

الحسام في الرياضيات

تأسيس رياضيات

ج 1

توجيهي - علمي

إعداد / أ. حسام الكوفى

قاعدة التجميع الجبرية

① عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب

② عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب

③ عدد موجب + عدد سالب

④ عدد سالب + عدد موجب

تذكر: في الحالتين 3 ، 4 نجد الفرق بين العددين ونضع إشارة الأكبر للنتائج

سؤال : جد ناتج ما يلي :

- $15 + ^{-}12 =$
- $15 - 12 =$
- $-15 + 12 =$
- $-15 - ^{-}12 =$
- $-15 - ^{-}12 =$
- $-15 + ^{-}12 =$

قاعدة الضرب الجبرية

① عدد موجب \times عدد موجب = عدد موجب

② عدد سالب \times عدد سالب = عدد موجب

③ عدد موجب \times عدد سالب = عدد سالب

④ عدد سالب \times عدد موجب = عدد سالب

سؤال : جد ناتج ما يلي :

- $(-10)(-6) =$
- $-10 * -6 =$
- $(-10)(-6) + 5 =$
- $\sqrt{64} * 4 =$
- $\sqrt{64} + 4 =$
- $\sqrt{10} * \sqrt{10} =$
- $X^0 =$

• $\frac{0}{120} =$

• $\frac{19}{0} =$

• $2^{-3} =$

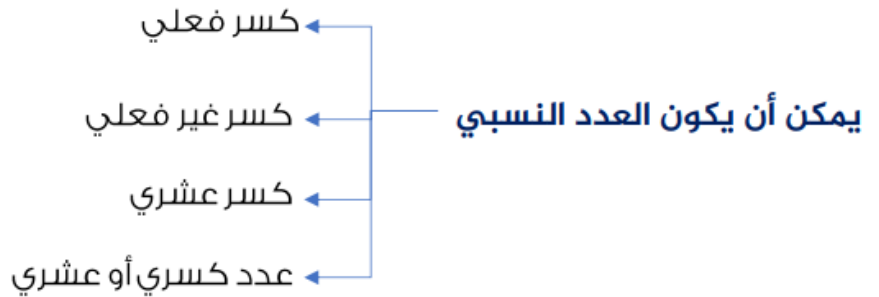
• $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

• $1 - 30\%$

• $2 - 0.05$

الأعداد النسبية

العدد النسبي: عدد يمكن التعبير عنه كنسبة بين عددين صحيحين (a) و (b) مكتوب على صورة كسر بسط ومقام $(\frac{a}{b})$ ، حيث $b \neq 0$.



أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة :

11 $-4\frac{3}{5} - (-2\frac{1}{3})$ _____

12 $4\frac{2}{5} - (-5\frac{1}{4})$ _____

13 $1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ _____

14 $2\frac{1}{4} - \frac{1}{12} + \frac{5}{6}$ _____

أجد ناتج الضرب بأبسط صورة :

1 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{10}$

2 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{7}$

3 $\frac{-2}{5} \times \frac{4}{9}$

4 $\frac{3}{9} \times \frac{-4}{10}$

5 $(\frac{-2}{6}) \times (\frac{-7}{12})$

6 $(\frac{-6}{8}) \times (\frac{-4}{10})$

7 $2\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{5}$

8 $5\frac{1}{2} \times 6\frac{3}{7}$

9 $6 \times 4\frac{2}{10}$

10 $7\frac{1}{3} \times 6$

11 $(-2\frac{1}{2}) \times (-6\frac{1}{2})$

12 $(-1\frac{2}{3}) \times (3\frac{1}{3})$

أبسط كلا مما يأتي :

1 $(9b + 2b^2 - 4) + (5b^2 - 6b)$ _____

2 $(2n^2 + 8n) - (6n - 3n^2 - 1)$ _____

3 $(3x^3 - 6y + 4) - (2y + 8x^3)$ _____

4 $(2c^3 + 5d) + (3d - 5c^3 + 9)$ _____

أجد ناتج الضرب ثم أجد القيمة العددية لكل مقدار مما يأتي عند القيم المعطاة :

5 $(x^2 + 4)(2y - x)$, $x = 1$, $y = 3$ _____

6 $(y^2 - 4)(x + 2y)$, $x = 5$, $y = -1$ _____

7 $(3x + 2y)^2$, $x = 1$, $y = -3$ _____

8 $(2x - y)^2$, $x = -3$, $y = 2$ _____

أحل كلا من المعادلات التالية وأنتحق من صحة الحل :

