# الحسام في الرياضيات

## تأسيس رياضيات

ج1

توجيهي أدبي

أ. حسام الكوفحي

إعداد / أ. حسام الكوفحي

## قاعدة التجميع الجبرية

١ عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب

٢ عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب

٣ عدد موجب + عدد سالب

٤ عدد سالب + عدد موجب

**تذكر** : في الحالتين 3 ، 4 نجد الفرق بين العددين ونضع إشارة الأكبر للناتج

سؤال : جد ناتج ما يلي :

- $15 + {}^{-}12 =$
- $15 - 12 =$
- $-15 + 12 =$
- $-15 - -12 =$
- $-15 - {}^{-}12 =$
- $-15 + (-12 + 8)^2 =$

## قاعدة الضرب الجبرية

١ عدد موجب × عدد موجب = عدد موجب

٢ عدد سالب × عدد سالب = عدد موجب

٣ عدد موجب × عدد سالب = عدد سالب

٤ عدد سالب × عدد موجب = عدد سالب

**سؤال** : جد ناتج ما يلي :

- $\frac{0}{15} =$
- $\frac{19}{0} =$
- $2^{-3} =$
- $(\frac{2}{3})^{-2}$
- $X^0 =$
- $1 - 30\%$
- $2 - 0.05$

- $(-10)(-6) =$
- $-10 * (-6 + 2) =$
- $(-10)(-6) + 5 =$
- $\sqrt{64 * 4} =$
- $\sqrt{64 + 4} =$
- $\sqrt[4]{16} =$
- $\sqrt{10} * \sqrt{10} =$
- $16^{3/4}$

# الأعداد النسبية

**العدد النسبي :** عدد يمكن التعبير عنه كنسبة بين عددين صحيحين (a) و (b) مكتوب على صورة كسر بسط ومقام ($\frac{a}{b}$)، حيث b= 0 .

**يمكن أن يكون العدد النسبي**
- كسر فعلي
- كسر غير فعلي
- كسر عشري
- عدد كسري أو عشري

**أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة :**

11) $-4\frac{3}{5}-(-2\frac{1}{3})$ _____

12) $4\frac{2}{5}-(-5\frac{1}{4})$ _____

13) $1\frac{1}{8}+2\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$ _____

14) $2\frac{1}{4}-\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$ _____

**أجد ناتج الضرب بأبسط صورة :**

1) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{10}$

2) $\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}$

3) $\frac{-2}{5}\times\frac{4}{9}$

4) $\frac{3}{9}\times\frac{-4}{10}$

5) $\left(\frac{-2}{6}\right)\times\left(\frac{-7}{12}\right)$

6) $\left(\frac{-6}{8}\right)\times\left(\frac{-4}{10}\right)$

7) $2\frac{1}{3}\times3\frac{2}{5}$

8) $5\frac{1}{2}\times6\frac{3}{7}$

9) $6\times4\frac{2}{10}$

10) $7\frac{1}{3}\times6$

11) $\left(-2\frac{1}{2}\right)\times\left(-6\frac{1}{2}\right)$

12) $\left(-1\frac{2}{3}\right)\times\left(3\frac{1}{3}\right)$

**أبسط كلا مما يأتي :**

1. $(9b + 2b^2 - 4) + (5b^2 - 6b)$ _____
2. $(2n^2 + 8n) - (6n - 3n^2 - 1)$ _____
3. $(3x^3 - 6y + 4) - (2y + 8x^3)$ _____
4. $(2c^3 + 5d) + (3d - 5c^3 + 9)$ _____

**أجد ناتج الضرب ثم أجد القيمة العددية لكل مقدار مما يأتي عند القيم المعطاة :**

5. $(x^2 + 4)(2y - x)$ , $x = 1, y = 3$ _____
6. $(y^2 - 4)(x + 2y)$ , $x = 5$ , $y = -1$ _____
7. $(3x + 2y)^2$ , $x = 1$ , $y = -3$ _____
8. $(2x - y)^2$ , $x = -3$ , $y = 2$ _____

