بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان مقترح لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـــرع : الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية

مدة الامتحان : ٣٠ : ١ د س
اليوم والتاريخ: / /٢٠١٨

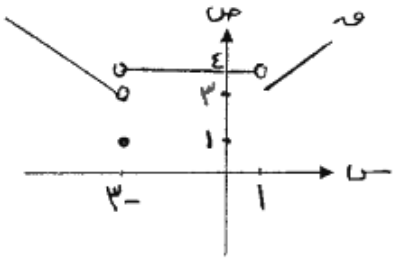
ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) ، علما بأن عدد الصفحات (٤)

الســؤال الأول

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع الاختبار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح ، ما نـــهـا ق (س) ؟
س ← -٣



أ) ١ ب) ٣
ج) ٤ د) غير موجودة

٢) بالاعتماد على الجدول الآتي الذي يبين قيم ق (س) عندما س ← ٢ ، فإنّ نـــهـا ق (س) تساوي :-
س ← ٢+

س	٢,١	٢,٠١	٢,٠٠١		١,٩٩	١,٩٨	١,٩٧
ق(س)	٥,١	٥,٠١	٥,٠٠١		٢,٩٩	٢,٩٨	٢,٩٧

أ) ٢ ب) ٣
ج) ٥ د) غير موجودة

٣) إذا كان ق (س) = $\frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + ١}$ فإنّ مجموعة نقط عدم الاتصال للاقتران (ق) هي :

أ) {-٣} ب) {١ ، -١} ج) {-١} د) لا يوجد

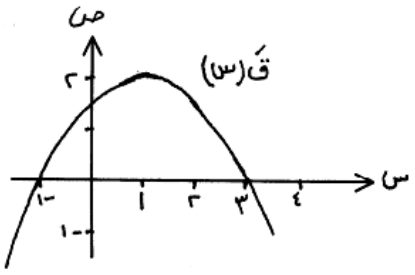
٤) إذا كان ق (س) = (ظا ٢س)^{٢} ، فإنّ نـــهـا $\frac{\text{ق (س + هـ) – ق (س)}}{\text{هـ}}$ تساوي :-
هـ ← ٠

أ) ٢ ظا٢س قا^{٢}س ب) ٢ ظا٢س قا^{٢}٢س ج) ٤ ظا ٢س قا^{٢}س د) ٤ ظا ٢س قا^{٢}٢س

٥) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف (ن) = ن^{٢} + ٤ ، حيثُ ف المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، ما السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [٢ ، ٤].

أ) ٢م/ث　　ب) ٤م/ث　　ج) ٦م/ث　　د) ٨م/ث

٦) معتمدا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قَ(س) ، فإن للاقتران ق (س) قيمة صغرى عندما س تساوي :



أ) -١　　ب) ١

ج) ٢　　د) ٣

٧) إذا كان ق (س) = لو (س – ١) ، فإن قً(٢) تساوي : *هذا الفرع خاص في المنهاج القديم فقط

أ) ١　　ب) -١　　ج) ٢　　د) -٢

٨) فترة (فترات) التناقص للاقتران س^{٣} – ٣ س – ٦ هي :

أ) (-∞ ، -١]　　ب) [-١ ، ١]　　ج) [١ ، ∞)　　د) (-∞ ، -١] ∪ [١ ، ∞)

٩) إذا كان للاقتران ق (س) = -٢س^{٢} + ب س + ٥ نقطة حرجة عند س = ١ ، فإنّ قيمة ب تساوي :

أ) ٢　　ب) -٢　　ج) ٤　　د) -٤

١٠) إذا كان ك (س) اقتران التكلفة الكلية ، د (س) اقتران الايراد الكلي لمصنع حيثُ س عدد الوحدات المنتجة اسبوعيا ، يكون الربح الاسبوعي أكبر ما يمكن عندما :

أ) دَ(س) = صفر　　ب) دَ(س) > صفر

ج) دَ(س) = كَ(س)　　د) دَ(س) = - كَ(س)

الســؤال الثاني :-

أ) جد قيمة كل مما يلي :

١- نـــهـــا $\sqrt{س - ٧}$
س ← ٧$^{+}$

٢- نـــهـــا $\dfrac{\sqrt{٣س - ١١} - ٢}{س^{٢} - ٢٥}$
س ← ٥

ب) إذا كان ق (س) = س + ٣ ، هـ (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٩}$ وكان

