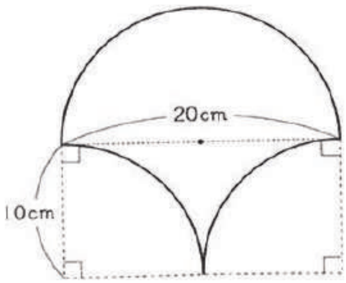
$a)$



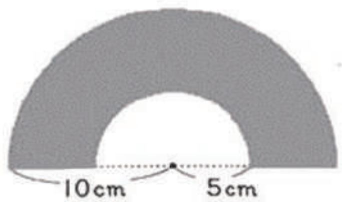
$b)$



③ احسب مساحة الشَّكل المرسوم جانباً.

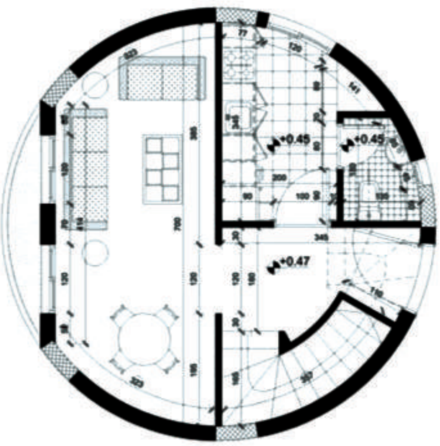


④ احسبْ مساحة الجزء المظلل من الشَّكل المرسوم جانباً.



⑤ اتَّفق أحمد مع مقاولِ بناء على شراء بيت قيد الإنشاء، دائريِّ الشَّكل نصف قطر دائرته 20m بتكلفةٍ 30000 ل س للمتر المربع الواحد.

احسب تكلفة هذا البيت.



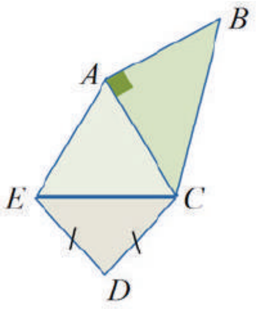
(عد إلى الصُّورة الموجودة في بداية الدَّرس وحاولْ إيجاد مساحة ساحة الأمويين علماً أنَّ طول نصف قطرها يساوي 70m)

تمرينات

1− اختر الإجابة الصّحيحة في الجدول الآتي:

.1	ABC مثلَّث متساوي السَّاقين رأسه B ساقاه هما:	$[AC],[AB]$	$[AC],[CB]$	$[AB],[CB]$
.2	ABCمثلَّث قائم في A فيه $B=40^o$ عندئذ قياس C يساوي:	140^o	40^o	50^o
.3	مثلَّث طولا ضلعين فيه $13cm, 15cm$ فإن طول ضلعه الثَّالث يمكن أن يكون:	$1cm$	$2cm$	$3cm$
.4	إذا كان طول نصف قطر الدَّائرة المارَّة برؤوس مثلَّث قائم يساوي $4cm$ فإن طول وتره يساوي:	8cm	4cm	2cm
.5	إذا كانت نقطة تلاقي محاور مثلَّث تقع خارجه نستنتج عندها أن المثلَّث:	حاد الزَّوايا	قائم الزَّاوية	منفرج الزَّاوية
.6	ABCمثلَّث فيه $A=75^o$ و $\widehat{C}<\widehat{B}$ عندئذ القياس الممكن لـ B يساوي:	25^o	80^o	30^o
.7	ABC مثلَّث قائم في C فيه $B=45^o$ عندئذ يكون المثلَّث ABC:	مختلف الأضلاع	متساوي الأضلاع	متساوي السَّاقين
.8	A, B, C تقع على استقامة واحدة، حيث C تقع بين A و Bفإن الأبعاد الممكنة بينها:	$AC=3$ $BC=4$ $AB=5$	$AC=3$ $BC=5$ $AB=8$	$AC=3$ $BC=10$ $AB=5$
.9	ABC مثلَّث قائم في B فيه $AB=3cm$ و $BC=5cm$ فإن مساحته تساوي:	$15cm^2$	$7.5cm$	$7.5cm^2$
10	مساحة الدَّائرة التي طول نصف قطرها يساوي 3 هي:	9	9π	$3\pi^2$

2- في الشَّكل المجاور: ABC مثلَّث متساوي السَّاقين، ACE مثلَّث متساوي الأضلاع حيث $AE = 5$. والمطلوب:



1- احسبْ AB.

2- احسبْ DE إذا علمت أن محيط المثلَّث DEC يساوي 12.

3- أي من الأطوال الآتية تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلَّث:

1) $AB = 2, BC = 3, AC = 7$

2) $AB = 2, BC = 3, AC = 5$

3) $AB = 2, BC = 3, AC = 4$

ارسمْ الحالة الممكنة ثم ارسمْ الدَّائرة المارَّة برؤوس ذلك المثلَّث.

4- احسبْ قياسات الزَّوايا المجهولة في كلّ مثلَّث ممَّا يأتي:

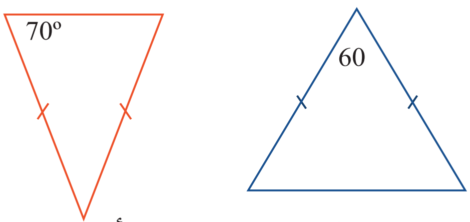
1. مثلَّث QRS متساوي السَّاقين رأسه S فيه: $\widehat{R} = 20°$

2. مثلَّث XYZ قائم في X فيه: $\widehat{Y} = 42°$

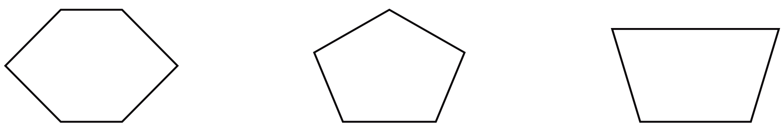
3. مثلَّث DUV متساوي الأضلاع.

4. مثلَّث WTL متساوي السَّاقين قياس زاوية رأسه $\widehat{W} = 128°$.

5- احسبْ قياسات الزَّوايا المجهولة في كلّ مثلَّث ممّا يأتي:



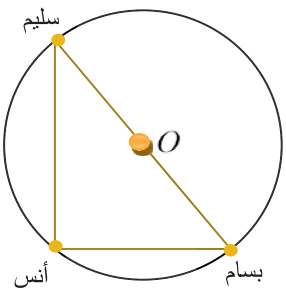
6- احسبْ مجموع قياسات زوايا كلّ من المضلعات الآتية دون قياس: (توجيه: صل بين رأسين غير متتاليين)



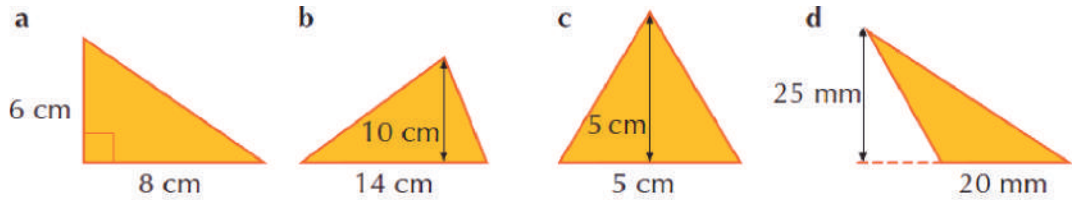
7- ارسمْ المثلَّث ABC قائم في A وفيه $AB = 3, BC = 5$ ثمَّ ارسمْ الدَّائرة المارَّة برؤوسه الثَّلاث.

8− تعلم أنَّ قطري المستطيل متناصفان ومتساويا الطول.
ارسمِ الدَّائرة المارَّة برؤوس المستطيل المجاور.

9− تقع منازل أنس وبسّام وسليم على طريق دائري مركزه O
كما في الشَّكل المجاور. ويبعد منزل أنس عن O بمقدار 50m
احسبْ بعد منزل سليم عن منزل بسّام، إذا علمت أنَّ O يقع
في منتصف المسافة بينهما.