**أحل كلا من المعادلات التالية وأتحقق من صحة الحل :**

1. $\frac{2}{5}(x - 1) = 15$ ، $x =$ _____
2. $7(1 + 3m) = 49$ ، $m =$ _____
3. $5(3w - 4) = 40$ ، $w =$ _____
4. $5(2k + 7) = 13k + 2$ ، $k =$ _____
5. $3(4v - 3v) = -6(v + 10)$ ، $v =$ _____
6. $14(b - 3) + 12 = 8(2b - 1)$ ، $b =$ _____

# التحليل

التحليل : هو تبسيط المقادير إلى عواملها الأولية

1) $6 = 2 * 3$ 2) $12 = 4 * 3 = 2 * 2 * 3$ 3) $X^2 = X * X$ 4) $A^2 = A * A$

**طرق التحليل :**

- **العامل المشترك :**

مثال : حلل كل من المقادير التالية :

**1)** $X^2 - 5X$ **=** **2)** $2X - 6$ **3)** $2X^2 - 8$

**4)** $3X^3 - 12X$ **5)** $2X^3 - 54$ **6)** $2X^4 - 32$

**7)** $X^3 + 4X^2 + 3X$ **8)** $X^2 + 8X + X$ **9)** $X^3 - 2X^2 - 15X$

- **فرق + مجموع (مربعين)**

| | |
|---|---|
| $X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$<br>$X^2 + Y^2 =$ لاتحلل | **EX :** $X^2 - 9$<br>Sol : $(X - 3)(X + 3)$ |

تدريب : حلل كل من المقادير التالية إن أمكن ذلك :

**1)** $X^2 - 1 =$ **2)** $25 - X^2 =$ **3)** $16X^2 - 81 =$

**4)** $(X + 1)^2 - 9 =$ **5)** $(3X + 1)^2 - 25 =$ **6)** $(2X + 1)^2 - 36 =$

**7)** $4 - (X + 1)^2 =$ **8)** $(3X + 1)^2 - (X+2)^2 =$ **9)** $X^2 + 1 =$

**10)** $9X^2 + 16 =$ **11)** $(X + 1)^2 + 25 =$ **12)** $X - 4 =$

**13 )** $-X^2 + 1 =$ **14)** $-X^2 - 16 =$ **15)** $10 - X^2 + 6$

أ. حسام الكوفحي

- **فرق + مجموع (مكعبين)**

| | |
|---|---|
| $X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$<br>$X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$ | **EX : X3 – 27**<br>Sol. : $X^3 - 3^3$<br>$=(X - 3)(X^2 + 3X + 9)$ |

تدريب : حلل كل من المقادير التالية :

| | | |
|---|---|---|
| 2) $X^3 - 8 =$ | 2) $27 - X^3 =$ | 3) $X^3 + 1 =$ |
| 4) $X^3 - 125 =$ | 5) $8X^3 - 27 =$ | 6) $125X^3 + 1 =$ |
| 7) $1/8 + X^3 =$ | 8) $27X^3 - 8 =$ | 9) $(X+1)^3 - 8 =$ |
| 10) $(2X + 1)^3 + 27 =$ | 11) $(3X + 2)^3 - 125 =$ | 12) $(2X + 1)^3 - (X + 2)^3 =$ |
| 13 ) $-X^3 - 27 =$ | 14) $-X^3 + 8 =$ | 15) $4 + X^3 + 60$ |

- **فك الأقواس**

| | |
|---|---|
| 1) $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$ | 2) $(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$ |
| 3) $(X - Y)^3 = X^3 - 3X^2Y + 3XY^2 - Y^3$ | 4) $(X + Y)^3 = X^3 + 3X^2Y + 3XY^2 + Y^3$ |

تدريب : فك الأقواس التالية :

| | | |
|---|---|---|
| 1) $(X + 3)^2 =$ | 2) $(X - 2)^2 =$ | 3) $(2X + 1)^2 =$ |
| 4) $(5X - 2)^2 =$ | 5) $(X + 2)^3 =$ | 6) $(2X + 1)^3 =$ |