ل (س) = ق (س) × هـ (س) فأبحث في اتصال الاقتران ل عند س = ٣

ج) إذا كانت $\lim_{\text{س} \to ٢}$ (ق (س) – ٢) = ٤ ، $\lim_{\text{س} \to ٢}$ هـ (س) = ٤ ، أجب عما يلي :

١) جد $\lim_{\text{س} \to ٢}$ (س^{٢} ق(س) + ٢ $\sqrt{\text{هـ (س)}}$ - ٣)

٢) قيمة الثابت ب التي تجعل $\lim_{\text{س} \to ٢}$ $\frac{\text{ق(س)} - \text{ب}}{\text{هـ (س)}}$ = ٢

السـؤال الثالث

أ) جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ لكل مما يلي :

١) جا^{٣}٢س + (جاس – جتا س$^{-٢}$)

٢) (س جاس)^{٣} ظا س

٣) ص = ع + ع^{٢} ، ع = س^{٢} - ٤

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{٤}{\text{س}^{٢} + ١}$ ، عند س = ١

ج) إذا كان ص = ق (س) ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من س$_{١}$ إلى س$_{١}$ + هـ هو Δ ص = ٥ هـ س – ٣ هـ^{٢} ، فجد ق$'$(س).

د) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ ، س ≠ ٠ ، جد ق$'$(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة .

السـؤال الرابـع

أ) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف (ن) = ن^{٢} – ٦ ن + ٥ ، حيثُ ف المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار ، ن الزمن بالثواني. جد تسارع الجسيم عندما سرعته تساوي ٤٢ م/ث.

ب) إذا كان معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [-١ ، ٢] يساوي -٣ ، وكان هـ (س) = ٢ ق (س) + ٥ س ، فجد معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [-١ ، ٢].

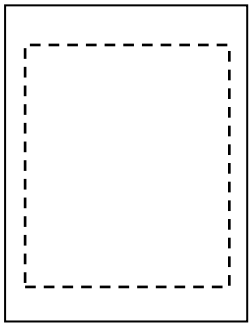
ج) إذا كان ق (س) = (أ س – ١)^{٤} ، فجد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل ق$''$ (٠) = ٤٨

السـؤال الخـامـس

أ) إذا كان ق (س) = ٣س – س^{٣} + ٢ ، جـد :

١- فترات التزايد والتناقص للاقتران ق .

٢- القيم العظمى والصغرى إن وجدت للاقتران ق (س) .



ب) صفيحة من الورق مستطيلة مساحتها (٣٢) سم^{٢} يُراد طباعة إعلان عليها، إذا كان عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها (١) سم وفي كل من الجانبين (٠,٥) سم ، فجد بُعدي الورقة حتى تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن.

ج) وُجد مصنع لإنتاج ألعاب الأطفال أن التكلفة الكلية لإنتاج س لعبة هي :

ك (س) = ٢٠٠ – ٠,٥س + ٠,٠٠٠١ س^{٢}

وأنّ الربح الناتج من بيع س من اللعب هو ر (س) = ٠,٢٠ س ، فجد :

١- الايراد الحدي

٢- عدد اللعب اللازم إنتاجها حتى تكون التكلفة أقل ما يمكن.

انتهت الأسئلة

دَبَبْتَ لِلْمَجْدِ وَالسَّاعُونَ قَدْ بَلَغُوا ... جَهْدَ النُّفُوسِ وَأَلْقَوْا دُونَـــهُ الأُزُرَا

فَكَابَدُوا الْمَجْدَ حَتَّى مَلَّ أَكْثَرُهُم ... وَعَانَقَ الْمَجْدَ مَنْ أَوْفَى وَمَنْ صَبَرَا

لا تَحْسَبَنَّ الْمَجْدَ تَمْرًا أَنْتَ آكِلُهُ ... لَنْ تَبْلُغَ الْمَجْدَ حَتَّى تَلْعَقَ الصَّبِرَا

الإجابات

الســـؤال الأول

الفرع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	ج	د	د	ج	أ	ب	ب	ج	ج

الســـؤال الثاني :-

أ) جد قيمة كل مما يلي :

١- نـــهـــا $\sqrt{\text{س} - ٧}$ = $\sqrt{-٧ - ٧}$ = $\sqrt{\text{صفر}}$
س ← ٧^{-}

بما أن ما تحت الجذر سالب (إذن لازم ندرس إشارة ما تحت الجذر)

