طريق التفوق

في

الرياضيات

للتوجيهي العلمي

القطوع المخروطية

إعداد

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

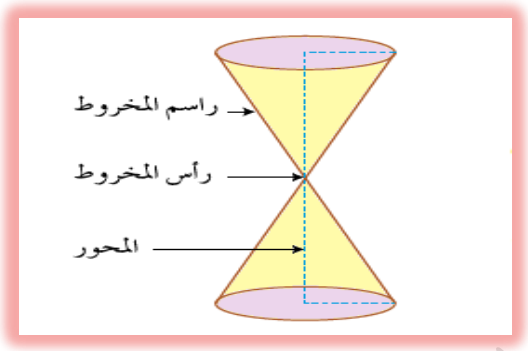
ا. إياد الحمد
٠٧٩٥٦٠٤٥٦٣

القطوع المخروطية

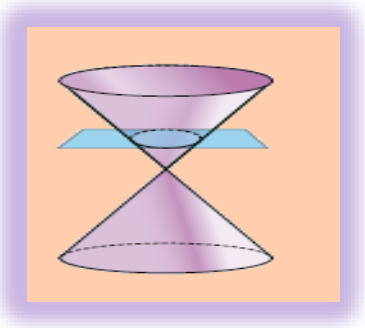
الشكل المجاور

يسمى مخروط

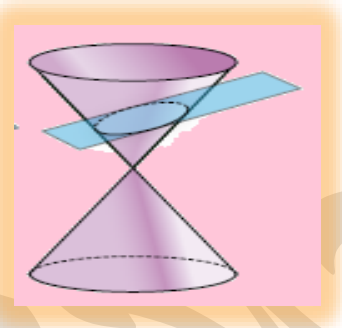
دائري قائم مزدوج



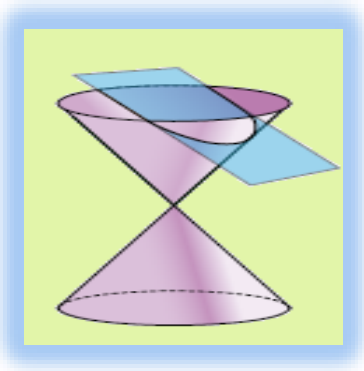
١) إذا قطع مستوى المخروط بشكل أفقي (عمودي على المحور ولا يحتوي الرأس) فإن القطع الناتج هو دائرة كما بالشكل التالي:



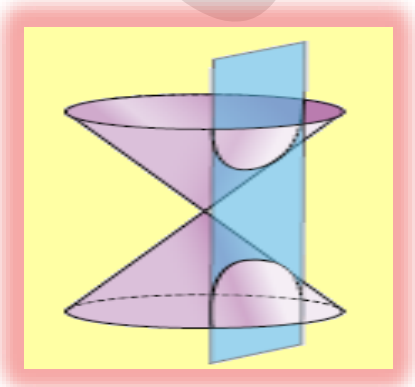
٢) إذا قطع مستوى المخروط بشكل مائل قليلا عن المحور بحيث يقطع أحد المخروطين دون الاخر فإن القطع الناتج هو قطع ناقص كما بالشكل التالي:



٣) إذا قطع مستوى المخروط بشكل مائل مواز لراسم المخروط بحيث يقطع احدهما دون الاخر فإن القطع الناتج هو قطع مكافئ كما بالشكل التالي:



٤) إذا قطع مستوى فرعي المخروط و لا يمر بالرأس فإن القطع الناتج هو قطع زائد كما بالشكل التالي:



الدائرة

*** جد احداثيات المركز وطول نصف القطر لكل من الدوائر من (١ الى ٧) :**

١) $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ ٢) $٣س^{٢} + ٣ص^{٢} = ٢٧$ ٣) $(س + ٤)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$

٤) $(٢س - ٤)^{٢} + (٢ص + ٦)^{٢} = ٣٦$ ٥) $س^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ١٦$

٦) $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س - ٤ص = ٢٠$ ٧) $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} = ٢س - ٤ص + ١٦$

*** جد معادلة الدائرة في الاسئلة (١ الى ٣٧) :**

١) **مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها ٤ وحدات**

٢) **مركزها** $(-١، ٤)$ **ونصف قطرها ٥ وحدات**

٣) **مركزها** $(٥، -٣)$ **وتمر بنقطة الاصل**

٤) **نهايتا قطر فيها النقطتان** $(٥، -١)$ ، $(٧، ٣)$

٥) **مركزها** $(٤، -٢)$ **وتمر بالنقطة** $(١، ٣)$

٦) **مركزها** $(٦،٣)$ **وتمس محور السينات**

٧) **مركزها** $(-٢، -٣)$ **وتمس محور الصادات**

٨) **طول نصف قطرها ٥ وحدات وتمس المحورين**

٩) **طول نصف قطرها ٦ وحدات وتمس المحورين وتقع في الربع الثالث**

١٠) **تمس المحورين وتمر بالنقطة** $(١، ٢)$

١١) **مركزها** $(٢، ٣)$ **وتمس المستقيم** $س = ٤$

١٢) **يقع مركزها على المستقيم** $ص = ٥$ **وتمس محور السينات عند** $(٢، ٠)$

١٣) **يقع مركزها على المستقيم** $س = -٤$ **وتمس محور الصادات عند** $(٠، ٣)$

١٤) **مركزها** $(٤، -٣)$ **وتمس المستقيم الذي معادلته** $س + ص = ٣$

١٥) **تمس المحورين ومركزها يقع على المستقيم** $٣س + ٤ص = ١٤$

١٦) **تمس المحورين ومركزها يقع على المستقيم** $ص = س + ٦$

١٧) **تقع في الربع الثاني و تمس محور الصادات و مركزها على المستقيم** $٣س + ص = ٦$ **وطول نصف قطرها ٤**

١٨) **تقع في الربع الاول و تمس محور االسينات و مركزها على المستقيم** $٣ص = ٢س + ١$ **وطول نصف قطرها ٤**

١٩) **تمس محور الصادات عند نقطة الاصل وتمر بالنقطة** $(٢، ٤)$

٢٠) **تمس محور ا السينات عند نقطة الاصل وتمر بالنقطة** $(٥، ٤)$

٢١) **جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمر بالنقطة** $(١، ٢)$

٢٢) **تمس محور السينات وتمس كلا من المستقيمين** $ص = ٦$ ، $س = ٤$

٢٣) **تمس محور السينات وتمس المستقيم** $٣ص = ٤س$ **ونصف قطرها ٥**

٢٤) **تمس محور السينات و مركزها يقع على المستقيم** $س + ص = ٧$ **وتمر بالنقطة** $(٥، ٤)$

٢٥) **تمس المستقيم** $ص = ٢س$ **عند النقطة** $(٢، ٤)$ **و يقع مركزها على محور السينات .**

٢٦) **مركزها** $(٨، ١٤)$ **وتمس الدائرة التي معادلتها** $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س - ٤ص = ٢٠$

٢٧) **مركزها** (٣ ، ٢) **و تمس المستقيم** ص = ٦ ٢٨) **مركزها** (-٤ ، ٣) **ومحيطها** ١٦ π

٢٩) **تمس محور الصادات عند النقطة** (٠ ، ٤) **و تقطع من محور السينات وتر طوله ٦ وحدات**

٣٠) **تمس المستقيمين** ص = - ١ ، س = ٣ **و طول نصف قطرها ٥ وحدات**

٣١) **تمس كلا من المحورين السيني والصادي الموجبين وتمس المستقيم الذي معادلته** ٤س + ٣ص - ١٢ = ٠

٣٢) **تمس المستقيم** ٣س + ٤ص = ١٦ **عند النقطة** (٤ ، ١) **ونصف قطرها ٥ وحدات**

٣٣) **تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري السينات والصادات الموجبين ٤ وحدات ، ٦ وحدات على الترتيب .**

٣٤) **تمر بالنقط** (١ ، ٠) ، (٧ ، ٠) ، (٥ ، -٣)

٣٥) **تمر بالنقطتين** (٢ ، ٥) ، (-١ ، ١) **و مركزها يقع على محور السينات**

٣٦) **تمر بالنقطتين** (٥ ، ٢) ، (١ ، ٣) **و مركزها يقع على محور الصادات**

٣٧) **تمر بالنقطتين** (١ ، -٢) ، (٤ ، -٣) **و مركزها يقع على المستقيم** ٣س + ٤ص = ٧

* اسئلة عامة على الدائرة (٣٨ الى ٥٤) :

٣٨) **بين ان النقط** (١ ، ٢) ، (٧ ، ٠) ، (١ ، ١٨) ، (-٣ ، ١٠) **تقع على محيط دائرة واحدة**