أ. حسام الكوفحي

- **العبارة التربيعية :**

الصورة العامة لها : $(aX^2 + bX + c)$

✓ يمكن استخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية وإيجاد اصفار الاقتران

| مراجعةٌ | أختبرُ معلوماتي |
|---|---|
| أَحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ: $x^2 + 4x - 12 = 0$ .<br>لحَلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ:<br>$a = 1, b = 4, c = -12$<br>القانونُ العامُّ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$<br>بالتعويضِ والتبسيطِ $= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$<br>$x = \frac{-4 - 8}{2}, \quad x = \frac{-4 + 8}{2}$<br>إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $x = -6, x = 2$ | أُحدِّدُ عددَ حلولِ كلٍّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ:<br>1 $x^2 + 6x - 7 = 0$<br>2 $x^2 - 4x + 4 = 0$<br>3 $x^2 - 2x + 7 = 0$<br>أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:<br>4 $x^2 + x - 6 = 0$<br>5 $x^2 + 4x - 1 = 0$<br>6 $x^2 + 2x - 5 = 0$ |

ويمكن بالتجريب من خلال ايجاد عددين حاصل ضربها c وجمعهم b .

**(إذا كان معامل c موجب فإن اشارة العددين متشابهة واذا كان سالب فإن اشارة العددين مختلفة).**

مثال : حلل كل من التالية :

عندما a=1

| | | |
|---|---|---|
| 1) $X^2 - 5X + 6 =$ | 2) $X^2 + 4X + 4$ | 3) $X^2 - X - 6$ |
| 4) $X^2 - 3X - 4$ | 5) $X^2 + 12X + 20$ | 6) $X^2 + 6X + 8$ |
| 7) $X^2 + 9X + 18$ | 8) $X^2 + 8X + 16$ | 9) $X^2 - 2X - 15$ |

عندما a≠1

| | | |
|---|---|---|
| 1) $2X^2 - 3X - 5 =$ | 2) $3X^2 + 5X + 2$ | 3) $3X^2 + X - 14$ |
| 4) $2X^2 - 5X - 3$ | 5) $5X^2 - X - 6$ | 6) $2X^2 - X - 3$ |

## تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $-3(2x-2y-4)$
2. $(4a+b)+2(a-3b)$
3. $5x^2(2x-5)$
4. $(x-3)^2+11x$

## التعبيرُ عنْ مُتغيِّرٍ بدلالةِ الآخرِ.

أَجِدُ قيمةَ $x$ بدلالةِ $y$ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $y=4x-7$
2. $y=3-5x$
3. $y=x^2-5$
4. $y=\frac{1}{2x-1}$

## حَلُّ المعادلاتِ الخطّيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الخطّيةِ الآتيةِ:

1. $5x+5=4-7x$
2. $2(1-2x)=8x-3$
3. $3(4x-2)=8(x+6)$

## إيجادُ ناتجِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $8x(3x-2)$
2. $(x-6)(x+4)$
3. $(x-7)(x+7)$

أحل كلا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام الحذف او التعويض ؟

1. $5x+2y=4$
   $4x-y=11$
2. $3x+5y=15$
   $x+3y=7$

✓ أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

1. $16^{\frac{1}{4}}$
2. $36^{\frac{3}{2}}$
3. $32^{-\frac{3}{5}}$
4. $(81)^{\frac{1}{4}}$
5. $(-27)^{\frac{2}{3}}$
6. $(-64)^{\frac{2}{3}}$
7. $1^{-\frac{4}{9}}$
8. $25^{-\frac{3}{2}}$