س – ٧ = ٠ ومنه س = ٧

موجودة وتساوي صفر | غير موجودة

+ + + + + | - - - - - - - - -

٧

إذن نـــهـــا $\sqrt{\text{س} - ٧}$ = غير موجودة
س ← ٧^{-}

٢- نـــهـــا $\frac{\sqrt{٣\text{س} - ١١} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$ = $\frac{\sqrt{٣ \times ٥ - ١١} - ٢}{(٥)^{٢} - ٢٥}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الآن استخدم الضرب بالمرافق
س ← ٥

نـــهـــا $\frac{\sqrt{٣\text{س} - ١١} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٢٥} \times \frac{\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢}{\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢}$
س ← ٥

نـــهـــا $\frac{٣\text{س} - ١١ - ٤}{(\text{س}^{٢} - ٢٥) \times (\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢)}$ = نـــهـــا $\frac{٣\text{س} - ١٥}{(\text{س}^{٢} - ٢٥) \times (\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢)}$
س ← ٥ س ← ٥

نـــهـــا $\frac{٣(\text{س} - ٥)}{(\text{س} - ٥)(\text{س} + ٥) \times (\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢)}$ = نـــهـــا $\frac{٣}{(\text{س} + ٥) \times (\sqrt{٣\text{س} - ١١} + ٢)}$
س ← ٥ س ← ٥

= $\frac{٣}{(٥ + ٥) \times (\sqrt{٣ \times ٥ - ١١} + ٢)}$ = $\frac{٣}{١٠ \times (٢ + ٢)}$ = $\frac{٣}{٤٠}$

ب) ق (س) = س + ٣ ، هـ (س) = $\frac{\text{س - ٣}}{\text{س}^{٢} - ٩}$

ل (س) = ق (س) × هـ (س) المطلوب : البحث في اتصال الاقتران ل عند س = ٣

ل (س) = (س + ٣) × $\frac{\text{س - ٣}}{\text{س}^{٢} - ٩}$ = $\frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)}{\text{س}^{٢} - ٩}$ = $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}^{٢} - ٩}$

الآن ابحث في اتصال ل (س) عند س = ٣

جد ل (٣) = $\frac{(٣)^{٢} - ٩}{(٣)^{٢} - ٩}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ غير معرف

إذن الاقتران ل (س) غير متصل عند س = ٣ لأنه ل (٣) غير معرف (عدم تحقق الشرط الأول من شروط الاتصال)

ج) $\lim_{\text{س} \to ٢}$ (ق (س) – ٢) = ٤ ، $\lim_{\text{س} \to ٢}$ هـ (س) = ٤

أولا جد $\lim_{\text{س} \to ٢}$ ق (س) ///// $\lim_{\text{س} \to ٢}$ ق (س) - ٢ = ٤ ومنه $\lim_{\text{س} \to ٢}$ ق (س) = ٦

١) $\lim_{\text{س} \to ٢}$ (س^{٢} ق(س) + ٢ $\sqrt{\text{هـ (س) - ٣}}$) =

$\lim_{\text{س} \to ٢}$ س^{٢} × $\lim_{\text{س} \to ٢}$ ق (س) + ٢ $\sqrt{\lim_{\text{س} \to ٢} \text{هـ (س)} - \lim_{\text{س} \to ٢} ٣}$

٤ × ٦ + ٢ $\sqrt{٤}$ - ٣

٢٤ + ٢ × ٢ - ٣ = ٢٤ + ٤ – ٣ = ٢٥

٢) $\lim_{\text{س} \to ٢}$ $\frac{\text{ق(س) - ب}}{\text{هـ (س)}}$ = ٢

$\frac{٦ - \text{ب}}{٤}$ = ٢ ومنه ب = -٢

الســـؤال الثالث

أ) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي :

١) $جا^{٣} ٢س + (جاس - جتا س)^{-٢}$

$٣ جا^{٢} ٢س \times ٢ \times جتا ٢س + -٢ (جاس - جتاس)^{-٣} \times (جتاس - - جاس)$

$٦ جتا٢س جا^{٢} ٢س - ٢ (جاس - جتاس)^{-٣} (جتاس + جاس)$

٢) $(س جاس)^{٣} ظا س$

$(س جاس)^{٣} \times قا^{٢}س + ظاس \times (٣ (س جاس)^{٢} \times (س جتاس + جاس))$

٣) $ص = ع + ع^{٢}$ ، $ع = س^{٢} - ٤$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$\frac{د ص}{د ع} = ١ + ٢ ع \qquad \frac{د ع}{د س} = ٢س$$

إذن $\frac{د ص}{د س} = (١ + ٢ع) \times ٢س$

$= (١ + ٢(س^{٢} - ٤)) \times ٢س$

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{٤}{س^{٢} + ١}$ ، عند س = ١

$س_{١} = ١$

$ص_{١} = \frac{٤}{(١)^{٢} + ١} = ٢$

$ق`(س) = \frac{-٤ \times ٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}} = \frac{-٨س}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$