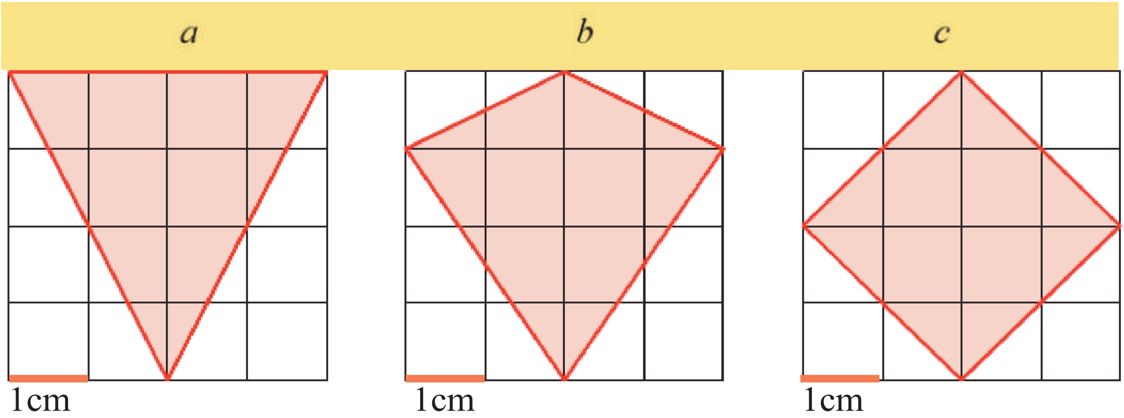
10− احسبْ مساحة كلّ من المثلَّثاتِ الآتية:



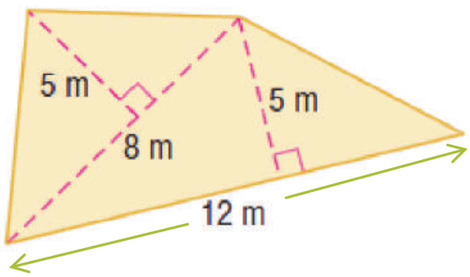
11− أكمل الجدول الآتي بمعلومات عن مثلث:

	القاعدة	الارتفاع	المساحة
a	5 cm	4 cm	
b	7 cm	2 cm	
c	9 m	5 m	
d	12 mm		$60\ mm^2$
e		8 m	$28\ m^2$

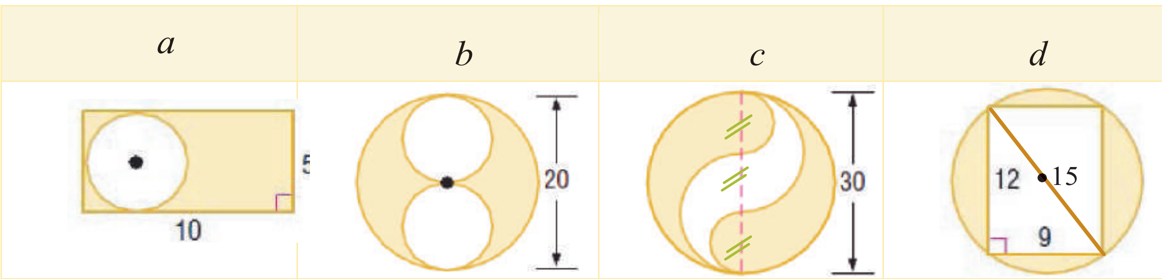
12− احسبْ مساحة كلٍّ من الأشكال الآتية:



13− احسبْ مساحة الشَّكل المجاور:



14− احسبْ مساحة الجزء المُلوَّن في كلٍّ من الأشكال الآتية:

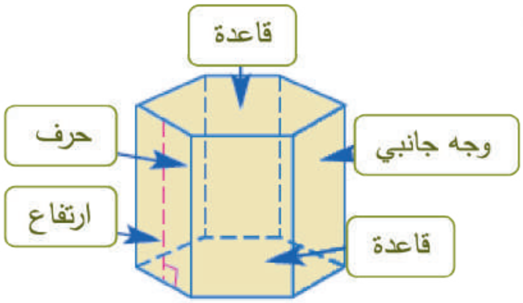


الوَحدةُ السّابِعة: المُجسّمات

1 – الموشور القائم

صِلَة الدَّرس:

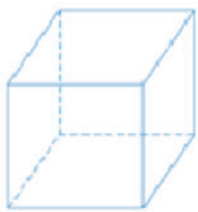
تعرَّفتَ سابقاً الموشور القائم، والآن ستحسب المساحة الجانبية والكليَّة وحجم الموشور القائم.



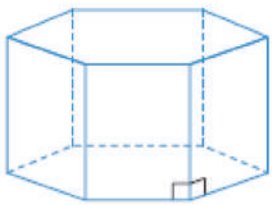
انطلاقةٌ نشطة:

أولاً:

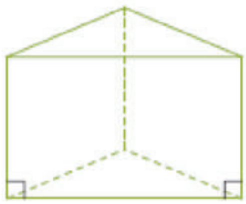
سمّ كلاً من المجسّمات:



موشور رباعي



....



....

....

سوف تتعلّم:

- حساب المساحة الجانبيّة والكليّة للموشور القائم.
- حساب حجم الموشور القائم

تذكّر:

يسمى الموشور بحسب أضلاع قاعدته. موشور ثلاثي أو رباعي أوخماسي أو .....

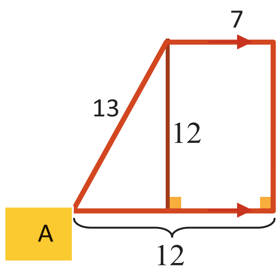
ماذا يسمى مجسم مدرستك ؟

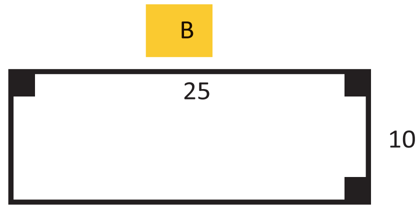
في البناء

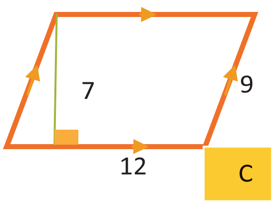
يتمّ حساب المساحة الجانبيَّة للمدارس لمعرفة كميّة المواد اللازمة للطلاء.

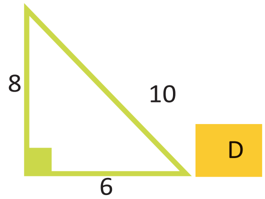
ثانياً:

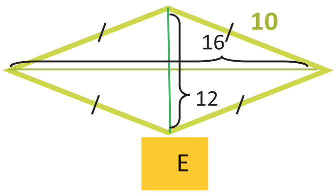
تأمَّلِ الأشّكال الآتية ثم املأ الجدول الآتي:

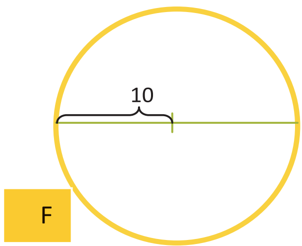








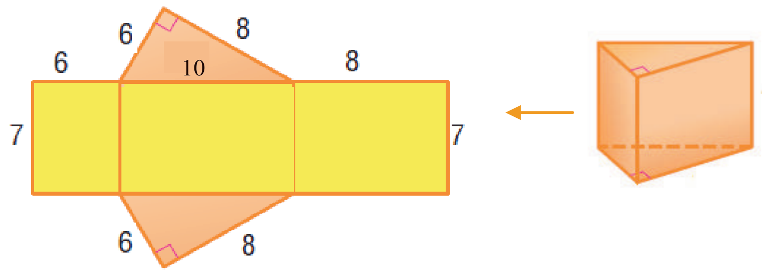




الشَّكل	نوع الشَّكل	محيط الشَّكل	مساحة الشَّكل
A			
B			
C			
D			
E			
F			

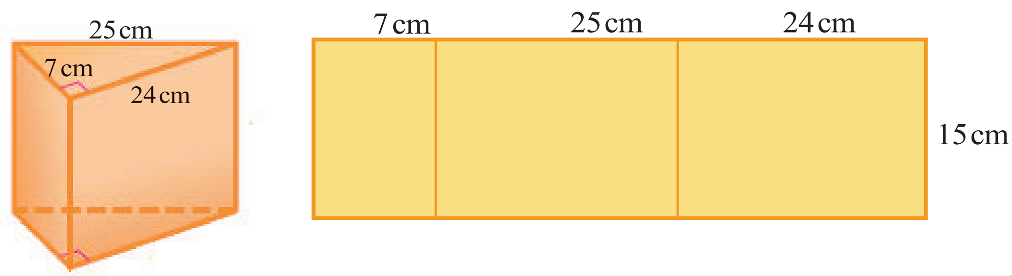
ثالثاً:

تأمَّلِ الشّكل الآتي، ثم احسب مساحة الجزء الملَّون باللَّون الأصفر



رابعاً:

قرَّر سامي أن يُغلِّف علب هدايا العيد بالورق اللّامع ، تناول أوّلاً هديَّة علبتها على شكل موشور قائم، أحاط السّطح الجانبي للعلبة وقصَّ الورقة، ثم وضعها على الطّاولة، وجد أنَّ لها شكلاً مستطيلاً، كما يظهر في الصُّورة:



نلاحظ أنّ: مساحة هذا المستطيل هي المساحة الجانبية للموشور،

ومنه المساحة الجانبية للموشور = (مجموع أطوال أضلاع القاعدة) × الارتفاع

$$=(7+25+24)\times 15$$
$$=56\times 15=840\,cm^2$$

تعلّم (المساحة الجانبيَّة والكليَّة للموشور):

المساحة الجانبيَّة للموشور القائم = محيط القاعدة × الارتفاع

$S_L=P\times h$ حيث S_L المساحة الجانبيَّة و p محيط القاعدة و h الارتفاع.

أما إذا أردنا حساب المساحة الكليَّة للموشور ، أضفنا مساحتي القاعدتين للمساحة الجانبيَّة وكان

المساحة الكليَّة للموشور القائم= المساحة الجانبيَّة + ضعفا مساحة القاعدة

$S_T=S_L+2\times S_b$ حيث S_b مساحة القاعدة، و S_T المساحة الكلية

تدريب: اختر الإجابة الصّحيحة في كلّ ممّا يأتي:

1) علبة على شكل موشور قاعدته مثلّث متساوي الأضلاع طول ضلعه 8 cm وارتفاعه 11 cm ، مساحته الجانبيَّة تساوي

$264\ cm^2$ $176\ cm$ $176\ cm^2$ $35\ cm^2$

2) المساحة الجانبيَّة لموشور قاعدته معيّن طول ضلعه 5 cm وارتفاعه 12 cm تساوي

$170\ cm^2$ $240\ cm^2$ $60\ cm^2$ $30\ cm^2$

3) المساحة الكليّة (المساحة الجانبيَّة مع مساحتي القاعدتين) لموشور قائم قاعدته مربَّع طول ضلعه 6 cm وارتفاعه 9 cm تساوي

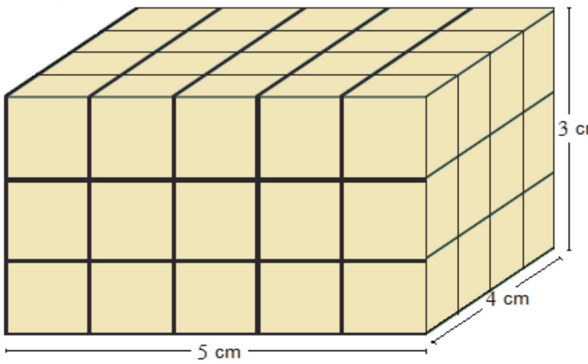
$54\ cm^2$ $324\ cm^2$ $162\ cm^2$ $288\ cm^2$

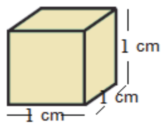
4) موشور قاعدته مثلّث متساوي الأضلاع طول ضلعه 5 cm ومساحته الجانبيَّة $150\ cm^2$، ارتفاعه يساوي

10 cm   18 cm   30 cm   3 cm

نشاط:

تمَّ تشكيل متوازي المستطيلات من مكعبات طول حرفها 1 cm احسبْ حجم متوازي المستطيلات إذا علمت أنَّ حجم المكعب الواحد من بين تلك المكعبات $1\ cm^3$





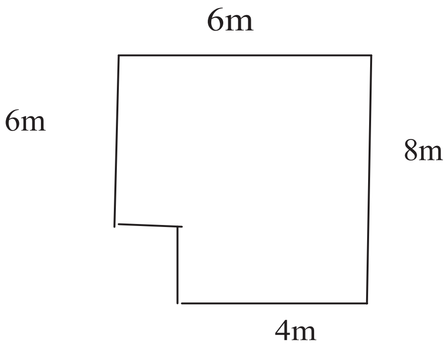
تعلّم:

حجم الموشور القائم = مساحة القاعدة × الارتفاع.

حجم متوازي المستطيلات = جداء أبعاده الثلاثة.

حجم المكعب = ^{3}(طول الحرف)

مثال1:



أراد رائد أن يزيِّن جدران غرفته باستعمال ورق الجدران، فإذا كان ارتفاع الغرفة 3.5 m، وإذا كان سقف الغرفة كما في الرَّسم، والمطلوب:

① كم متراً يلزمه لتزيين جدران الغرفة؟

② كم متراً يلزمه إذا أراد تزيين سقف الغرفة أيضاً؟

الحلّ:

① واضحٌ أنَّ مساحة ورق الجدران هي المساحة الجانبيَّة للموشور القائم الّذي قاعدته سقف الغرفة وارتفاعه ارتفاع الغرفة. لحساب هذه المساحة نحسب أولاً:

محيط قاعدة الموشور: محيط القاعدة = مجموع أطوال أضلاعها

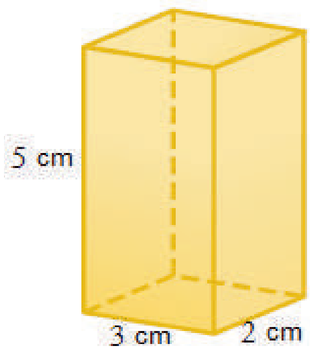
$$8+6+4+2+2+6=28\text{m}$$

مساحة الجدران = المساحة الجانبيَّة للموشور = محيط القاعدة × الارتفاع

$$3.5\times 28=98\text{m}^2$$

②مساحة السقف $8\times 6-2\times 2=44\text{ m}^2$ فتكون المساحة المطلوبة $98+44=142\text{ m}^2$

مثال 2:



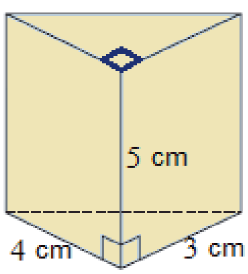
أوجدْ حجم متوازي مستطيلات أبعاده 2 cm , 3 cm , 5 cm

الحلّ:

إن حجم متوازي المستطيلات = جداء أبعاده الثلاثة ومنه

حجم متوازي المستطيلات المعطى $2\times 3\times 5=30\text{ cm}^3$

مثال 3:



احسب حجم موشور ثلاثي قائم قاعدته مثلَّث قائم طول ضلعيه القائمين 4 cm , 3 cm وارتفاع الموشور 5 cm

الحلّ:

حجم الموشور القائم = مساحة القاعدة × الارتفاع

والقاعدة مثلَّث قائم فمساحته تساوي نصف جداء طولي الضِّلعين القائمتين

أي $S_b=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6\text{ cm}^2$ وحجم الموشور القائم $6\times 5=30\text{ cm}^3$.