٣٩) **إذا كانت الدائرة التي معادلتها** $س^{٢} + ص^{٢} + ٢أص = -٩$ **تمس المستقيم** ٤س = ٣ص **فجد قيمة الثابت** أ ؟

٤٠) **إذا كانت الدائرة** $س^{٢} + ص^{٢} - ٧س + ب ص + جـ = ٠$ **تمس محور الصادات عند النقطة** (٠ ، -٣) **جد** ب ، جـ ؟

٤١) **إذا كانت الدائرة التي طول قطرها** ١٤ **وحدة ومركزها النقطة** (أ ، أ) **حيث** أ > ٠ **و تمس المستقيم الذي معادلته** ٣س + ٤ص = ٠ **فجد** ١. **قيمة** أ ٢. **معادلة الدائرة**

٤٢) **إذا كانت نهايتي قطر في دائرة هما النقطتان** (٢، ٤) ، (٦ ، أ) **و كانت هذه الدائرة تمر بنقطة الاصل فجد معادلتها ؟**

٤٣) **جد قيمة الثابت التي تجعل المعادلة** $س^{٢} + ص^{٢} + ٨س - ٤ص + جـ = ٠$ **معادلة دائرة**

٤٤) **إذا كان المستقيم** ٤س + ٣ص = ٢٥ **وترا للدائرة التى معادلتها** $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٤ص = ٢٠$ **فجد طول هذا الوتر ؟**

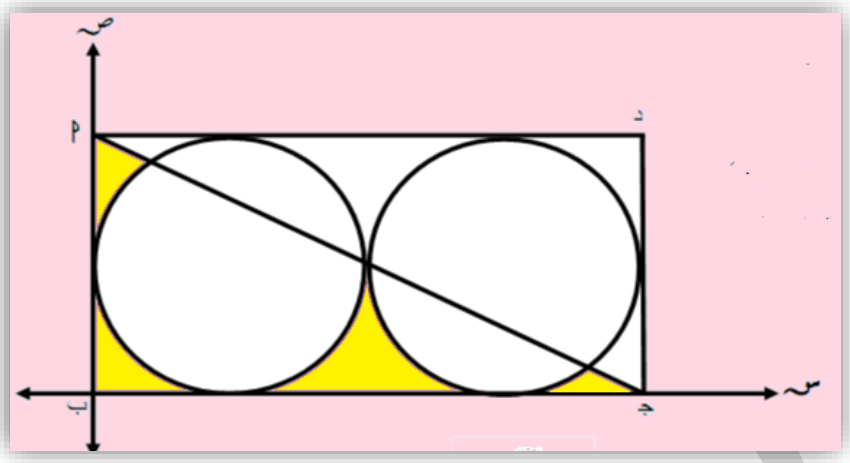
٤٥) **جد معادلة الدائرة التى تمس كلا من المستقيمين** ص = - ٢ ، س = ٠ **و تمر بالنقطة** (٤ ، ٠) **و يقع مركزها في الربع الاول ، و طول نصف قطرها أكبر من وحدتين**

٤٦) **جد معادلة الدائرة التى مركزها و تمر برؤوس المثلث** أبجـ **حيث** بجـ = $\sqrt{٤٠}$ ، **ميل** أب = $-\frac{٢}{٣}$ ، **ميل** أجـ = $\frac{٣}{٢}$

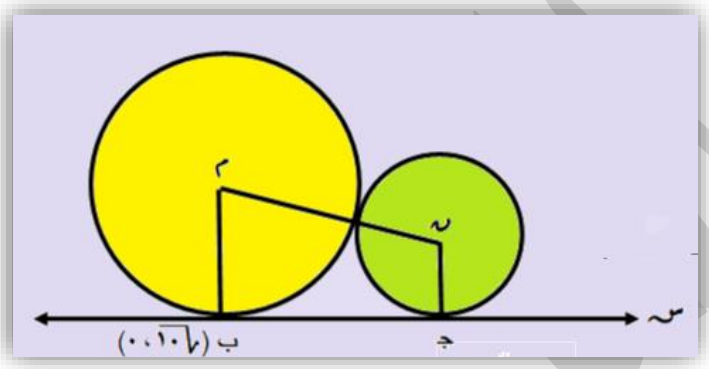
٤٧) **جد معادلة الدائرة التى مركزها يقع على المستقيم الذي معادلته** ص = س + ٢ ، **و تمس المستقيمان** ٤س + ٣ص = ١١ ، ٤ص = ١٥ + ٣س

٤٨) **جد معادلة الدائرة التى نصف قطرها ٥ وحدات علما بإن معادلتا قطرين فيها هما** س + ٣ ص = ١٧ ، ٣س - ٣ ص = ٣

٤٩) **في الشكل المجاور : إذا كانت مساحة المنطقة المظللة تساوي** ١٠٠ - ٢٥ π **وحدة مربعة و كان** ب ج **مثلي** أ ب . **فجد معادلتي الدائرتين**



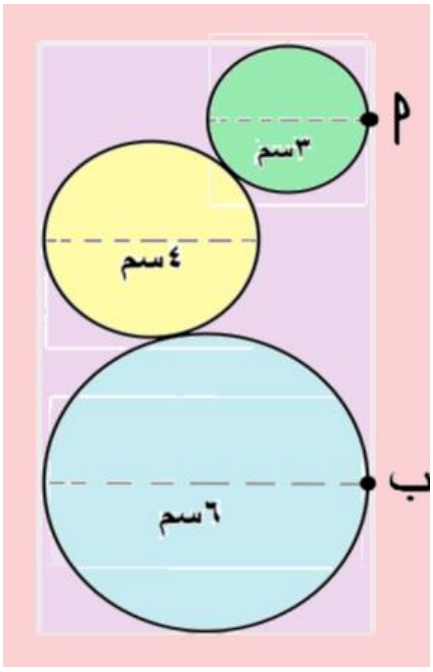
٥٠) **في الشكل المجاور : إذا كان** ب جـ = ٤ √١٠ ، م ب **يزيد عن** ن جـ **بمقدار** ٣ **وحدات فجد معادلتي الدائرتين الصغرى والكبرى**



٥١) **في الشكل التالي :**

إذا كان أ ب = ٣ √٦

فاوجد معادلات الثلاث

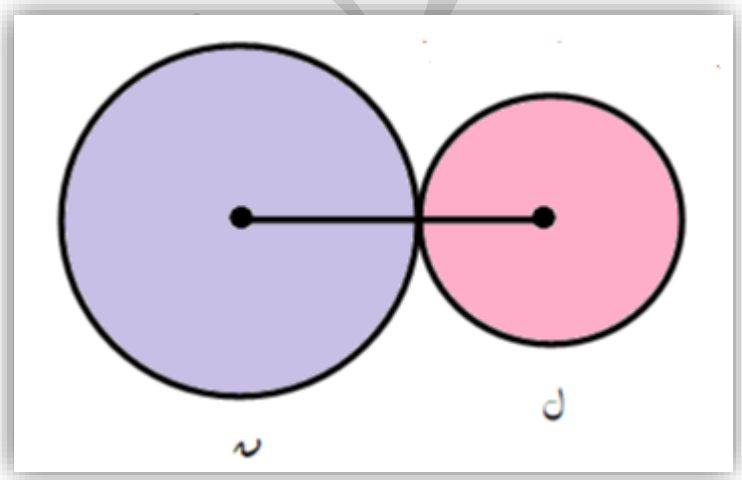


٥٢) **في الشكل التالي :**

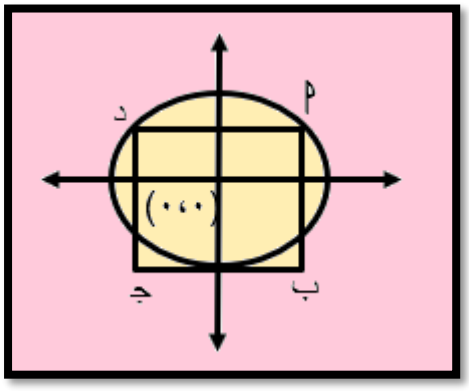
الدائرة ل : **معادلتها** س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س - ٤ ص = ٢٠

الدائرة ن : **مركزها** (٨ ، ١٤)