$م = ق`(١) = \frac{-٨ \times ١}{((١)^{٢} + ١)^{٢}} = -٢$

$ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$

$ص - ٢ = -٢ (س - ١)$

$ص - ٢ = -٢س + ٢$

$ص = -٢س + ٤$

ج) إذا كان ص = ق (س) ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من س١ إلى س١ + هـ هو Δ ص = ٥ هـ س – ٣ هـ^{٢} ، فجد قَ(س).

$$قَ(س) = \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٥ هـ س - ٣ هـ^{٢}}{هـ} = \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٥ س - ٣ هـ)}{هـ} = \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} (٥س - ٣هـ) = ٥س$$

د) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة .

$$قَ(س) = \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{س + هـ} - \frac{١}{س}}{هـ}$$

$$= \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{\frac{- هـ}{(س + هـ) \times س}}{هـ}$$

$$= \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{- هـ}{(س + هـ) \times س \times هـ}$$

$$= \text{نـهـا}_{هـ \to ٠} \frac{- ١}{(س + هـ) \times س} = \frac{- ١}{(س + ٠) \times س} = \frac{- ١}{س^{٢}}$$ وهو المطلوب

$$\frac{١}{س + هـ} - \frac{١}{س} = \frac{س - (س + هـ)}{(س + هـ) \times س}$$

$$= \frac{س - س - هـ}{(س + هـ) \times س}$$

$$= \frac{- هـ}{(س + هـ) \times س}$$

السؤال الرابع

أ) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف (ن) = ن^{٢} – ٦ ن + ٥ ، حيثُ ف المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار ، ن الزمن بالثواني. جد تسارع الجسيم عندما سرعته تساوي ٤٢ م/ث.

ع (ن) = ف$'$(ن) = ٢ن – ٦ ٤٢ = ٢ن – ٦ ومنه ن = ٢٤

ت (ن) = ع$'$(ن) = ٢ ت (٢٤) = ٢ م/ث^{٢}

ب) إذا كان معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [-١ ، ٢] يساوي -٣ ، وكان هـ (س) = ٢ ق (س) + ٥ س ، فجد معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [-١ ، ٢].

معدل التغير ق (س) = $\frac{\text{ق (س}_{٢}\text{)} - \text{ق(س}_{١}\text{)}}{\text{س}_{٢} - \text{س}_{١}}$ = $\frac{\text{ق (٢)} - \text{ق (-١)}}{٢ - (-١)}$ = $\frac{\text{ق (٢)} - \text{ق (-١)}}{٣}$ = -٣

إذن ق (٢) – ق (-١) = -٩

معدل التغير هـ (س) = $\frac{\text{هـ (س}_{٢}\text{)} - \text{هـ (س}_{١}\text{)}}{\text{س}_{٢} - \text{س}_{١}}$ = $\frac{\text{هـ (٢)} - \text{هـ (-١)}}{٢ - (-١)}$

* هـ (٢) = ٢ ق (٢) + ٥ × ٢ = ٢ ق (٢) + ١٠

* هـ (-١) = ٢ ق (-١) + ٥ × -١ = ٢ ق (-١) – ٥

إذن ،، معدل التغير في هـ (س) = $\frac{٢\text{ ق (٢)} + ١٠ - (٢\text{ ق(-١)} - ٥)}{٣}$

= $\frac{٢\text{ ق (٢)} + ١٠ - ٢\text{ ق(-١)} + ٥}{٣}$

= $\frac{٢\text{ (ق (٢)} - \text{ ق(-١))} + ١٥}{٣}$ = $\frac{٢ \times -٩ + ١٥}{٣}$ = -١

ج) إذا كان ق (س) = (أ س – ١)^{٤} ، فجد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل ق$''$ (٠) = ٤٨

ق$'$(س) = ٤ (أ س – ١)^{٣} × أ = ٤أ (أ س - ١)^{٣}

$ق''(س) = ٤ أ \times ٣ (أ س - ١)^{٢} \times أ$

$= ١٢ أ^{٢} (أ س - ١)^{٢}$

$ق''(٠) = ١٢ أ^{٢} (أ \times ٠ - ١)^{٢} = ٤٨$

$١٢ أ^{٢} (-١)^{٢} = ٤٨$

$١٢ أ^{٢} = ٤٨$

ومنه $أ^{٢} = ٤$ إذن $أ = \{٢ ، -٢\}$

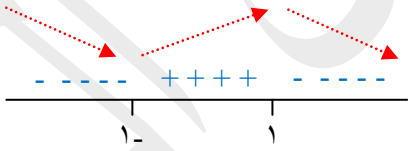
السؤال الخامس

أ) إذا كان ق (س) = ٣س – $س^{٣}$ + ٢ ، جد :

١- فترات التزايد والتناقص للاقتران ق .