1 $\frac{2}{5}(x - 1) = 15$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

2 $7(1 + 3m) = 49$

$m = \underline{\hspace{2cm}}$

3 $5(3w - 4) = 40$

$w = \underline{\hspace{2cm}}$

4 $5(2k + 7) = 13k + 2$

$k = \underline{\hspace{2cm}}$

5 $3(4v - 3v) = -6(v + 10)$

$v = \underline{\hspace{2cm}}$

6 $14(b - 3) + 12 = 8(2b - 1)$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

التحليل

التحليل : هو تبسيط المقادير إلى عواملها الأولية

1) $6 = 2 * 3$

2) $12 = 4 * 3 = 2 * 2 * 3$

3) $X^2 = X * X$

4) $A^2 = A * A$

طرق التحليل :

• العامل المشترك :

مثال : حل كل من المقادير التالية :

1) $X^2 - 5X =$

2) $2X - 6$

3) $2X^2 - 8$

4) $3X^3 - 12X$

5) $2X^3 - 54$

6) $2X^4 - 32$

7) $X^3 + 4X^2 + 3X$

8) $X^2 + 8X + X$

9) $X^3 - 2X^2 - 15X$

• فرق + مجموع (مربعين)

EX : $X^2 - 9$

Sol : $(X - 3)(X + 3)$

$$X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$$

$$X^2 + Y^2 = \text{لا تحلل}$$

تدريب : حل كل من المقادير التالية إن أمكن ذلك :

1) $X^2 - 1 =$

2) $25 - X^2 =$

3) $16X^2 - 81 =$

4) $(X + 1)^2 - 9 =$

5) $(3X + 1)^2 - 25 =$

6) $(2X + 1)^2 - 36 =$

7) $4 - (X + 1)^2 =$

8) $(3X + 1)^2 - (X + 2)^2 =$

9) $X^2 + 1 =$

10) $9X^2 + 16 =$

11) $(X + 1)^2 + 25 =$

12) $X - 4 =$

13) $-X^2 + 1 =$

14) $-X^2 - 16 =$

15) $10 - X^2 + 6$

• فرق + مجموع (مكعبين)

EX : $X^3 - 27$

Sol. : $X^3 - 3^3$

$$=(X - 3)(X^2 + 3X + 9)$$

$$X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$$

$$X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$$

تدريب : حل كل من المقادير التالية :

2) $X^3 - 8 =$

2) $27 - X^3 =$

3) $X^3 + 1 =$

4) $X^3 - 125 =$

5) $8X^3 - 27 =$

6) $125X^3 + 1 =$

7) $1/8 + X^3 =$

8) $27X^3 - 8 =$

9) $(X+1)^3 - 8 =$

10) $(2X + 1)^3 + 27 =$

11) $(3X + 2)^3 - 125 =$

12) $(2X + 1)^3 - (X + 2)^3 =$

13) $-X^3 - 27 =$

14) $-X^3 + 8 =$

15) $4 + X^3 + 60$

• فك الأقواس

1) $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$

2) $(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$

3) $(X - Y)^3 = X^3 - 3X^2Y + 3XY^2 - Y^3$

4) $(X + Y)^3 = X^3 + 3X^2Y + 3XY^2 + Y^3$

تدريب : فك الأقواس التالية :

1) $(X + 3)^2 =$

2) $(X - 2)^2 =$

3) $(2X + 1)^2 =$

4) $(5X - 2)^2 =$

5) $(X + 2)^3 =$

6) $(2X + 1)^3 =$

• **العبرة التربيعية :**الصورة العامة لها : $(aX^2 + bX + c)$

✓ يمكن استخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية وإيجاد اصفار الاقتران

أختبرُ معلوماتي	مراجعة
أحدّد عددَ حلولِ كلِّ من المعادلاتِ الآتية:	أحلّ المعادلة التربيعية: $x^2 + 4x - 12 = 0$.
1) $x^2 + 6x - 7 = 0$	لحلّ المعادلة باستعمالِ القانونِ العامِّ، أجدُ قيمَ المعاملاتِ:
2) $x^2 - 4x + 4 = 0$	$a = 1, b = 4, c = -12$
3) $x^2 - 2x + 7 = 0$	القانونُ العامُّ
أحلّ المعادلاتِ الآتية:	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
4) $x^2 + x - 6 = 0$	بالتعويضِ والتبسيطِ
5) $x^2 + 4x - 1 = 0$	$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$
6) $x^2 + 2x - 5 = 0$	$x = \frac{-4 - 8}{2}, x = \frac{-4 + 8}{2}$
	إذن، حلّا المعادلة هما: $x = -6, x = 2$

ويمكن بالتجريب من خلال إيجاد عددين حاصل ضربها c وجمعهم b .(إذا كان معامل c موجب فإن إشارة العددين متشابهة وإذا كان سالب فإن إشارة العددين مختلفة).