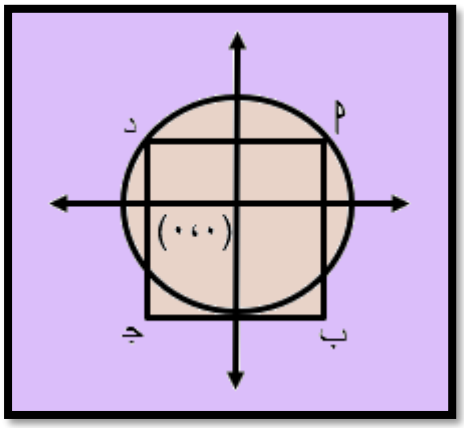
جد معادلة الدائرة ن



٥٣) **معتمدا على الشكل المجاور الذي فيه دائرة مركزها نقطة الاصل و المربع** أ ب جـ د **طول ضلعه ٤سم والضلع** ب جـ **مماس للدائرة . جد معادلة الدائرة ؟**



٥٤) **معتمدا على الشكل المجاور الذي فيه دائرة مركزها نقطة الاصل و المستطيل** أ ب جـ د **حيث** أ ب = **٥سم** ، أ د = **٤سم** ، ب جـ **مماس للدائرة . جد معادلة الدائرة ؟**



د.خالد جلال

القطع المكافئ

*** جد احداثيي الرأس والبؤرة ومعادلتي الدليل والمحور للقطوع المكافئة من (١ الى ١٣) :**

١. $س^{٢} = ٤ص$ ٢. $س^{٢} = -٨ص$ ٣. $ص^{٢} = ١٦س$ ٤. $ص^{٢} = -٣س$

٥. $(س - ٢)^{٢} = ٨(ص + ١)$ ٦. $(س + ٣)^{٢} = -٧(ص - ١)$ ٧. $(ص + ٢)^{٢} = ٣(س - ٣)$

٨. $(ص - ٤)^{٢} = -٢(س + ٥)$ ٩. $ص^{٢} + ٢ص = ٤س + ٣$ ١٠. $س^{٢} - ٨س + ٨ص + ٣٢ = ٠$

١١. $ص^{٢} - ٤ = ٤س$ ١٢. $-ص^{٢} + ٢ص + س = ٠$ ١٣. $(٣س + ٧)^{٢} = ٧ - ٨ص$

*** جد معادلة القطع المكافئ في الاسئلة (١ الى ١٤) :**

١. **رأسه** (١، ٣) **و بؤرته** (-٢، ٣)

٢. **رأسه** (١، ٣) **و معادلة دليله** $ص = ٥$

٣. **رأسه** (٤، ٣) **و يمر بالنقطة** (٥، ٥)

٤. **بؤرته** (٠، -٣) **و معادلة دليله** $ص - ٣ = ٠$

٥. **بؤرته** (-٢، ١) **و معادلة دليله** $س = ٣$

٦. **رأسه** (٢، ٥) **و معادلة دليله** $س = -١$

٧. **محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقط** (٣، ٣) ، (٦، ٥) ، (٦، -٣)

٨. **محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقط** (-١، ٢) ، (١، -١) ، (٢، ١)

٩. **محوره** $س = ٠$ **و يمر بالنقطتين** (-١، ١٠) ، (٣، ٢)

١٠. **محوره** $ص = ٠$ **و يمر بالنقطتين** (-٣، ٦) ، (٢، ٣)

١١. **محوره** $ص = ٣$ **و يمر بالنقطتين** (-٤، ١) ، (٨، -١)

١٢. **محوره** $س = ٢$ **و يمر بالنقطتين** (-١، ١٠) ، (٣، ٢)

١٣. **محوره يوازي محور الصادات ورأسه على المستقيم** $ص = س$ **و يمر بالنقطتين** (٤، ٣) ، (٠، ٣)

١٤. **محوره** $س = ٢$ **و دليله** $ص = \frac{٥}{٢}$ **و يمر بالنقطة** (٤، ٥)

*** اسئلة عامة على القطع المكافئ (١ الى ١٧) :**

١. **جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته** (٢ ، ٣) **و يمر بالنقطة** (٦ ، ٣) **و محوره يوازي محور الصادات وتقع بؤرته تحت رأسه ؟**

٢. **جد إحداثي الرأس و البؤرة و معادلتي الدليل و المحور للقطع المكافئ الذي معادلته** $\frac{-٨}{ص} = \frac{ص - ٨}{س + ٤}$ ؟

٣. **جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة** (٣ ، ١) **و يمر منحناه بالنقطة** (٠ ، ٥) **و يقع رأسه على يمين بؤرته ؟**

٤. **جد إحداثي الرأس و البؤرة و معادلتي الدليل و المحور للقطع المكافئ** $٤س^{٢} - ٤ص = ٨س + ٣$ ؟

٥. **جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره** $ص = -٣$ **و يتقاطع منحناه مع المستقيم** $ص = ٣س - ٤$ **في النقطتين** $س = ٢$ ، $س = ٠$ ؟

٦. قوس على شكل قطع مكافئ مفتوح للاسفل ، طول قاعدته الافقية ١٢ متر ، وارتفاع رأسه عن قاعدته ٩ متر . جد معادلته علما بأنه متماثل حول العمود النازل من رأسه على قاعدته

٧. جسر على شكل قطع مكافئ مقام فوق بحيرة عرضها ١٠٠ متر ، وأقصى ارتفاع له عن سطح البحيرة ١٠ متر . جد ارتفاع الجسر عند نقطة تبعد ١٠ متر عن منتصف البحيرة

٨. تتحرك النقطة أ في مسار على شكل قطع مكافئ بؤرته النقطة ب ، وعندما تكون النقطة أ على بعد ٢ وحدة عن البؤرة ب تكون الزاوية بين محوره والقطعة الواصلة بينه وبين البؤرة ب تساوي ٦٠ ، اثبت ان اقرب بعد للنقطة أ عن البؤرة ب هو (٠,٢٥ م)

٩. اطلقت قذيفة من مستوى سطح أرض افقية إلى الأعلى و عادت إلى نفس المستوى و كان مسارها على منحنى قطع مكافئ ، فإذا كان أقصى ارتفاع وصلته القذيفة ٥٠ متر و أقصى مدى أفقي لها هو ٤٠ متر ، معتبرا نقطة انطلاق القذيفة هي ، جد

١. معادلة القطع المكافئ

٢. ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساويا للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة ومسقطها على الارض

١٠. جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته نقطة الاصل ورأسه مركز الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٥ = ٠$

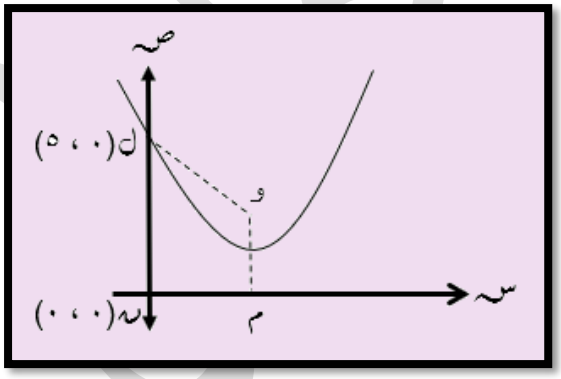
١١. في الشكل المجاور :

قطع مكافئ بؤرته النقطة (و)

ودليله محور السينات . جد معادلته

علما بأن محيط الشكل الرباعي

م ب ل و يساوي ١٦ وحدة

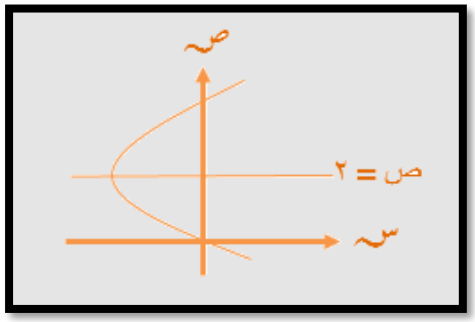


١٢. في الشكل المجاور :

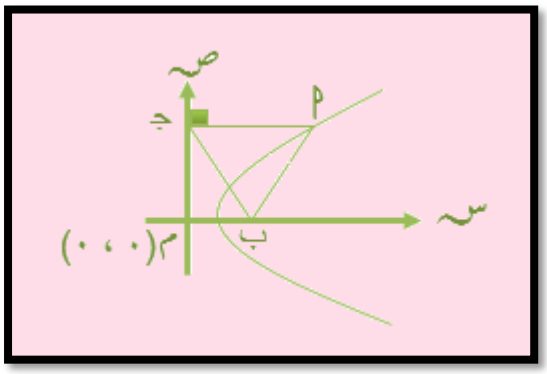
قطع مكافئ بؤرته

تقع على محور الصادات .