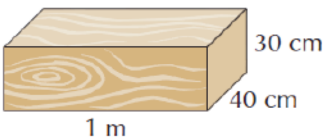
تحقَّقْ من فهمك:

الجدول الآتي يشير إلى محيط القاعدة والارتفاع والمساحة الجانبيَّة لعدد من المواشير القائمة أتمم الجدول:

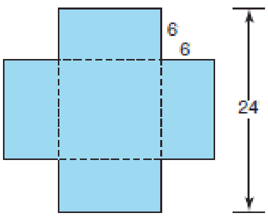
محيط القاعدة بـ cm	20	24		21	
الارتفاع بـ cm	3		8	6.5	9.2
السطح الجانبي بـ cm^2		288	152		234.6

تدريب:

1. احسب حجم مُكعَّب طول حرفه 12 cm.
2. احسب المساحة الجانبيَّة لموشور قائم قاعدته مثلَّث أطوال أضلاعه 4cm, 5cm, 6 cm ارتفاعه 7 cm.
3. احسب حجم الصندوق الخشبي المُوضَّحْ جانباً على أن يكون الجواب بالسنتيمتر المكعب.



4. قطعة من الورق المقوى على شكل مربَّع طول ضلعه 24cm نريد تصميم صندوق بدون غطاء وذلك بقصِّ الزَّوايا الأربع من القطعة السابقة على شكل مربَّعات طول ضلعها 6cm كما في الشَّكل. احسب حجم الصندوق.



2− الأسطوانة الدَّورانيَّة

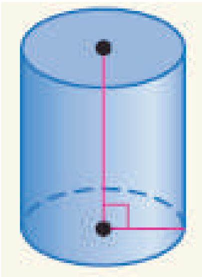
سوف تتعلّم:

- حساب المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة الدّورانيّة
- حساب حجم الأسطوانة الدورانية.

من الاستخدامات :

يتم حساب حجم صوامع الحبوب في سورية لمعرفة احتياطات سورية من القمح والحبوب الأخرى.

صِلة الدّرس:

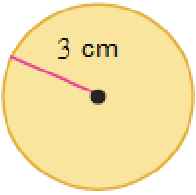


تَعرَّفت سابقاً الأسطوانة والآن ستحسب المساحة الجانبيَّة والكليَّة وحجم الأسطوانة.

انطلاقةٌ نشطة:

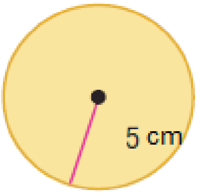
أولاً:

مساحة الدّائرة المجاورة تساوي:



$12\pi\ cm^2$	$9\pi\ cm^2$	$6\pi\ cm^2$	$3\pi\ cm^2$

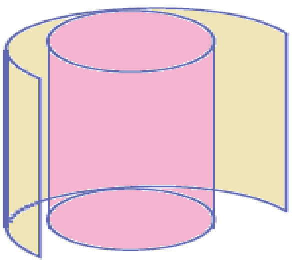
محيط الدّائرة المجاورة يساوي:



2π cm	5π cm	25π cm	10π cm

ثانياً:

تأمَّلِ الشَّكل المجاور علبة مربى أسطوانية الشَّكل(طول قطر قاعدتها $= 10$ cm وارتفاعها 15 cm)



نزعنا عنها الورقة التي كتبت عليها المعلومات المتعلقة بمحتوى العلبة.

- ما الشَّكل الهندسي لقاعدة الأسطوانة؟
- ما الشَّكل الهندسي للورقة؟
- ماذا يمثل طول الورقة بالنسبة إلى الأسطوانة؟

- ماذا يمثل عرض الورقة بالنسبة إلى الأسطوانة؟
  - مساحة القاعدة = ...
  - المساحة الجانبيَّة للأسطوانة = ...
  - المساحة الكليَّة (المساحة الجانبيَّة مع مساحتي القاعدتين) للأسطوانة الدَّورانيَّة = ...

تعلّم:

المساحة الجانبيَّة للأسطوانة الدورانيَّة = محيط القاعدة × الارتفاع

$S_L = P \times h$ حيث S_L المساحة الجانبيَّة للأسطوانة و P محيط قاعدتها و h الارتفاع .

المساحة الكليَّة للأسطوانة الدورانيَّة = المساحة الجانبيَّة + ضعفا مساحة القاعدة $S_T = S_L + 2 \times S_b$.

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع.

مثال

أسطوانة دورانيَّة ارتفاعها 40 cm، طول قطر قاعدتها 15 cm، أوجدْ مساحتها الجانبيَّة ثم مساحتها الكليَّة ثم حجمها. (باعتبار $\pi = 3.14$)

الحلّ:

حساب المساحة الجانبيَّة:

$$\begin{aligned} S_L &= P \times h \\ &= 3.14 \times 15 \times 40 = 1884\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

حساب المساحة الكليَّة:

$$\begin{aligned} S_T &= S_L + 2 \times S_b \\ &= 1884 + 2 \times 3.14 \times 7.5^2 \\ &= 1884 + 2 \times 3.14 \times 56.25 \\ &= 1884 + 353.25 \\ &= 2237.25\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

حساب الحجم:

$$\begin{aligned} V &= S \times h \\ &= \pi \times r^2 \times h \\ &= 3.14 \times (7.5)^2 \times 40 \\ &= 3.14 \times 56.25 \times 40 = 7065\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

تحقّقْ من فهمك:

❶احسب مساحة السطح الجانبي S_L والسطح الكلي S_T لأسطوانة دورانيَّة (خذ $\pi = 3.14$) في كلٍّ من الحالات الآتية:

نصف قطر القاعدة بـ cm	6	5	8.3
الارتفاع بـ cm	11	9	5

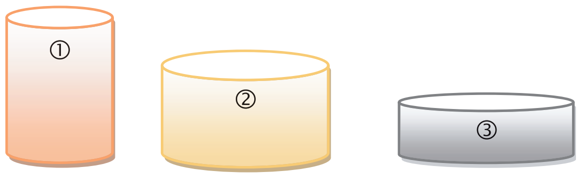
❷احسب حجم أسطوانة دورانيَّة (خذ $\pi = 3.14$) في كلٍّ من الحالات الآتية:

نصف قطر القاعدة بـ cm	13.5	6	6.2
الارتفاع بـ cm	7	36	12.5

تدريب:

❶ احسب مساحة السَّطح الجانبيّ S_L لأسطوانة دورانية محيط قاعدتها 12 cm وارتفاعها 22 cm.

❷ في الأشكال الآتية ثلاث أسطوانات أنصاف أقطارها على التّوالي 6 cm , 7 cm, 8 cm وارتفاعاتها على التّوالي 14 cm , 12 cm , 10.5 cm.

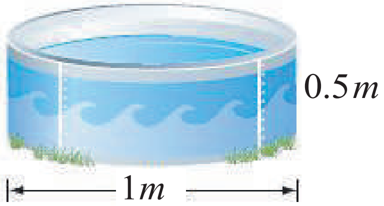


①تحقق من أنَّ المساحة الجانبيَّة لكلٍّ من هذه الأسطوانات متساوية.

②هل حجوم هذه الأسطوانات متساوية، اشرح إجابتك.

❸أسطوانة دورانيَّة ارتفاعها 11 cm وقاعدتها قرص دائري نصف قطره $4\ cm$، احسبْ مساحة سطحها الجانبيّ S_L وسطحها الكليّ S_T (خذ $\pi = 3.14$)

❹مجموعة من النقود المعدنية من نفس الفئة وضعت فوق بعضها لتشكل أسطوانة دورانية ارتفاعها 4 cm ونصف قطرها $1\ cm$. احسب حجم الأسطوانة.

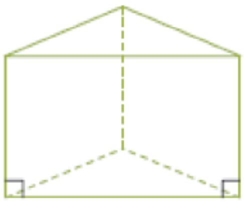


❺احسب حجم حوض الماء الموضح جانباً.
(خذ $\pi = 3.14$ مقرّباً الجواب لأقرب جزء من مئة)

تمرينات

1- موشور قائم قاعدته مثلَّث قائم أطوال أضلاعه 5 cm, 13 cm, 12 cm والمساحة الكليَّة للموشور تساوي 540 cm^2 احسب ارتفاع الموشور.