٢- القيم العظمى والصغرى إن وجدت للاقتران ق (س) .

الحل :



$ق'(س) = ٣ - ٣س^{٢}$

$٣ - ٣س^{٢} = ٠$

$٣(١ - س^{٢}) = ٠$

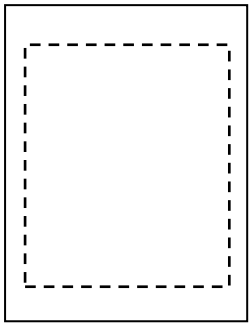
ومنه س = ١ ، س = -١

إذن ،،

فترات التناقص $(-\infty ، -١] \cup [١ ، \infty)$ فترات التزايد [-١ ، ١]

* يوجد قيمة عظمى عند س = ١ وقيمتها ق (١) = $٣ \times ١ - (١)^{٣} + ٢$

* يوجد قيمة صغرى عند س = -١ وقيمتها ق (-١) = $٣ \times -١ - (-١)^{٣} + ٢$



ب) صفيحة من الورق مستطيلة مساحتها (٣٢) $سم^{٢}$ يُراد طباعة إعلان عليها، إذا كان عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها (١) سم وفي كل من الجانبين (٠,٥) سم، فجد بُعدي الورقة حتى تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن.

الحل :

الطول = س

العرض = ص

المساحة = س × ص = ٣٢ ومنه ص = $\frac{٣٢}{س}$

المساحة المطبوعة = طول الورقة المطبوعة × عرض الورقة المطبوعة

م المطبوعة = (س – ٢) × (ص – ١)

م المطبوعة = (س – ٢) ($\frac{٣٢}{س}$ - ١) فك الأقواس

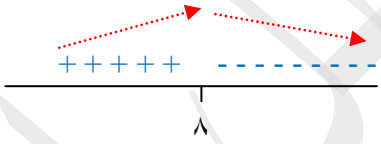
م المطبوعة = ٣٢ – س – $\frac{٦٤}{س}$ + ٢

= ٣٤ – س – $\frac{٦٤}{س}$

م َ المطبوعة = -١ - $\frac{-٦٤}{س^{٢}}$ = -١ + $\frac{٦٤}{س^{٢}}$

-١ + $\frac{٦٤}{س^{٢}}$ = ٠

$\frac{٦٤}{س^{٢}}$ = ١ ومنه س = ٨



إذن يوجد قيمة عظمى (المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن) عند س = ٨

إذن الطول س = ٨ ، العرض ص = $\frac{٣٢}{٨}$ = ٤

ج) وُجد مصنع لإنتاج ألعاب الأطفال أن التكلفة الكلية لإنتاج س لعبة هي :

ك (س) = ٢٠٠ – ٠,٥س + ٠,٠٠٠١ س^{٢}

وأنّ الربح الناتج من بيع س من اللعب هو ر (س) = ٠,٢٠ س ، فجد :

١- الايراد الحدي

٢- عدد اللعب اللازم إنتاجها حتى تكون التكلفة أقل ما يمكن.

الحل :

١- ر (س) = د (س) – ك (س)

د (س) = ر(س) + ك (س)

د (س) = ٠,٢٠ س + ٢٠٠ – ٠,٥س + ٠,٠٠٠١ س^{٢}

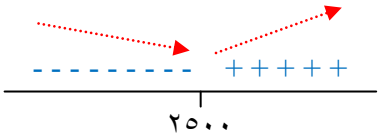
= -٠,٣ س + ٢٠٠ + ٠,٠٠٠١ س^{٢}

الايراد الحدي = د َ(س) = -٠,٣ + ٠,٠٠٠٢ س

٢- تكون التكلفة أقل ما يمكن عندما تكون ك`(س) = ٠

ك`(س) = -٠,٥ + ٠,٠٠٠٢ س = ٠

٠,٠٠٠٢ س = ٠,٥ بالقسمة على ٠,٠٠٠٢ منه س = ٢٥٠٠



إذن يوجد قيمة صغرى (التكلفة أقل ما يمكن) عند س = ٢٥٠٠

سلسبيل الخطيب