مثال : حل كل من التالية :

عندما $a=1$

1) $X^2 - 5X + 6 =$

2) $X^2 + 4X + 4$

3) $X^2 - X - 6$

4) $X^2 - 3X - 4$

5) $X^2 + 12X + 20$

6) $X^2 + 6X + 8$

7) $X^2 + 9X + 18$

8) $X^2 + 8X + 16$

9) $X^2 - 2X - 15$

عندما $a \neq 1$

1) $2X^2 - 3X - 5 =$

2) $3X^2 + 5X + 2$

3) $3X^2 + X - 14$

4) $2X^2 - 5X - 3$

5) $5X^2 - X - 6$

6) $2X^2 - X - 3$

• القسمة التركيبية

تستخدم عندما لا يمكن تحليلها بالطرق السابقة

أمثلة :

$$X^5 - 1, \quad X^7 - 1, \quad 3X^3 + X^2 - X - 3, \quad 2X^5 + 4X^2 - 4$$

مثال : استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج ما يلي :

$$(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$$

الحل :

4	2	-13	26	-24
	↓	8	-20	24
	2	-5	6	0

ناتج القسمة هو $2x^2 - 5x + 6$ والباقي 0.

تدريب : حل كل من التالية :

$$1) X^3 + 4X^2 + X - 6 =$$

$$2) X^3 + X^2 - 4X - 4$$

$$3) X^3 + 4X^2 + 5X + 2$$

$$4) X^5 - 1$$

• التحليل النوني :

$$X^n - Y^n = (X - Y)(X^{n-1}Y^0 + X^{n-2}Y^1 + X^{n-3}Y^2 + \dots + X^0Y^{n-1})$$

تدريب : حل كل من المقادير التالية :

$$2) X^5 - Y^5 =$$

$$2) X^7 - Y^7$$

$$3) X^5 - 32$$

$$4) X^7 - 1 =$$

$$5) X^8 - 1$$

$$6) 16X^4 - 81$$

$$X^n - 1 = (X - 1)(X^{n-1} + X^{n-2} + X^{n-3} + \dots + 1) : \text{تعميم}$$

تبسيط المقادير الجبرية.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $-3(2x - 2y - 4)$

2 $(4a + b) + 2(a - 3b)$

3 $5x^2(2x - 5)$

4 $(x - 3)^2 + 11x$

التعبير عن متغيرٍ بدلالة الآخر.أجد قيمة x بدلالة y في كل مما يأتي:

1 $y = 4x - 7$

2 $y = 3 - 5x$

3 $y = x^2 - 5$

4 $y = \frac{1}{2x - 1}$

٥٥٥٥

حل المعادلات الخطية.

أحل كلاً من المعادلات الخطية الآتية:

1 $5x + 5 = 4 - 7x$

2 $2(1 - 2x) = 8x - 3$

3 $3(4x - 2) = 8(x + 6)$

٥٥٥٥

إيجاد ناتج ضرب المقادير الجبرية.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $8x(3x - 2)$

2 $(x - 6)(x + 4)$

3 $(x - 7)(x + 7)$

٥

أختبر معلوماتي**مراجعة**

أحدد عدد حلول كل من المعادلات الآتية:

1 $x^2 + 6x - 7 = 0$

2 $x^2 - 4x + 4 = 0$

3 $x^2 - 2x + 7 = 0$

أحل المعادلات الآتية:

4 $x^2 + x - 6 = 0$

5 $x^2 + 4x - 1 = 0$

6 $x^2 + 2x - 5 = 0$

أحل المعادلة التربيعية: $x^2 + 4x - 12 = 0$.

لحل المعادلة باستعمال القانون العام، أجد قيم المعاملات:

$a = 1, b = 4, c = -12$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

القانون العام

$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$

بالتعويض والتبسيط

$x = \frac{-4 - 8}{2}, x = \frac{-4 + 8}{2}$

إذن، حل المعادلة هما: $x = -6, x = 2$

أحل كلا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام الحذف أو التعويض؟

1 $5x + 2y = 4$
 $4x - y = 11$

2 $3x + 5y = 15$
 $x + 3y = 7$

✓ أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

1 $16^{\frac{1}{4}}$

2 $36^{\frac{3}{2}}$

3 $32^{-\frac{3}{5}}$

4 $(81)^{\frac{1}{4}}$

5 $(-27)^{\frac{2}{3}}$

6 $(-64)^{\frac{2}{3}}$

7 $1^{-\frac{4}{9}}$

8 $25^{-\frac{3}{2}}$

✓ أحل كلا من المعادلات الآتية :