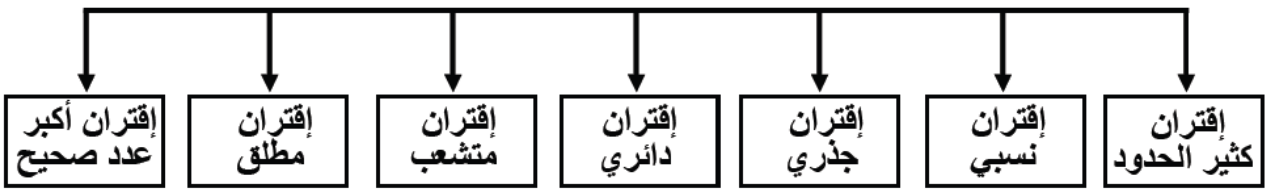
✓ أحل كلا من المعادلات الآتية :

1. $64 = (16)^{5x+7}$
2. $49 = (343)^{7x+1}$
3. $16^{2x+3} = 4^{x+1}$

## الاقترانات

الاقتران : هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بصورة واحدة فقط في المدى

هنالك 7 أنواع من الاقترانات :




**الفترات :**

**الفترة المحدودة** : (الفترة المفتوحة ، الفترة نصف المفتوحة ، الفترة نصف المغلقة ، الفترة المغلقة)

الفترة المفتوحة : أطرافها خارج المجال (الفترة)

(a ، b) تدل على جميع الأعداد المحصورة بين a و b

حيث أن : a ← خارج الفترة وهو بدايتها (الأصغر)

b ← خارج الفترة وهو نهايتها (الأكبر)

سؤال : مثل باقي الفترات الممكنة ؟

مثال : لنفترض لدينا مجموعة تحتوي على الاعداد من 2 إلى 3 ماهي حالات الفترات الممكنة :

| $2 \le X \le 3$ | $2 \le X < 3$ | $2 < X \le 3$ | $2 < X < 3$ |
|---|---|---|---|
| $[2 , 3]$ | $[2 , 3)$ | $(2 , 3]$ | $(2 , 3)$ |
| الفترة المغلقة | الفترة نصف مغلقة | الفترة نصف مفتوحة | فترة المفتوحة |

**الفترات الغير محدودة :**

تدريب : اعط مثال على الفترات الغير محدودة ؟

سوف نتعرف على هذه الاقترانات بشكل سريع ثم نفصل خصائصهم داخل المادة :

➢ اقتران كثير الحدود :

$$F(X) = aX^n + bX^{n-1} + cX^{n-2} + \ldots\ldots + d$$

شروط : 1) القوة : أعداد طبيعية 2) المعاملات : أي عدد حقيقي 3) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

**تدريب : أي من التالية إقتران كثير حدود**

1) $f(X) = 5X^3 + 3X^2 + 2X + 1$ ( )

2) $f(X) = 5X^2 + 3$ ( )

3) $f(X) = \sqrt{3X^2 + 2X + 1}$ ( )

4) $f(X) = |3X^2 + 2X + 5|$ ( )

5) $f(X) = [2X + 1]$ ( )

6) $f(X) = 2X^{-3} + 5X^2 + 1$ ( )

7) $f(X) = 2X^{1/2} + X^2 + 1$ ( )

7) $f(X) = 5$ ( )

أ. حسام الكوفحي

- **أنواع كثير الحدود :**

1) الاقتران الثابت : $f(X) = A$

2) الاقتران الخطي : $f(X) = AX + B$

3) الاقتران التربيعي : $f(X) = aX^2 + bX + c$

4) الاقتران التكعيبي : $f(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

➢ **الاقتران النسبي :**

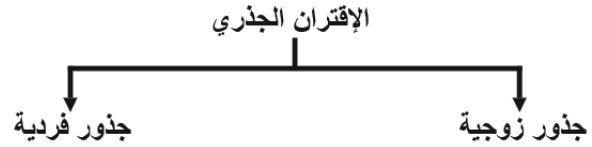
التعريف $F(X) = \frac{L(X)}{H(X)}$ مجاله : $R - \{\quad\}$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

2) $f(X) = \frac{X+3}{X^2-2X}$ 2) $f(X) = \frac{X+2}{(2X+1)^2-9}$ 3) $f(X) = \frac{X}{X^3-3X^2+2X}$