2- موشور ثلاثي قائم وارتفاعه يساوي 7 cm ومحيط كل وجه من أوجهه الجانبيَّة 24 cm



① احسب أبعاد أوجهه الجانبيَّة

② احسب المساحة الجانبيَّة للموشور

③احسب المساحة الكليَّة للموشور إذا علمت أن مساحة قاعدته تساوي 10.8 cm^2

3- موشور قائم قاعدته شبه منحرف $ABCD$ قائم في B و C فإذا علمت أن $DC = 2\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $AD = 5\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$ وأن ارتفاع الموشور 2.7 cm

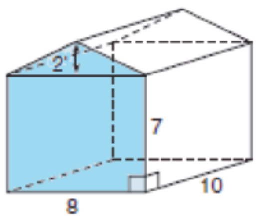
①احسب المساحة الجانبيَّة للموشور.

② احسب المساحة الكليَّة للموشور.

③احسب حجم الموشور.

4- موشور قائم قاعدته معين وارتفاعه يساوي 13cm ومساحته الجانبيَّة تساوي 221 cm^2 احسب محيط قاعدته واستنتج طول ضلعها.

5- موشور قائم قاعدته مثلَّث قائم أطوال أضلاعه 10cm, 8cm , 6cm وارتفاعه 13cm احسب المساحة الجانبيَّة والكليَّة وحجم الموشور.



6- مستودع على شكل موشور خماسي قائم ابعاده كما في الشَّكل المجاور. احسب حجم المستودع.

7- حوض سمك على شكل مكعب طول حرفه 50 cm

① هل يمكن لهذا الحوض أن يحوي 150 لتر من الماء؟

② ملأنا الحوض بـ 100 لتر من الماء ما ارتفاع الماء في الحوض؟

8- متوازي المستطيلات مساحته الجانبيَّة تساوي 144 cm^2 فإذا كان طول القاعدة يساوي ثلاثة أضعاف عرضها، وارتفاع متوازي المستطيلات يساوي ضعفي عرض القاعدة احسب المساحة الكليَّة لمتوازي المستطيلات.

9- موشور قائم قاعدته مثلَّث أطوال أضلاعه $4.2\ \text{cm}, 5\ \text{cm}, 7\ \text{cm}$ و ارتفاعه يساوي $h\ \text{cm}$ مساحته الجانبيَّة تساوي $178.2\ \text{cm}^2$

○ احسب الارتفاع h

10- أسطوانة دورانيَّة ارتفاعها يساوي h وقاعدتها قرص دائري طول نصف قطره $9\ \text{cm}$، ومساحة سطحها الجانبي تساوي $354\ \text{cm}^2$

○ احسب h (خذ $\pi = 3.14$)

11- أمامك أسطوانتان دورانيتان ② و ①:

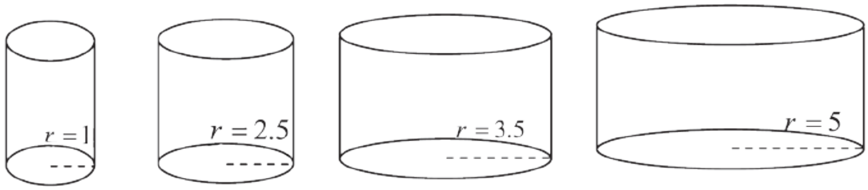
①ارتفاعها $18\ \text{cm}$ ونصف قطر قاعدتها $7\ \text{cm}$.

②ارتفاعها h ونصف قطر قاعدتها $14\ \text{cm}$.

a) احسب حجم الأسطوانة ①

b) إذا كان حجم الأسطوانة ② يساوي حجم الأسطوانة ① احسب ارتفاع الأسطوانة ②

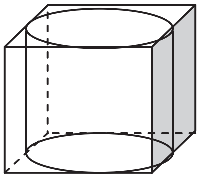
12- الأسطوانات الأربع الآتية لها الارتفاع h نفسه $h = 4\ \text{m}$ لكن لها أنصاف أقطار مختلفة



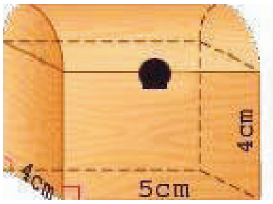
①احسبْ حجم كلِّ أسطوانة.

②هل حجوم هذه الأسطوانات متناسبة مع أنصاف أقطارها؟

13- أسطوانة دورانيَّة ارتفاعها $6.7\ dm$ وقاعدتها قرص دائري قطره $39\ mm$، مساحة سطحها الجانبيِّ S_L مقدَّرة بـ cm^2 احسب S_L (خذ $\pi = 3.14$)



14- تتوضّع أسطوانة دورانيَّة داخل مكعَّب بحيث تلامس قاعدتاها وجهين متقابلين للمكعب ويلامس سطحها الجانبي الأوجه الباقية للمكعب، فإذا كان طول حرف المكعب $4\ cm$، احسب حجم الأسطوانة.



15- علبة مجوهرات لها الشَّكل الآتي

(تركيب موشور قائم ونصف أسطوانة دورانيَّة)

احسب المساحة الجانبيَّة وحجم هذه العلبة.

الوحدة الثامنة: الإحصاء والاحتمالات

1-التمثيلات البيانيَّة

صلة الدرس:

عندما تُجمع البيانات من المسح (التصويت) يمكن عرضها بطرق مختلفة، ليُصبح من السَّهل فهمها أكثر وتفسيرها، أكثر الطُّرق شيوعاً لعرض البيانات هو الرُّسوم البيانيَّة مثل مخطّط الأعمدة والمخطَّط الدائري ومخطّطات الخطوط البيانيُّة.

انطلاقةٌ نشطة:

1) ليكن لدينا البيان الإحصائي الآتي لعلامات مجموعة طلّابٍ في مسابقةٍ لمادَّة الرياضيَّات 99 ,66 ,77 ,80, 100 ,99 ,70 ,50 ,88 ,71 ,70

- رتب البيانات تصاعدياً.
- وزّعِ البيانات في جدول التّكرار.
- كمَ عدد الطُّلّاب الّذين تقدّموا للمسابقة؟

2) الجدول الآتي يبيِّن ارتفاعات عدد من الأبنية في منطقةٍ سكنيَّة في دمشق مقدّراً بالمتر:

ارتفاعات بعض الأبنية في منطقة سكنيَّة في دمشق مُقدَّرة بالمتر		
18	9	6
9	3	12
21	18	15

- ما هو ارتفاع أعلى مبنى في المنطقة السكنيَّة؟
- هل هناك أبنية متساوية بالارتفاع؟

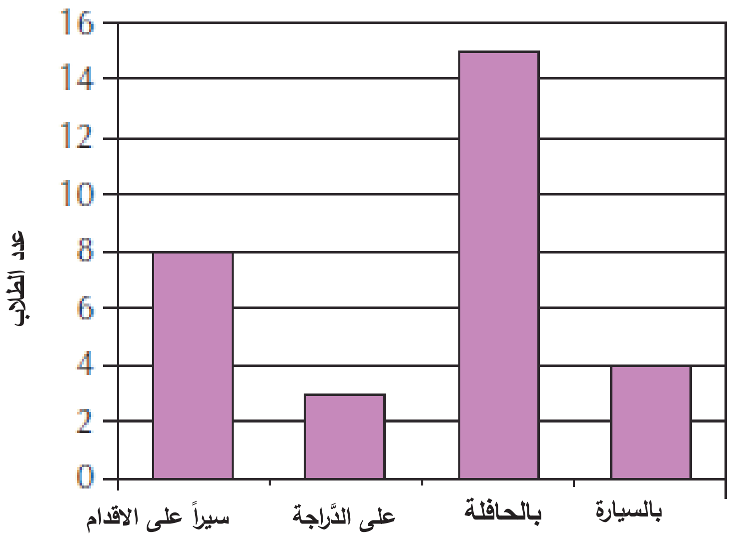
سوف تتعلَّم:

- قراءة المخطَّطات البيانيَّة وتفسيرها

في البيان المجاور نسمِّي 70 إحدى مفردات البيان.