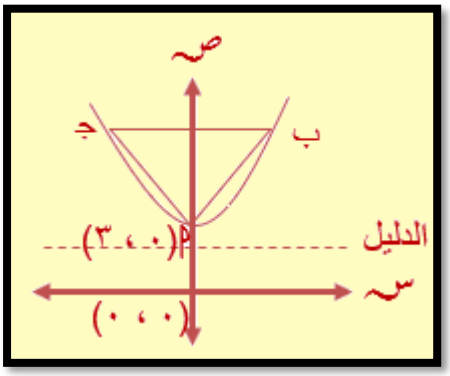
جد معادلته



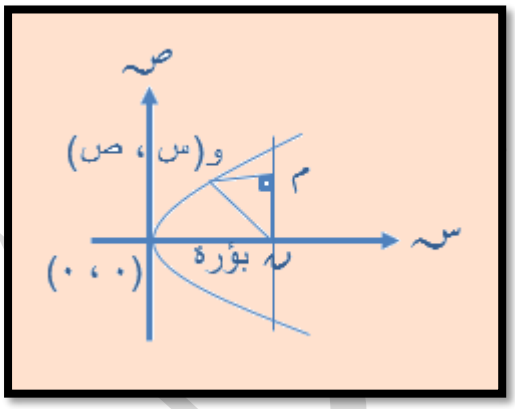
١٣. في الشكل المجاور : قطع مكافئ بؤرته النقطة (ب)
المثلث ﻡ ب جـ متساوي الاضلاع
طول ضلعه (٤٠) وحدة . جد
١) معادلة القطع المكافئ
٢) معادلة الدائرة التي مركزها
النقطة ب ونصف قطرها ب جـ



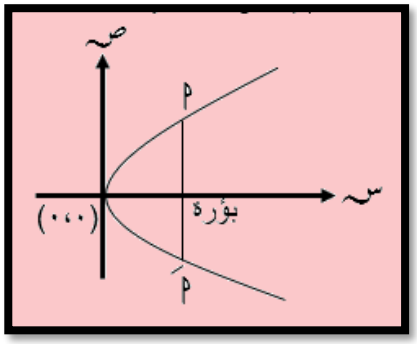
١٤. في الشكل المجاور : قطع مكافئ
المثلث ﻡ ب جـ متساوي الاضلاع
طول ضلعه (٨) وحدات فيه
الضلع يوازي دليل القطع
جد معادلة هذا القطع



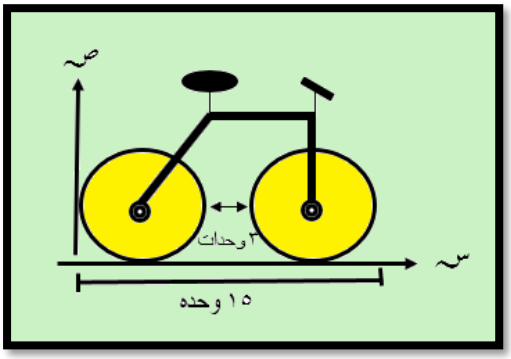
١٥. في الشكل المجاور : قطع مكافئ
، النقطة (س ، ص) تتحرك
على منحنى القطع بحيث يبقى
المثلث و م ن قائم الزاوية في م
، وكان م و + و ن = ٣ وحدات
فجد معادلة القطع المكافئ



١٦. معتمدا الشكل التالي الذي يمثل
قطعا مكافئا . اذا علمت ان طول
ﻡﻡ َ ٨ وحدات . جد معادلته



١٧. معتمدا الشكل التالي الذي يمثل دراجة
هوائية عجلاتها متماثلة وتمثل منحنى .
دائرة جد معادلتي الدائرتين



القطع الناقص

* **جد عناصر القطع الناقص المعطاة معادلته في الاسئلة من (١ الى ٧) :**

١. $\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

٢. $٤ص^{٢} + ٩ س^{٢} = ٣٦$

٣. $\frac{(س-٦)^{٢}}{٣٦} + \frac{(ص+٤)^{٢}}{١٦} = ١$

٤. $٢ (ص+١)^{٢} + (٢س-٢)^{٢} = ٨$

٥. $٩س^{٢} + ٣٦ س + ٤(ص-٣)^{٢} = ٠$

٦. $٤ص^{٢} + ١٦ ص + (٣س-٩)^{٢} = ١٢٨$

٧. $س^{٢} + ٢ ص^{٢} - ٢ س + ١٢ص - ١٨ = ٠$

* **جد معادلة القطع الناقص في الأسئلة من (١ الى ١١) :**

١. **بؤرتاه** $(٠ ، \pm٢)$ **و رأساه** $(٠ ، \pm٣)$

٢. **بؤرتاه** $(\pm٦ ، ٠)$ **و طول محوره الأصغر ١٦ وحدة**

٣. **رأساه** $(٠ ، \pm٥)$ **و يمر بالنقطة** $(٣ ، ٢)$

٤. **بؤرتاه** $(\pm٣ ، ٠)$ **و يمر بالنقطة** $(٤ ، ١)$

٥. **مركزه** $(١ ، ٢)$ **و احدى بؤرتيه** $(٦ ، ٢)$ **و يمر بالنقطة** $(٤ ، ٦)$

٦. **بؤرتاه على محور الصادات ومركزه نقطة الأصل ويمر بالنقطة** $(٦ ، ٤)$ **واختلافه المركزي** $\frac{٣}{٤}$

٧. **بؤرتاه** $(٢ ، ٥) ، (-٤ ، ٥)$ **والبعد بين طرفي محوره الأكبر ١٠ وحدات**

٨. **نهايتي محوره الأصغر** $(٢ ، ١) ، (٢ ، -٧)$ **وطول محوره البؤري ٦ وحدات**

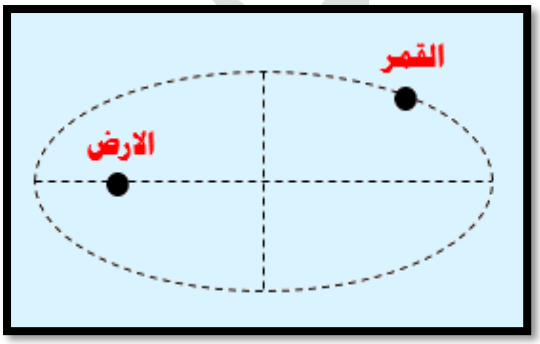
٩. **بؤرتاه** $(٢ ، ٥) ، (-٦ ، ١)$ **واختلافه المركزي** $٠,٨$

١٠. **اختلافه المركزي واحد رأسيه** $(٣ ، ١)$ **والبؤرة القريبة منه هي** $(١ ، ١)$ **واختلافه المركزي** $\frac{٢}{٣}$

١١. **مركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر على محور الصادات واختلافه المركزي** $٠,٦$ **وطول محوره الأكبر يزيد عن المسافة بين بؤرتيه بمقدار ٨ وحدات**

* **اسئلة عامة على القطع الناقص (١ الى ٢٣) :**

١. **يدور القمر حول الأرض في مدار على شكل قطع ناقص بحيث تقع الأرض في احدى بؤرتيه فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض و القمر تساوي (س) كم وأقصر مسافة بينهما تساوي (ص) كم. جد الاختلاف المركزي للقطع.**



٢. م ، ن نقطتان ماديتان ، النقطة م تدور في مدار على شكل قطع ناقص بحيث تكون النقطة ن في احدى بؤرتيه فإذا كان طول المحور الأكبر يساوي ١٠ وحدات والاختلاف المركزي يساوي ٠,٣ جد

١) أقصر مسافة بين م ، ن ٢) أطول مسافة بين م ، ن

٣. اذا كانت المعادلة ل س^{٢} + ٥ ص^{٢} = ١٧ تمثل معادلة قطع ناقص سيني . أثبت أن ل = $\frac{١٧}{ب^{٢} + جـ^{٢}}$

٤. قطع ناقص بؤرتاه (٤ ، ٠) ، (- ٤ ، ٠) و النقطة و (س ، ص) واقعة عليه بحيث يكون محيط المثلث يساوي ٢٤ وحدة. جد معادلته

٥. جد معادلة قطع ناقص مركزه هو رأس القطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} – ٤ ص – ٤ س + ٤ = ٠ و احدى بؤرتيه (٠ ، ٥) واختلافه المركزي هو ٠,٧٥

٦. جد معادلة قطع ناقص محوريه الأكبر والأصغر هما محوري الصادات والسينات على الترتيب والبعد بين رأسيه ١٢ وحدة ومساحته ١٨ وحدة مربعة

٧. قطع ناقص معادلته ل س^{٢} + ك ص^{٢} = ٣٦ ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي ٦٠ وأحد بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} = ٤$\sqrt{٣}$ س ، جد قيمتي ل ، ك .