4) $(5X - 2)^2 =$ 5) $(X + 2)^3 =$ 6) $(2X + 1)^3 =$

**الاقتران الجذري :**




1- الجذر الزوجي : $\sqrt{\quad}$ $\sqrt[4]{\quad}$ ) = f(X) مجاله : جميع قيم X التي تجعل تحت الجذر $\geq 0$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

1) $f(X) = \sqrt{X + 2}$ 2) $f(X) = \sqrt{10 - 2X}$

3) $f(X) = \sqrt{X2 + 9}$ 4) $f(X) = \sqrt{20X - 2X}$

2- الجذر الفردي : $\sqrt[5]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ ) = f(X) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

أ. حسام الكوفحي

جد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة وبين فيما اذا كان الاقتران اسي أم لا:

1. $f(x)= 4^x$ , x = 3

2. $f(x)= (\frac{1}{5})^x$ , x = -2

3. $f(x)= 3^x$ , x = 4

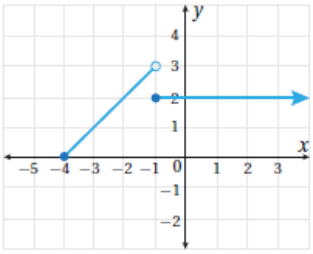
4. $f(x)= (\frac{1}{3})^x$ , x = -1

5. $f(x)= -4^x$ , x = ½

6. $f(x)= 1^x$ , x = 4

أ. حسام الكوفحي

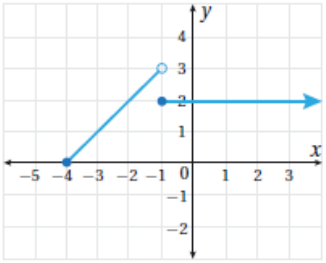
مجال الاقتـــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:




a) $[-4, \infty)$ b) $[4, \infty)$

c) $(-\infty, -4]$ d) $(-\infty, 4]$

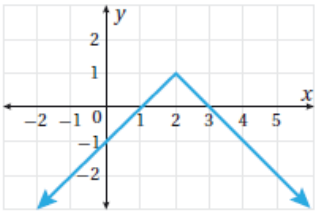
مـــدى الاقتـــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:




a) $[-4, \infty)$ b) $[4, 3)$

c) $(-4, 3]$ d) $[0, 3)$

مـــدى الاقتـــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:




a) $(-\infty, 1]$ b) $(-\infty, 1)$

c) $(-\infty, 2]$ d) $(-\infty, 2)$

إذا كان: $f(x)=\begin{cases}3x-1 & ,x\geq 2\\ 2x+1 & ,x<2\end{cases}$، فإنَّ قيمة $f(-1)$ هي:

a) $-4$ b) $-1$

c) $3$ d) $-3$

إذا كان: $f(x)=\begin{cases}-4 & ,-3\leq x<1\\ x-3 & ,x\geq 1\end{cases}$، فـإنَّ قيمـة $f(1)$ هي:

a) $-4$ b) $0$

c) $-2$ d) $4$

إذا كان: $f(x)=-|2x+1|+2$، فإنَّ قيمة $f(-1)$ هي:

a) $0$ b) $1$

c) $-1$ d) $3$

أجد مشتقة الاقترانات التالية حسب قواعد الاشتقاق:

9 $y=\frac{1}{3}x+1$

10 $y=8-3x$

11 $y=\frac{1}{2}x^2+5x+7$

12 $y=\frac{2x^3+4x+1}{4x}$

13 $y=\sqrt{8}+3\sqrt{x}$

14 $y=5\sqrt[3]{x^2}+\frac{4}{x^3}$

15 $y=\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x^2}+4$

16 $y=\frac{\sqrt[5]{x^7}+4x-1}{2}$

**إذا كان الاقتران: $f(x)=2x^3+9x^2-12x+8$، فأستعمل المشتقة لإيجاد كلٍّ ممّا يأتي:**

a) النقاط الحرجة للاقتران $f$.

b) تصنيف النقاط الحرجة إلى عظمى محلية، وصغرى محلية.