أ نشطة:

1) مخطَّط الأعمدة الآتي يُظهر كيفيَّة تنقُّل طلاَّب أحد صفوف السَّابع إلى المدرسة:



a) ما هو عدد الطُّلاب الذين يذهبون إلى المدرسة على الدَّراجة؟

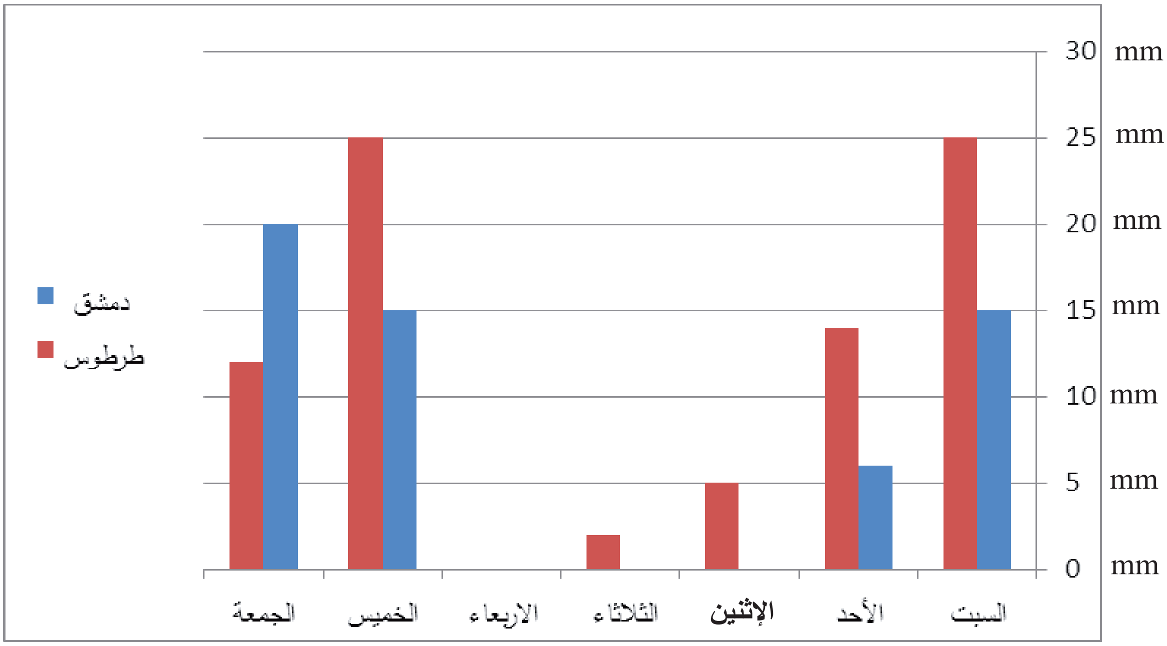
b) ما هي الطَّريقة الأكثر استخداماً للذَّهاب إلى المدرسة ؟

c) ما عدد طلاّب الصفِّ السَّابع في هذه المدرسة ؟

تعلَّم (مخطَّط الأعمدة):

تستخدم مخطَّطات الأعمدة لعرض المعلومات العدديَّة، وطول العمود يشير إلى عدد مرَّات تكرار المفردة ويكون مجموع أطوال الأعمدة مساوياً لعدد المفردات الكلِّي.

2) مخطَّط الأعمدة الثنائي الآتي يبيِّن كميَّة الهطولات المطرية في الأسبوع الأول من شهر كانون الأول لمدينتي دمشق وطرطوس



- ماهي أكبر كميات الهطول في هذا الأسبوع وفي أي مدينة؟
- ما مجموع كميات الهطول في مدينة دمشق في هذا الأسبوع؟
- ما مجموع كميَّة الهطولات في مدينة طرطوس في هذا الأسبوع؟
- ما الأيَّام التي تمَّ فيها الهطول في مدينة واحدة فقط؟
- ما هو اليوم الذي لم يتم فيه هطول المطر؟

تعلَّم (مخطَّط الأعمدة الثُّنائي):

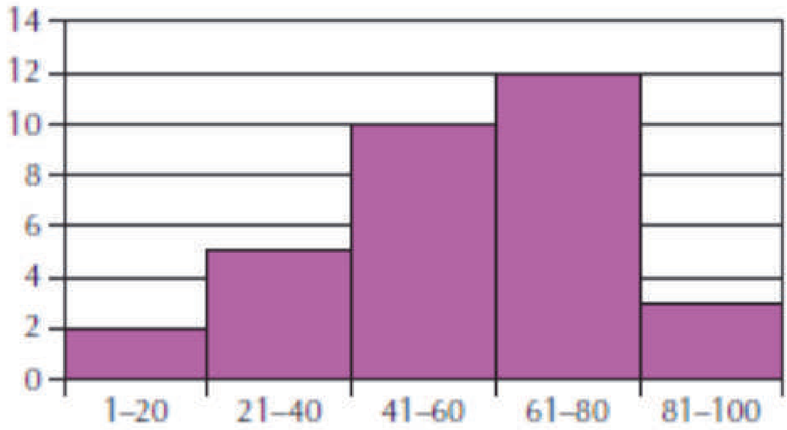
يُستخدم مخطَّط الأعمدة الثَّنائي للمقارنة بين مجموعتين من البيانات.

تدريب:

1) ما مجموع كميات الهطول المطرية في دمشق وطرطوس في الأسبوع ؟

2) اسأل زملاءَك في الصفِّ عن وسيلة تَنَقُّلِهم إلى المدرسة وقارنِ النَّتائج مع المخطَّط في النشاط رقم(1)

3) مخطَّط المدرّج التَّكراري الآتي يُظهر العلامات الَّتي نالها طلاَّبُ الصَّفِّ السَّابع في إحدى المدارس في مسابقةٍ للرّياضيَّات(العلامة العظمى 100):



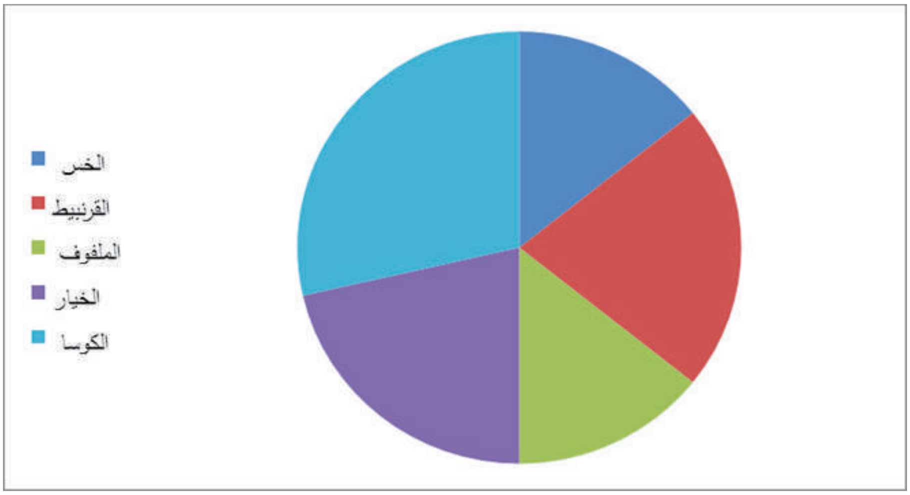
a) ما هو عدد الطَّلاب في الصَّف؟

b) كم طالب حصل على علامةٍ أكثر من 60؟

تعلَّم (المدرَّج التَّكراري):

في المدرَّج التَّكراري تأخذ الأعمدة شكل مستطيلات وتعبِّر قاعدة كلِّ مستطيل عن طول الفئةِ، ويَعَبِّرُ ارتفاعه عن تكرارِ المفردات في الفئة نفسها.