٨. قطع ناقص يمس كلا من المستقيمات : س = ٣ ، س = ١٣ ، ص = ٧ ، ص = - ١ جد :

١) الاختلاف المركزي ٢) البعد بين طرفي محوريه الاكبر و الاصغر

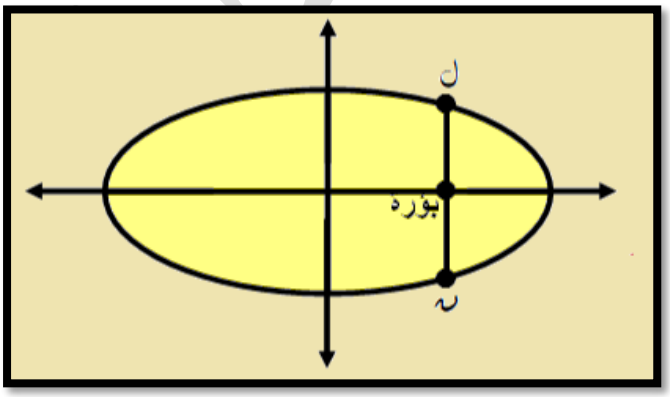
٩. اذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الاكبر والاصغر . جد اختلافه المركزي

١٠. قطع ناقص فيه اكبر مسافة x اصغر مسافة يساوي ثلاثة أمثال طول محوره الاصغر و اختلافه المركزي يساوي ٠,٨ ، جد معادلته

١١. معتمدا على الشكل المجاور

أثبت أن :

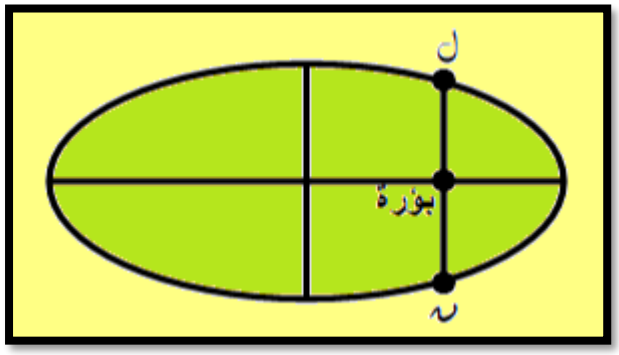
ل ن = $\frac{٢ب^{٢}}{أ}$



١٢. في الشكل المجاور :

قطع ناقص اختلافه المركزي $هـ_١$

ل ، ب بؤرتا قطع ناقص أخر اختلافه المركزي $هـ_٢$ ، وطول محوره الاصغر يساوي طول المحور الاصغر للقطع المبين بالشكل اثبت ان $هـ_٢^٢ = \frac{١ - هـ_١^٢}{٢ - هـ_١^٢}$



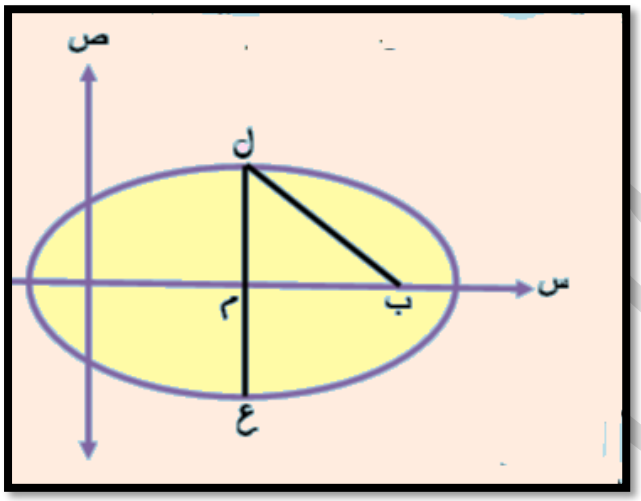
١٣. في الشكل المجاور :

قطع ناقص اختلافه المركزي ٠,٦

و مركزه م (٢ ، ٠) و احدى بؤرتيه ب ٠ جد معادلته في الحالات الاتية :

١) اذا كانت مساحة المثلث ل ب م = ٦

٢) اذا كانت محيط المثلث ل ب م = ١٢

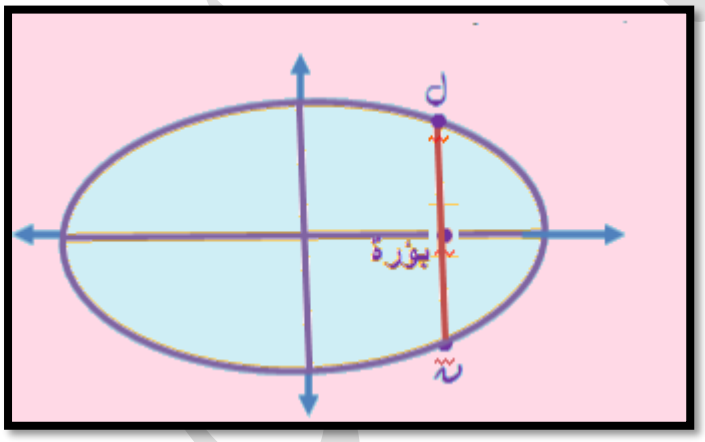


١٤. في الشكل المجاور : قطع ناقص

مركزه (٠ ، ٠) و طول محوره الاكبر = ١٦ ، ل ب = ٩ جد

١) الاختلاف المركزي

٢) معادلة القطع الناقص



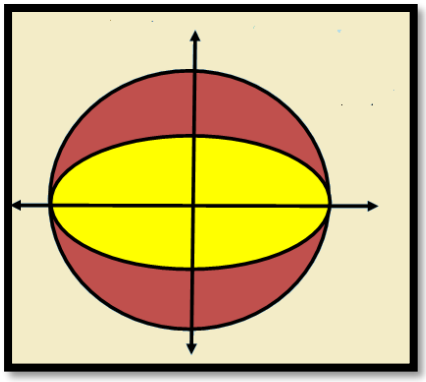
١٥. في الشكل المجاور :

اذا كانت مساحة الدائرة مثلي مساحة القطع الناقص جد ما يلي :

١) الاختلاف المركزي للقطع الناقص

٢) معادلة القطع الناقص بدلالة أ

٣) معادلة الدائرة بدلالة أ



١٦. **في الشكل المجاور :**

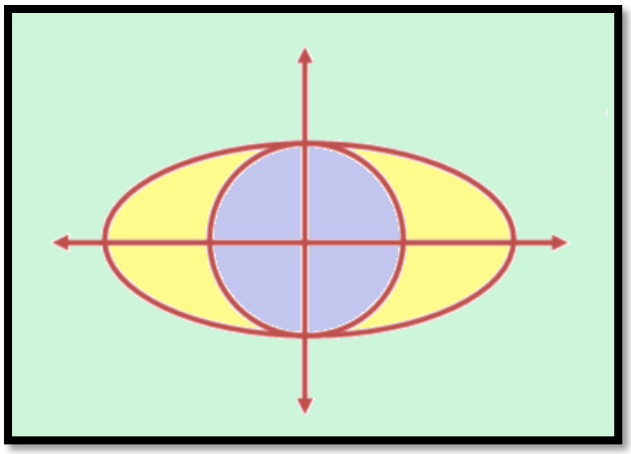
دائرة و قطع ناقص مشتركان

في المركز (٠ ، ٠) فإذا كانت

الدائرة تقسم مساحة القطع

الناقص إلى ثلاثة اقسام متساوية

فجد الاختلاف المركزي للقطع الناقص



١٧. **جسر على شكل نصف قطع ناقص محوره الأكبر أفقي ، إذا كان طول قاعدة القوس يساوي ٢٤ متر ، و أعلى نقطة للجسر فوق الطريق تساوي ٥ متر ، جد ارتفاع الجسر عند نقطة تبعد ٦ متر من مركز القاعدة ؟**

١٨. **قطع ناقص معادلته** $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{ك} = ١$ **و احدى بؤرتيه (٣ ، ٠) ، فما قيمة ك**

١٩. **جد الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي بعده البؤ ري يساوي طول محوره الاصغر**

٢٠. **اذا كانت مساحة القطع الناقص الذي معادلته** $\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ **هي** π ا ب ، **جد نصف قطر دائرة مساحتها تساوي مساحة القطع الناقص الذي معادلته هي** $\frac{س^{٢}}{٨١} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

٢١. **أثبت أن معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠ ، ٠) و بؤرته (± جـ ، ٠) و طرفي محوره الأكبر (± ا ، ٠) و طرفي محوره الأصغر (٠ ، ± ب) هي** $\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