1 $64 = (16)^{5x+7}$

2 $49 = (343)^{7x+1}$

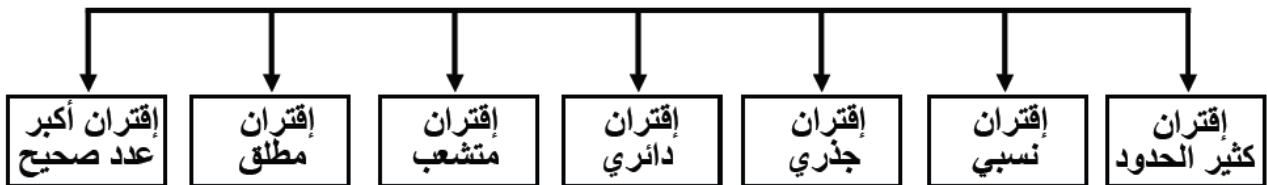
3 $16^{2x+3} = 4^{x+1}$

الاقترانات

الاقتران : هي علامة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بصورة واحدة فقط في المدى



هنالك 7 أنواع من الاقترانات :



الفترات :

الفترة المحدودة : (الفترة المفتوحة ، الفترة نصف المفتوحة ، الفترة نصف المغلقة ، الفترة المغلقة)

الفترة المفتوحة : أطرافها خارج المجال (الفترة)

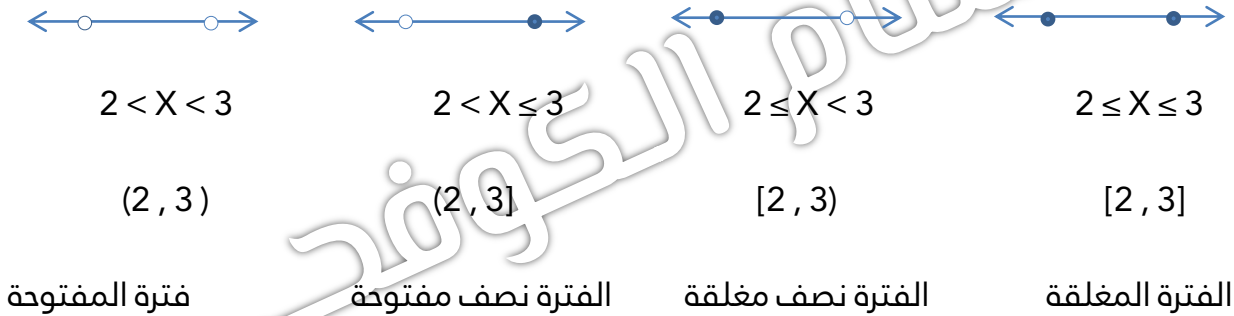
(a , b) تدل على جميع الأعداد المحصورة بين a و b

حيث أن : a ← خارج الفترة وهو بدايتها (الأصغر)

b ← خارج الفترة وهو نهايتها (الأكبر)

سؤال : مثل باقي الفترات الممكنة ؟

مثال : لنفترض لدينا مجموعة تحتوي على الأعداد من 2 إلى 3 ماهي حالات الفترات الممكنة :



الفترات الغير محدودة :

تدريب : اعط مثال على الفترات الغير محدودة ؟

سوف نتعرف على هذه الاقترانات بشكل سريع ثم نفصل خصائصهم داخل المادة :

➤ **اقتران كثير الحدود :**

$$F(X) = aX^n + bX^{n-1} + cX^{n-2} + \dots + d$$

شروط : (1) القوة : أعداد طبيعية (2) المعاملات : أي عدد حقيقي (3) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

تدريب : أي من التالية إقتران كثير حدود

1) $f(X) = 5X^3 + 3X^2 + 2X + 1$ () 2) $f(X) = 5X^2 + 3$ ()

3) $f(X) = \sqrt{3X^2 + 2X + 1}$ () 4) $f(X) = |3X^2 + 2X + 5|$ ()

5) $f(X) = [2X + 1]$ () 6) $f(X) = 2X^{-3} + 5X^2 + 1$ ()

7) $f(X) = 2X^{1/2} + X^2 + 1$ () 7) $f(X) = 5$ ()

– أنواع كثير الحدود :

(1) الاقتران الثابت : $f(X) = A$

(2) الاقتران الخطي : $f(X) = AX + B$

(1) الاقتران التربيعي : $f(X) = aX^2 + bX + c$

(2) الاقتران التكعيبي : $f(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

➤ الاقتران النسبي :