4) المخطَّط الدائري الآتيُ يبيِّن مسحاً شمل ستين شخصاً حول الخضراوات المفضلَّة لديهم. والمطلوب:



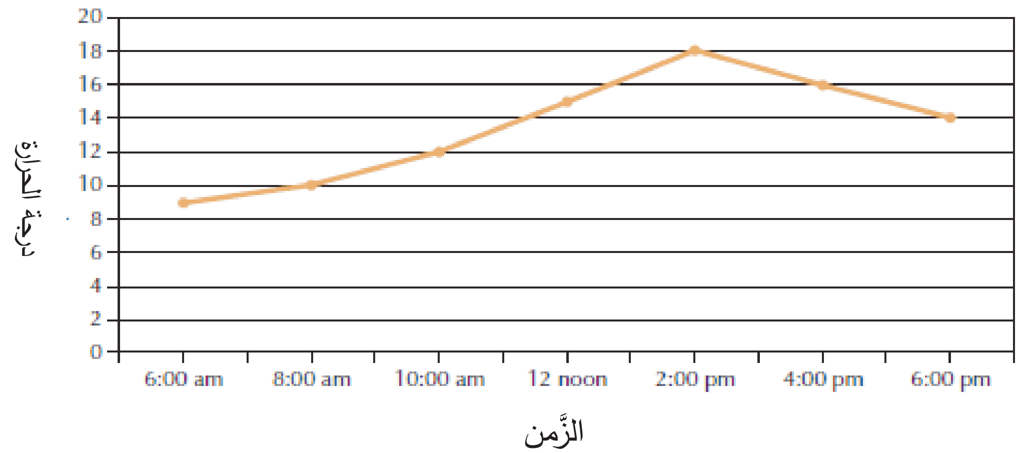
1) ما هو نوع الخضار الأكثر تفضيلاً ؟

2) ما هو نوع الخضار الأقلّ تفضيلاً ؟

تعلَّم (المخطَّط الدَّائري):

يُستخدم المخطَّط الدائري لمقارنة البيانات ،وهو مفيد جداً عند مقارنة الجزء بالكلِّ ومقارنة الأجزاء فيما بينها

5) يمثِّل مخطَّط الخطوط الآتيُ تَغيُّر درجات الحرارة خلال 12 ساعة على جبل الشيخ:



a. ماهي درجة الحرارة عند منتصف النَّهار؟

b. ماهي درجة الحرارة عند السَّاعة 3 ظهراً؟

c. ماهي أعلى درجة حرارة وفي أيِّ ساعة ؟

d. ما هي أدنى درجة حرارة وفي أيِّ ساعة؟

تعلَّم (مخطَّط الخطوط):

يكون مخطّط الخطوط مفيد عندما نريد أن نتوقع الأحداث من خلال ملاحظة اتِّجاه الخطِّ بمرور الزمن .

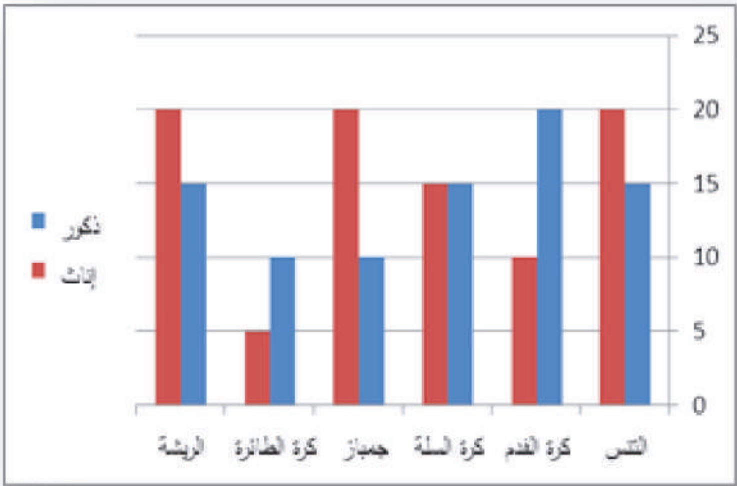
تحقَّقْ من فهمك:

ما هو توقعك لدرجة الحرارة في السَّاعة السَّابعة بعد الظهر؟

تدريب:

❶ توقَّع من المخطَّط في النَّشاط (5) كيف هو اتجاه ارتفاع درجة الحرارة خلال اليوم التَّالي، وفي أيِّ ساعة تعاود الانخفاض وذلك بشكل تقريبي؟

❷ المخطَّط المُبَيَّن، يظهر أنواع الرِّياضة المفضَّلة لدى الذكور والإناث



والمطلوب:

a. ما الرِّياضة الأكثر تفضيلاً لدى الإناث ؟

b. ما الرِّياضة الأكثر تفضيلاً لدى الذُّكور؟

c. ما عدد الذُّكور وما عدد الإناث ؟

d. ما الرِّياضة التي يتساوى فيها عدد الذُّكور مع عدد الإناث؟

2-مخطَّط الانتشار والارتباط

سوف تتعلم:

- مخطط الانتشار
- الارتباط

صِلةُ الدَّرس:

مخطَّط الانتشار يُستخدم للمقارنة بين مجموعتين من البيانات ويفيد كثيراً في التَّنَبُّؤ حسب اتّجاهات البيانات.

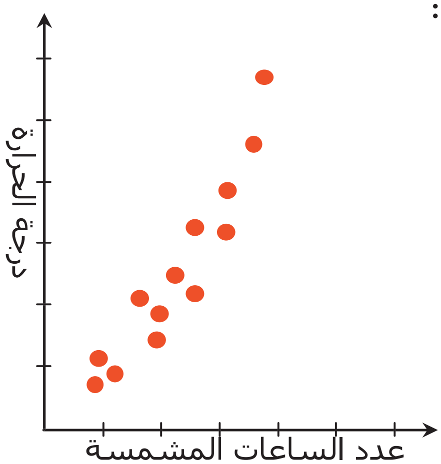
وذلك كما سنرى من خلال الأمثلة الآتية:

انطلاقة نشطة:

- هل يتأثر عدد الأسماك في المحيط بدرجة الحرارة؟
- هل تتأثر علاماتك بعدد ساعات الدِّراسة ؟

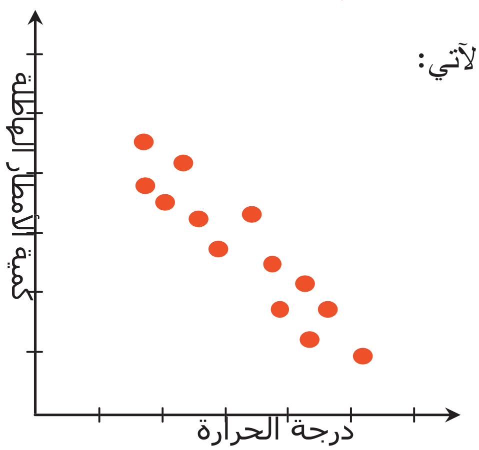
تعلم:

1) اشرح مخطَّط الانتشار الآتي:



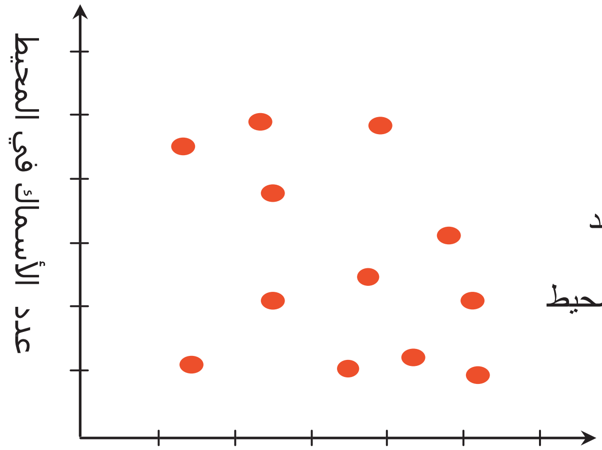
المخطَّط المُبيَّن يظهر أنَّه كلما زاد عدد الساعات المشمسة ارتفعت درجة الحرارة، ونقول عندها أنَّ الارتباط موجِب.