٢٢. **أثبت أن** $ا^{٢} - جـ^{٢} = ب^{٢}$

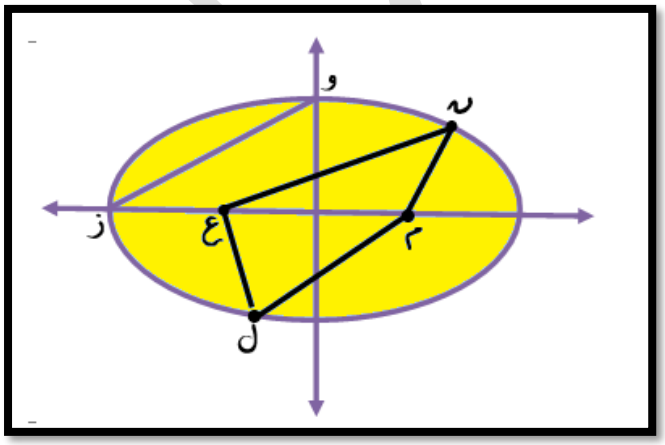
٢٣. **معتمدا الشكل المجاور :**

إذا كان الاختلاف المركزي

يساوي $\frac{٢}{٣}$ **و كان محيط الشكل**

الرباعي ن م ل ع **يساوي** ٥٦ سم

حيث م ، ع **بؤرتاه . فجد** و ز



القطع الزائد

*** جد عناصر القطع الزائد المعطاة معادلته في الاسئلة من (١ الى ٧) :**

١. $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ ٢. $٤ص^{٢} - ٩س^{٢} = ٣٦$

٣. $\frac{(س - ٦)^{٢}}{٣٦} - \frac{(ص + ٤)^{٢}}{١٦} = ١$ ٤. $٢(ص + ١)^{٢} - (٢س - ٢)^{٢} = ٨$

٥. $٩س^{٢} + ٣٦س - ٤(ص - ٣)^{٢} = ٠$ ٦. $٤ص^{٢} + ١٦ص - (٣س - ٩)^{٢} = ١٢٨$

٧. $٤ص^{٢} - ٩س^{٢} + ٣٦س + ٨ص - ٦٨ = ٠$

*** جد معادلة القطع الزائد في الأسئلة من (١ الى ١٥) :**

١. **رأساه** $(\pm ٥ ، ٠)$ **و بؤرتاه** $(\pm ٧ ، ٠)$ ٢. **رأساه** $(٠ ، \pm ٧)$ **و اختلافه المركزي**

٣. **اختلافه المركزي** $\sqrt{٥}$ **ومركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطة** $(٣ ، ٢)$

٤. **رأساه** $(٠ ، \pm ٤)$ **ويمر بالنقطة** $(-٢ ، ٥)$ ٥. **بؤرتاه** $(٠ ، \pm ٢\sqrt{٣})$ **و يمر بالنقطة** $(٢ ، ٤)$

٦. **طرفي محوره القاطع** $(\pm ٣ ، ٠)$ **ونهايتي محوره المرافق** $(٠ ، \pm ٥)$

٧. **مركزه نقطة الأصل وطول محوره المرافق ١٠ وطول محوره القاطع ٨**

٨. **سيني مركزه نقطة الأصل وطول محوره القاطع يساوي نصف البعد البؤري له ويمر بالنقطة** $(٥ ، ٣)$

٩. **بؤرتاه** $(\pm ٨ ، ٠)$ **و طول محوره المرافق ٦ وحدات**

١٠. **مركزه** $(٢ ، -٤)$ **واحدى بؤرتيه** $(٧ ، -٤)$ **وطول محوره القاطع ٨ وحدات**

١١. **رأساه** $(٦ ، -٣)$ ، $(٢ ، -٣)$ **و بؤرتاه** $(٨ ، -٣)$ ، $(٠ ، -٣)$

١٢. **معادلة محوره البؤري** $ص = -١$ **ومعادلة محوره المرافق** $س = ٢$ **وطول محوره القاطع ٤ وحدات ويمر بالنقطة** $(٦ ، ٥)$

١٣. **احدى بؤرتيه** $(-١ ، ٩)$ **والرأس البعيد عنها هو** $(-١ ، ٠)$ **واختلافه المركزي يساوي ٢**

١٤. **محوراه هما محوري الاحداثيات و محوره البؤري هو محور الصادات و يمر بالنقطتين** $(-٣ ، ٤)$ ، $(٥ ، ٦)$

١٥. **مركزه نقطة الأصل وطول محوره المرافق مثلي طول محوره القاطع و يمر بالنقطة** $(-\frac{١}{٢} ، \sqrt{٥})$

علماً بأن محوره القاطع يوازي محور الصادات

*** اسئلة عامة على القطع الزائد (١ الى ١١) :**

١. **اذا كانت المعادلة** $\frac{(س + ٣)^{٢}}{٢٥} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ **تمثل معادلة قطع زائد بؤرتاه** $(٤ ، ٠)$ ، $(-١٠ ، ٠)$

جد ١) الاختلاف المركزي **٢) معادلة المحور البؤري له**

٢. **اذا كانت المعادلة** $٩ س^{٢} - ٢٥ ص^{٢} = ٢٢٥$ **تمثل معادلة قطع زائد جد**

١) **احداثيي بؤرتيه** ب١، ب٢

٢) **اذا كانت** و(س ، ص) **واقعة على منحنا ، جد قيمة المقدار** |وب١ - وب٢|

٣. **قطع زائد معادلته** $٤ ص^{٢} - ٩ ص^{٢} = ٣٦$ **جد فرق البعد بين النقطة** $(٢ ، \sqrt{١٨})$ **وبؤرتي القطع**

٤. **قطع زائد معادلته** $س^{٢} - ٢ص^{٢} - ٦ س + ٤ ص = ل$ **جد قيم الثابت** ل **التي تجعل المحور المرافق لهذا القطع موازيا لمحور السينات . ؟**

٥. **اذا كانت المعادلة** $\frac{س^{٢}}{١٦} - \frac{ص^{٢}}{ل} = ١$ **تمثل قطع زائد إحداثيات بؤرتيه** $(\pm ٥ ، ٠)$ **. فجد قيمة** ل

٦. **اذا كانت المعادلة** $(ل^{٢} - ٤) س^{٢} - ص^{٢} - ٤ ص - ٢ س = ٩$ **تمثل قطع زائد . فجد قيمة** ل

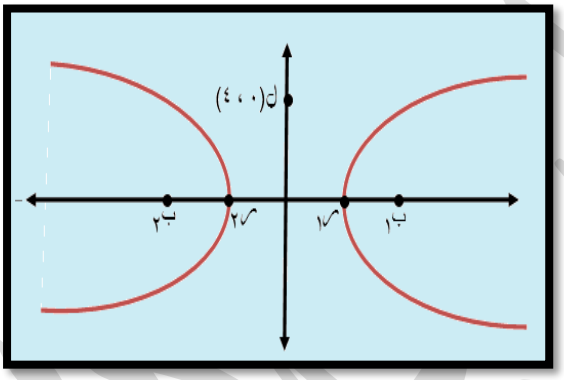
٧. **اذا كانت المعادلة** $٢ س^{٢} - ٣ص^{٢} + ١٨ ص = ل$ **تمثل قطع زائد محوره القاطع يوازي محور الصادات فجد** ل

٨ . **في الشكل المجاور :**

إذا كان $\frac{ب_{١} ر_{١}}{ب_{١} ب_{٢}} = \frac{١}{٥}$ **جد**

١) **الاختلاف المركزي للقطع**

٢) **معادلة القطع**

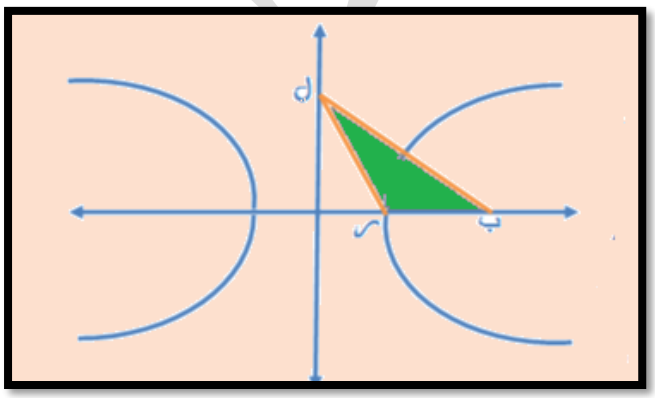


٩. **في الشكل المجاور :**

ل **احدى نهايتي المحور المرافق ،**

ر **احدى نهايتي المحور القاطع**

ب **احدى بؤرتي القطع و اختلافه المركزي يساوي ٥ ومساحة المنطقة المظللة** $٤\sqrt{٦}$. **جد معادلته**