التعريف $F(X) = \frac{L(X)}{H(X)}$ مجاله : $R - \{ \}$

مثال : جد مجال الاقتران التالية :

2) $f(X) = \frac{X+3}{X^2-2X}$

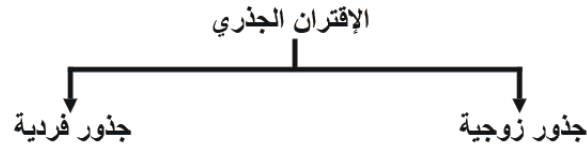
2) $f(X) = \frac{X+2}{(2X+1)^2-9}$

3) $f(X) = \frac{X}{X^3-3X^2+2X}$

4) $(5X - 2)^2 =$

5) $(X + 2)^3 =$

6) $(2X + 1)^3 =$

الاقتران الجذري :

1- الجذر الزوجي : $f(X) = (\sqrt[4]{\quad} \sqrt{\quad})$ مجاله : جميع قيم X التي تجعل تحت الجذر $0 \leq$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

1) $f(X) = \sqrt{X+2}$

2) $f(X) = \sqrt{10-2X}$

3) $f(X) = \sqrt{X^2+9}$

4) $f(X) = \sqrt{20X-2X}$

2- الجذر الفردي : $f(X) = (\sqrt[3]{\quad} \sqrt[5]{\quad})$ مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

جد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة وبين فيما اذا كان الاقتران اسبي أم لا:

1. $f(x) = 4^x, x = 3$

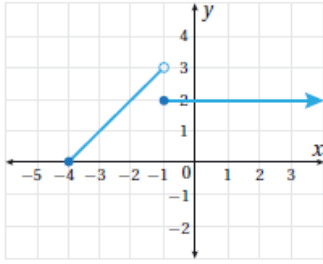
2. $f(x) = (\frac{1}{5})^x, x = -2$

3. $f(x) = 3^x, x = 4$

4. $f(x) = (\frac{1}{3})^x, x = -1$

5. $f(x) = -4^x, x = \frac{1}{2}$

6. $f(x) = 1^x, x = 4$



مدى الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

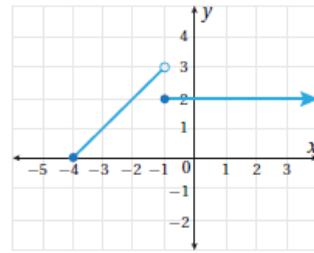
- a) $[-4, \infty)$ b) $[4, 3)$
c) $(-4, 3]$ d) $[0, 3)$

إذا كان: $f(x) = \begin{cases} -4 & , -3 \leq x < 1 \\ x-3 & , x \geq 1 \end{cases}$ فإن قيمة $f(1)$ هي:

- a) -4 b) 0
c) -2 d) 4

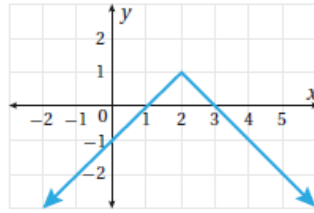
إذا كان: $f(x) = -|2x+1| + 2$ فإن قيمة $f(-1)$ هي:

- a) 0 b) 1
c) -1 d) 3



مجال الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

- a) $[-4, \infty)$ b) $[4, \infty)$
c) $(-\infty, -4]$ d) $(-\infty, 4]$



مدى الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

- a) $(-\infty, 1]$ b) $(-\infty, 1)$
c) $(-\infty, 2]$ d) $(-\infty, 2)$

إذا كان: $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & , x \geq 2 \\ 2x+1 & , x < 2 \end{cases}$ فإن قيمة $f(-1)$ هي:

- a) -4 b) -1
c) 3 d) -3

أجد مشتقة الاقترانات التالية حسب قواعد الاشتقاق :

9 $y = \frac{1}{3}x + 1$

10 $y = 8 - 3x$

11 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 7$

12 $y = \frac{2x^3 + 4x + 1}{4x}$

13 $y = \sqrt{8} + 3\sqrt{x}$

14 $y = 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^3}$

15 $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} + 4$

16 $y = \frac{\sqrt[5]{x^7} + 4x - 1}{2}$

إذا كان الاقتران: $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 12x + 8$ ، فأستعمل المشتقة لإيجاد كلِّ ممَّا يأتي:

(a) النقاط الحرجة للاقتران f .

(b) تصنيف النقاط الحرجة إلى عظمى محلية، وصغرى محلية.

مركز الكوفحي