2) اشرحْ مخطَّط الانتشار الآتي:



المخطَّط المُبيَّن في الشَّكل السابق يظهر أنَّه كلما ارتفعت درجة الحرارة تنخفض كمية هطول الأمطار ونقول عندها أنَّ الارتباط سالب.

3) اشرح مخطط الانتشار الآتي:



المخطَّط المُبيَّن في الشَّكلُ يظهر أنَّه لا يوجد علاقة بين درجة الحرارة وعدد الأسماك في المحيط ونقول عندها أنُّه لا يوجد ارتباط.

تحقَّقْ من فهمك:

في حالة عدم وجود الارتباط هل يمكن الاعتماد على مخطَّط الانتشار للتَّنبؤ؟

تدريب:

جدول البيانات الآتي يُظهر ما تستهلكه سيارة من الوقود خلال المسافات المقطوعة.

المسافة بالمتر	9	14	16	18	20
المصروف	10 ل	25 ل	30 ل	35 ل	50 ل

ارسمْ مخطَّط الانتشار (استخدم محور الفواصل لتمّثل الوقود باللتر ومحور التراتيب لتمثل المسافة)

حدد نوع الارتباط

سوف تتعلّم:

- الحدث
- الحدثان المتتامان

3- الأحداث واحتمالاتها

صِلة الدَّرس:

تعلمت في العام الماضي الاحتمال، سوف نتعرَّف الحدث البسيط و الحدثان المتتامَّان.

انطلاقة نشطة:

حلويات: علبة من الحلويات تحوي على ستّ قطع من كل نكهة كما هو مبيَّن في الجدول الآتي:

ماهي نسبة الفانيليا إلى نسبة الحلويات ؟

النكهة	العدد
شوكولا	6
فانيليا	6
زبدة	6

لنفترضْ أنَّك تريد سحب قطعة واحدة دون أن تنظر إلى العلبة فهل فرصة حصولك على نكهة الفانيليا تساوي فرصة حصولك على الشوكولا؟

تعلّم:

لنتعرَّف على بعض المفاهيم:

نتائج التَّجربة: هي كلُّ ما يمكن أن نحصل عليه عند إجراء التّجربة مثلاً عند سحب قطعة حلوى من العلبة السابقة يمكن أن نحصل على (نكهة شوكولا أو نكهة فانيليا أو نكهة زبدة).

الحدث: هو نتيجة من نتائج التجربة(مثلاً نكهة شوكولا) أو مجموعة من نتائج التجربة (مثلاً نكهة شوكولا و نكهة فانيلا) إذا سحبنا قطعتين مثلاً وإنَّ فرصة وقوع هذه الحدث يسمى احتمال الحدث.

وإذا كانت كلُّ النتائج لها نفس الفرصة بالظُّهور يكون احتمال وقوع الحدث A هو عدد النتائج المواتية للحدث مقسوماً على العدد الكلي للنتائج ونكتب:

$$\text{احتمال وقوع الحدث} = \frac{\text{عدد النتائج المواتية}}{\text{العدد الكلي للنتائج}}$$

مثال:

ما هو احتمال حصولنا على عدد فردي عندما نرمي حجر نرد متوازن كُتب على أوجهه السِّتَّة الأعداد $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ؟

الحل: الأعداد الفردية هي $1, 3, 5$

$$P\,(\text{العدد الفردي}) = \frac{\text{عدد النتائج المواتية}}{\text{العدد الكلي للنتائج}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

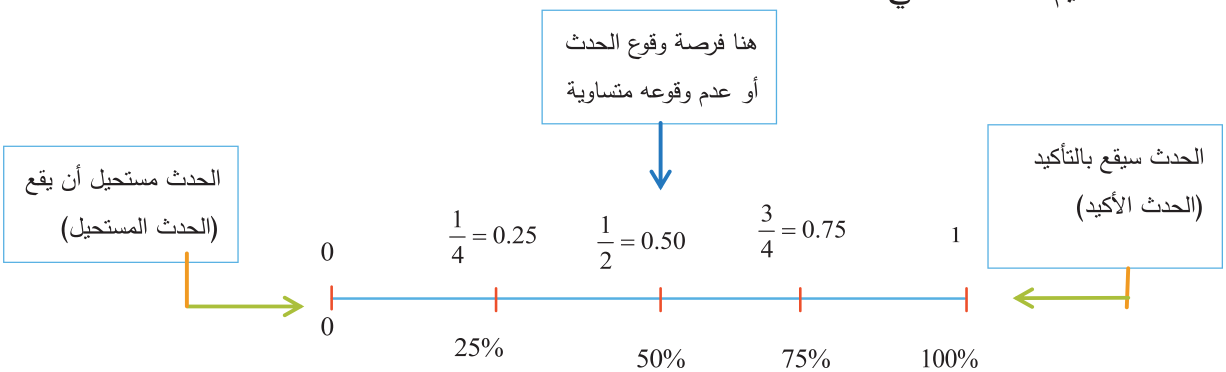
تحقَّقْ من فهمك:

في المثال السَّابق ما هو احتمال حصولنا على عدد أوليّ؟

قاعدة:

إن احتمال وقوع أيّ حدث هو عدد بين 0 و 1 متضمناً 0 و 1

لاحظْ مستقيَم الأعداد الآتي:



الحدثان المتتامّان:

قسمنا طلاب الصف إلى 6 مجموعات متساوية بالعدد ويدلُّ القرص الملوَّن ذو المؤشِّر على مجموعات الطُّلاب في الصفّ ، حيث كلَّ مجموعة اختارت لونها المفضل يدور المؤشِّر ليقفَ على أحد الألوان، وعندها يقع الاختيارعلى المجموعة الموافقة للرقم.

فيكون مثلاً احتمال (اختيار المجموعة الأولى) = $\frac{1}{6}$ والحدث المتمّم لاختيار المجموعة الأولى يعبر عن عدم اختيار المجموعة الأولى، يكون احتمال (الحدث المتمِّم عدم اختيار المجموعة الأولى)= $\frac{5}{6}$

إن مجموع احتمالات الحدث والحدث المتمِّم له يساوي الواحد أي 100%

تدريب:

1) سامر لديه كيس يحوي على 7 كرات حمراء، و ثلاث كرات زرقاء، يسحب من الكيس كرة دون أن ينظر (أي عشوائياً).

- احسب احتمال (حصول سامر على كرة حمراء).
- استنتج احتمال (عدم حصول سامر على كرة حمراء).

2) قامت سمر بإجراء دراسة إحصائيَّة لطلاب صفّها عن عدد الحيوانات الأليفة التي يملكها كل طالب وكانت نتائج الإحصائيَّة كما يأتي:

عدد الحيوانات الأليفة	عدد الطلاب الذين يملكون
ولا حيوان أليف	5
حيوان أليف واحد	10
حيوانان أليفان أو أكثر	6

اخترنا من الصف طالباً بشكل عشوائي

- ما احتمال أن يكون لديه حيوان أليف واحد؟
- ما احتمال أن يكون لا يملك أي حيوان أليف؟
- استنتج احتمال أن يكون لديه حيوانان أليفان أو أكثر؟

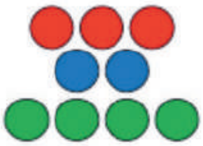
3) بائع البوظة:

أرادت سلوى شراء علبة من البوظة بنكهة واحدة دون أن تطلب نكهتها المفضَّلة، فإذا كان لدى البائع عشر نكهات من البوظة ما احتمال أن تحصل سلوى على نكهتها المفضلة ؟

4) هل سيتأخَّر القطار اليوم:

يقوم القطار برحلة واحدة يومياً، إذا كان القطار تأخر خمسَ مرَّات في سجلاَّت تمَّ تدوينُها خلال عشرةِ أيام ما احتمال أن يتأخَّر القطار اليوم؟

5) اختر كرة دون النظر:



سحبنا من الكرات المبيَّنة في الصُّورة جانباً كرةً واحدةً عشوائياً.

ما احتمال حصولنا على كرة خضراء ؟

ما احتمال حصولنا على كرة حمراء؟ ما احتمال حصولنا على كرة غير زرقاء؟