١٠. **في الشكل المجاور :**

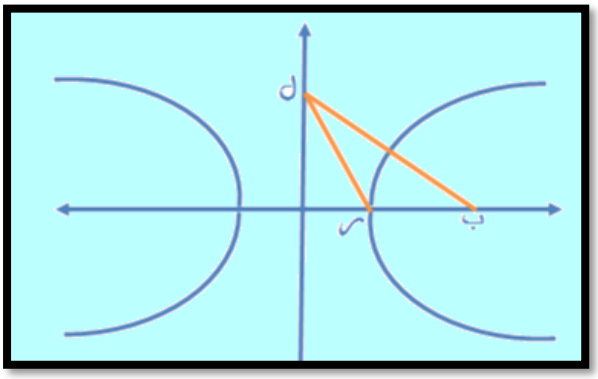
ل **احدى نهايتي المحور المرافق ،**

ر **احدى نهايتي المحور القاطع**

ب **احدى بؤرتي القطع حيث**

$ل ر = \frac{١٠}{٣}$ ، $ل ب = \frac{١٤}{٣}$

جد الاختلاف المركزي للقطع



١١. **في الشكل المجاور :**

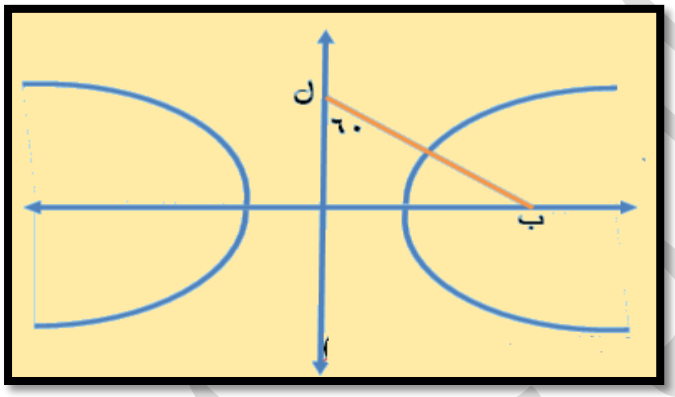
ل **احدى نهايتي المحور المرافق ،**

ب **احدى بؤرتي القطع جد . مايلي :**

١) **الاختلاف المركزي للقطع**

٢) **معادلة القطع إذا علمت أنه**

يمر بالنقطة (٤ ، – ١)



تمييز القطوع

*** حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله المعادلات في الأسئلة من (١ الى ٤) :**

١. $س^{٢} + ٤ س = ص^{٢} + ٢ ص - ٥$

٢. $س^{٢} + ص^{٢} - ٤ س + ٦ ص - ٣ = ٠$

٣. $س^{٢} + ٦ س - ١٦ ص - ٧ = ٠$

٤. $٤ س^{٢} + ٩ ص^{٢} - ٨ س - ٣٦ ص + ٤ = ٠$

*** اسئلة عامة على تمييز القطوع (١ الى ١٤)**

١. **عين نوع ومركز القطع المخروطي الذي معادلته** $٩ س^{٢} + ص^{٢} - ٣٦ س = ٢ ص - ١$

٢. **جد معادلة القطع المخروطي المار بالنقطة** $(-٣ ، ٦)$ **و اختلافه المركزي يساوي** $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ **اذا كانت بؤرتاه على محور الصادات ومركزه** $(٠ ، ٠)$

٣. **جد قيم** $أ$ **التي تجعل المعادلة** $(أ - ٣) س^{٢} + (٢أ + ٦) ص^{٢} - ٤ س + ٦ ص - ٣ = ٠$ **تمثل معادلة قطع ناقص.**

٤. **جد قيم** $م$ **التي تجعل المعادلة** $\frac{س^{٢}}{٢ - م} + \frac{ص^{٢}}{م - ٣} = ١$ **تمثل معادلة قطع زائد**

٥. **جد قيم** $أ$ **التي تجعل المعادلة** $٩ س^{٢} + (أ - ٣) ص^{٢} - ٣٦ س = ٢ ص - ١$ **تمثل معادلة قطع مكافئ صادي**

٦. **جد قيم** $أ$ **التي تجعل المعادلة** $(أ + ٣) س^{٢} + (٢أ - ٦) ص^{٢} - ٤ س + ٦ ص - ٣ = ٠$ **تمثل دائرة**

٧. **جد احداثيات المركز والاختلاف المركزي للقطع المخروطي** $(٣س - ٦)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢ص^{٢} - ١٠$

٨. **جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه** $(١ ، ٢)$ **و إحدى رأسيه** $(-٣ ، ٢)$ ، $٢ جـ = ٣ أ$ ؟

٩. **جد معادلة القطع المخروطي الذي يمر بالنقطة** $(-٤ ، -٣)$ **و مركزه يقع على المستقيم** $س = ٢$ ، **وبؤرتاه تقعان على المستقيم** $ص = ٣$ ، $٣ جـ = \sqrt{٢١} أ$ ؟

١٠. **جد معادلة القطع المخروطي الذي فيه البعد بين بؤرتيه اقل من البعد بين رأسيه ، مركزه** $(١ ، ٢)$ ، **وإحدى بؤرتيه** $(٦ ، ٢)$ ، **ويمر بالنقطة** $(٤ ، ٦)$. ؟

١١. **جد البؤرتين والرأسين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته :** $٢(ص + ١)^{٢} - (٢س - ٢)^{٢} = -٨$

١٢. **جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه** $(١ ، ٢)$ **و إحدى بؤرتيه** $(-٣ ، ٢)$ ، $٥ جـ = ٤ أ$ ؟

١٣. **جد معادلة القطع المخروطي الذي إحد رأسيه** $(٣ ، ٢)$ **و اقرب بؤرة له النقطة** $(١ ، ٢)$ **و اختلافه المركزي** $\frac{٢}{٣}$

١٤. **جد معادلة القطع المخروطي الذي محوره القاطع** $ص = ٣$ ، **محوره المرافق** $س = -١$ **و طول محوره المرافق** $= ٦$ **و اختلافه المركزي** $\frac{٥}{٤}$

الربط بين القطوع

١. **جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ** : $٢ص^{٢} - ١٢ص - ١٦س = ١٤$ **وتمس دليله** .؟

٢. **جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة** $(٠، ٣)$ **و مركزها في بؤرة القطع المكافئ** $٤ص = س^{٢} + ٤س + ١٢$ ؟

٣. **جد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه رأس القطع** $(س - ٢)^{٢} = ١٦ص$ **و طول محوره القاطع يساوي طول المحور الاصغر للقطع الناقص** $٢٧ص^{٢} + ٣س^{٢} = ٢٧$ **و مركزه هو مركز القطع الناقص**

٤. **إذا كان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته** $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ **هو** $هـ_{١}$ **و الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته** $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ **هو** $هـ_{٢}$ **أثبت أن** $هـ_{١}^{٢} + هـ_{٢}^{٢} = ٢$

٥. **قطع ناقص معادلته** $ل س^{٢} + ك ص^{٢} = ٣٦$ **ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي ٦٠ وأحد بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته** $ص^{٢} = ٤\sqrt{٣}$ س ، **جد قيمتي** ل ، ك .

٦. **جد معادلة القطع الناقص الذي أحد بؤرتيه مركز الدائرة التي معادلتها هي** : $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٩$ **ومعادلة محوره الاصغر هي** $س = -١$ **و طوله يساوي طول قطر هذه الدائرة** . ؟

٧. **قطع ناقص معادلته** $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ ، **يقطع منحنى القطع المكافئ** $ص^{٢} = ٨س$ **عند** $س = ٢$ **فإذا كان** $\frac{ب}{أ} = \frac{١}{٢}$ **جد معادلته**

٨. **إذا كانت المعادلة** : $(٢ب + ٤)ص^{٢} + (أ - ٣)س^{٢} - ٢س + ٥ = ٠$ **تمثل قطع زائد** ، **و المعادلة** $(ب - ٢)ص^{٢} + ٣أس^{٢} + ٢س + ٨ = ٠$ **تمثل دائرة فجد قيمة** أ ، ب **حيث** $أ \neq ٠$

٩. **جد معادلة الدائرة التي مركزها هو مركز القطع الذي معادلته** $٤س^{٢} - ٩ص^{٢} - ٤س - ٦ص - ١ = ٠$ **وتمر بنهايتي محوره المرافق**

١٠. **القطعان المخروطيان** : $ل^{٢}س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٩ل^{٢}$ ، $س^{٢} + ١٦ص = ٠$ **لهما نفس البؤرة جد قيمة الثابت** ل ؟

١١. **إذا كان** $ص^{٢} = ٤ل^{٢} - ٤ل س$ ، $ص^{٢} = ٤م^{٢} + ٤م س$ **حيث** ل ، م $\in ح^{+}$ **قطعين فاجب عما يلي** :

١) **أثبت أن لهما نفس البؤرة**

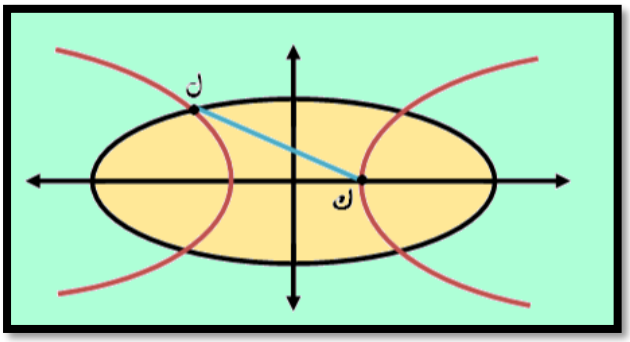
٢) **جد معادلة الدائرة التي مركزها البؤرة ونصف قطرها هو المسافة بين البؤرة ونقطة تقاطعهما**

١٢. **جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله** $ص = ١$ **ورأسه مركز القطع** $١٦س^{٢} + ٩ص^{٢} - ٣٢س + ٥٤ص - ٤٧ = ٠$

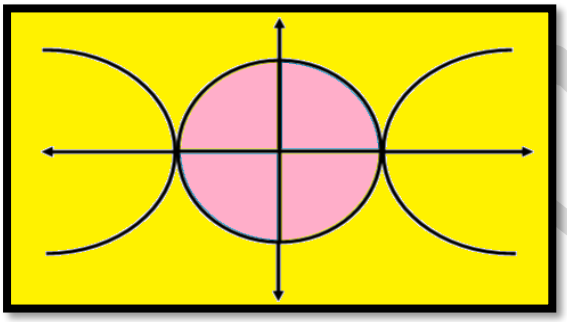
١٣. **جد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسية مركز الدائرة التي معادلتها** ٨ س – ص^{٢} – ٢١ = س^{٢} – ٦ص **وطول محوره المرافق يساوي قطر هذه الدائرة**

١٤. **معتمدا الشكل المجاور : جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة** ل **و نصف قطرها** ل ك **حيث معادلتي القطعين المخروطين هما :**

٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٤٥ ، س^{٢} – ٤ص^{٢} = ٥



١٥. **في الشكل المجاور : اذا كانت الدائرة تمر بنهايتي المحورين القاطع و المرافق للقطع الزائد فاوجد الاختلاف المركزي له**



المحل الهندسي

١. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن محور السينات يساوي بعدها عن النقطة** (٠ ، ١)

٢. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن المستقيم** ص = ١ **يساوي بعدها عن النقطة** (- ١ ، - ٣).

٣. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين** (٣ ، ١) ، (- ٥ ، ١) **يساوي** ١٠ **وحدات**

٤. **اذا كانت** أ (س ، ص) ، ب (٣ ، ٦) ، جـ (٣ ، ٠) **جد معادله المحل الهندسي للنقطة** أ **بحيث يكون** أ ب + ب جـ = ٨

٥. **تتحرك النقطة** و(س ، ص) **في المستوى الديكارتي بحيث يكون الفرق المطلق لبعديها عن النقطتين** (٠ ، ٣) ، (٠ ، - ٣) **يساوي مقداراً ثابتاً قدره** ٤ **وحدات**. **جد معادلة المسار للنقطة** و(س ، ص)

٦. **اذا كانت** ل (س ، ص) ، م (٦ ، ١) ، ن (- ٤ ، ١) **جد معادلة الحركة للنقطة** ل **بحيث يكون** | ل م - ل ن | = ٢

٧. **اذا كانت** و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن النقطة** أ (٠ ، ٤) **يساوي بعدها عن المستقيم الذي معادلته** ٤ ص = ٩ **جد معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة وبين اسم الشكل الهندسي الناتج**

٨. **تتحرك النقطة** و(س ، ص) **في المستوى الديكارتي بحيث أن** ص = جا هـ + جتا هـ ، س = $\frac{١}{٢}$ جا٢هـ
جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) **حيث** هـ ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

٩. **يتحرك جسيم في المستوى بحيث يتحدد موقعه في اللحظة ن بالمعادلتين** س = جتا٢ن ، ص = جا ن
حيث ن الزمن ، **جد معادلة المسار لهذا الجسيم واذكر اسم الشكل الهندسي الناتج وجد عناصره**

١٠. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون** س = ١ + ٤ جا ن ، ص = ٧ جتا ن **حيث** ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

١١. **اذا كانت** س = أ (جتا ن - جا ن) ، ص = ب (جتا ن + جا ن) **اكتب معادلة المسار للنقطة** و(س ، ص) **حيث** أ ، ب **ثوابت**

١٢. **يتحرك جسيم في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعه في اللحظة ن بالمعادلتين** س = ٣ + ٤ قتاθ ، ص = ٢ + ٥ ظتاθ **جد معادلة المسار لهذا الجسيم ثم بين نوعه**.

١٣. و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون** س = جتاه + جاه ، ص = ٢$\sqrt{}$ جتاهجاه **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و.

١٤. **تتحرك القطعة المستقيمة** $\overline{أب}$ **في المستوى حيث** أ ، ب **على المحورين السيني والصادي الموجبين. جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** جـ **الواقعة على** $\overline{أب}$ **وتبعد عن** أ **بمقدار** ٤ **سم اذا كان** أ ب **يساوي ١٢ سم**

١٥. **يتحرك جسيم في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعه في اللحظة ن بالمعادلتين** س = ٢ + جا$^{٢}\theta$ ، ص = ١ + جتاθ **حيث** $\theta \leq ٠$ **فجد معادلة المسار لهذا الجسيم ثم بين نوعه**.

١٦. **اذا كانت** و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن النقطة** أ (١ ، ٠) **يساوي ثلث بعدها عن المستقيم الذي معادلته** س = ٩ **جد معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة و بين اسم الشكل الناتج**

١٧. **يتحرك جسيم في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعه في اللحظة ن بالمعادلتين** س = $\frac{\theta^{٢}}{٤}$ - ٢ ، ص = θ + ١ **حيث** $\theta \leq ٠$ **فجد معادلة المسار لهذا الجسيم ثم بين نوعه**.

١٨. **اذا كانت** و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن بؤرة القطع** ص^{٢} = ٤(س - ١) **يساوي** $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ **من بعدها عن المستقيم** ٢س = ٧

١٩. **اذا كانت** و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث تكون مع النقطتين** أ (٤ ، ٠) ، ب(- ٤ ، ٠) **المثلث** و أ ب **الذي محيطه يساوي** ٢٨ سم **فجد معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة و بين اسم الشكل الناتج**

٢٠. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث تبعد بعدا ثابتا مقداره** ٣ **وحدات عن المستقيم الذي معادلته** ٣ س + ٤ ص = ٥ **و تمر أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها** (س - ٤)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٩

٢١. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث** س = جتا^{٤}ه + جا^{٤}ه ، ص = ٧ جا^{٢}٢ه **حيث** $\theta \leq ٠$ **و بين اسم الشكل الناتج**

٢٢. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث** ص = $\frac{١}{\text{جاه + جتاه}}$ ، س = ظتا($\frac{\pi}{٤}$ + ه) **و بين اسم الشكل الناتج**

٢٣. **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة** و(س ، ص) **التي تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث أن بعدها عن النقطة** (٠ ، ٨) **يزيد أربع وحدات عن بعدها عن المستقيم** ص + ٤ = ٠

٢٤. و(س ، ص) **نقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون** ن = لو س ، ص = $\sqrt{٤ + هـ^{س}}$ **حيث** هـ **العدد النيبيري**

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و . **و بين اسم الشكل الناتج**

٢٥. **في الشكل المجاور : قطع ناقص**

سيني مركزه نقطة الاصل ،

اذا كانت معادلة المماس ود **هي**

ص = م س + $\sqrt{أ^{٢} م^{٢} + ب^{٢}}$

حيث م **ميل المماس جد معادلة**

المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص)

و بين اسم الشكل الناتج