الوحدة الأولى
النهايات والأتصال
ثاني ثانوي علمي
حل تدريبات الكتاب

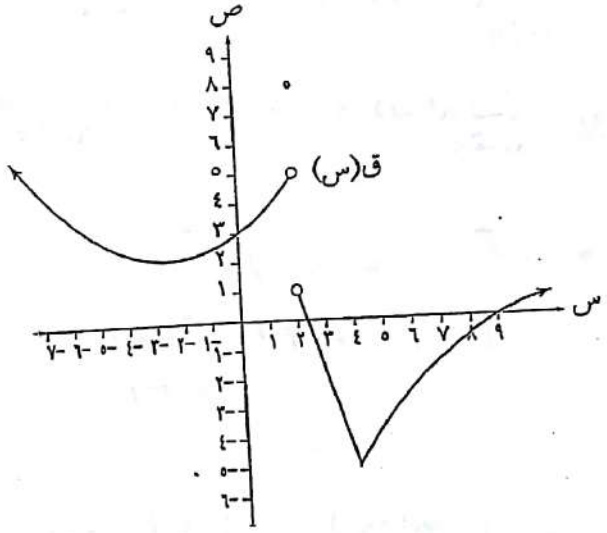
اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

Scanned by CamScanner

حل تدريبات الكتاب النهاج الجديد؟

تدريب (١) : بالاعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح جد كلاً مما يلي إن أمكن:

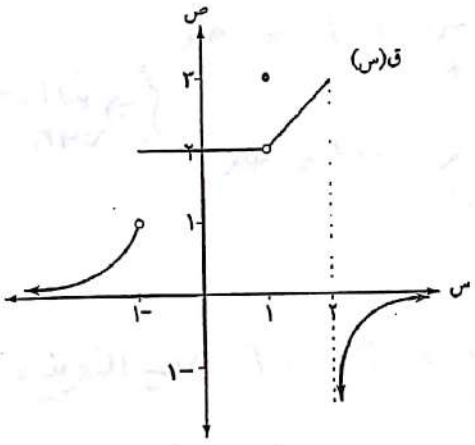


١) نهـا ق(س) = ١
س → ٢+

٢) نهـا ق(س) = ٥
س → ٢-

٣) نهـا ق(س) = غير موجودة
س → ٢

تدريب (٢) : بالاعتماد على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح جد كلاً مما يلي:



١) نهـا ق(س) = ٢
س → ١

٢) نهـا ق(س) = غير موجودة
س → -١

٣) نهـا ق(س) = ٢
س → ٠

٤) نهـا ق(س) = ٣
س → ٢-

Scanned by CamScanner

تدريب (1) : اذا كان $\text{هـ}(س) = ٣س$ ،

$\text{و}(س) = س^{٣} + س$ فجد كلا مما يلي:

١) $\text{نها}_{س \to ٣} (\text{هـ}(س) + \text{و}(س) \times س)$

الحل: $= \text{نها}_{س \to ٣} \text{هـ}(س) + \text{نها}_{س \to ٣} \text{و}(س) \times \text{نها}_{س \to ٣} س$

$= ٣ \times ٣ + (٣^{٣} + ٣) \times ٣$

$= ٩ + ٣٠ \times ٣ = ٩ + ٩٠$

$= ٩٩$

٢) $\text{نها}_{س \to ١} \frac{\text{هـ}(س)}{\text{و}(س)} = \frac{٣ \times ١}{١^{٣} + ١} = \frac{٣}{٢}$

٣) $\text{نها}_{س \to ١} (\sqrt{\text{هـ}(س) + ٣ \sqrt{\text{و}(س)}} + ١٥)$

$\sqrt{٣ \times ١ + ١} + ٣\sqrt{١ + ١} + ١٥$

$\sqrt{٤} + ٣\sqrt{٢} + ١٥$

$٢ + ٣\sqrt{٢} + ١٥$

$١٧ + ٣\sqrt{٢}$

تدريب (2) : جد كلاً مما يأتي

١) $\text{نها}_{س \to ٠} |س - ١٨| = |٠ - ١٨|$

$= |-١٨|$

$= ١٨$

تعويض مباشر لأن الصفر ليس

محيط (صفر) للاقتران او داخل المطلق

٢) $\text{نها}_{س \to ١٦} |س - ١٦|$ نعيد التعريف

$س - ١٦ = صفر \leftarrow س = ١٦$

$|س - ١٦| = \begin{cases} س - ١٦ & ، س \geq ١٦ \\ ١٦ - س & ، س < ١٦ \end{cases}$

$\text{نها}_{س \to ١٦^{+}} |س - ١٦| = صفر$

$\text{نها}_{س \to ١٦^{-}} |س - ١٦| = صفر$

$\Leftarrow \text{نها}_{س \to ١٦} |س - ١٦| = صفر$

٣) $\text{نها}_{س \to ٤} |س^{٣} - ١٦|$ نعيد التعريف

$س^{٣} - ١٦ = صفر \leftarrow س = \pm ٤$

	$س^{٣} - ١٦$	$١٦ - س^{٣}$	$س^{٣} - ١٦$
	+	−	+

-٤ ، ٤

$\text{نها}_{س \to ٤^{+}} |س^{٣} - ١٦| = صفر$

$\text{نها}_{س \to ٤^{-}} |س^{٣} - ١٦| = صفر$

$\Leftarrow \text{نها}_{س \to ٤} |س^{٣} - ١٦| = صفر$

تدريب ٣ : جد كلاً من النهايات الآتية :

١) $\lim_{س \to ١} [س - ٢]$ نعيد التعريف حول النقطة $س = ١$

$س \to ١$

$ل = \frac{١}{١} = ١$ (أعداد صحيحة)

$[س - ٢] = \begin{cases} -١ & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ -٢ & ، \ ٠ \leq س < ١ \end{cases}$

$\lim_{س \to ١^+} [س - ٢] = -١$

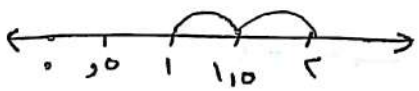
$\lim_{س \to ١^-} [س - ٢] = -٢$

$\Rightarrow \lim_{س \to ١} [س - ٢]$ غير موجودة

٢) $\lim_{س \to -١} [٢ - ٣س]$

$س \to -١$

$ل = \frac{١}{٣}$



$[٢ - ٣س] = \begin{cases} \text{صفر} & ، \ ١٫١٥ < س \leq ٢ \\ ١ & ، \ ١ < س \geq ١٫١٥ \end{cases}$

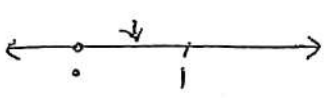
$\lim_{س \to -١^+} [٢ - ٣س] = \text{صفر}$

$\lim_{س \to -١^-} [٢ - ٣س] = ١$

$\Rightarrow \lim_{س \to -١} [٢ - ٣س]$ غير موجودة .

٣) $\lim_{س \to ٠} [س + ١]$

$س \to ٠$



$ل = ١$

$[س + ١] = \{ ١ \ ، \ ٠ \leq س < ١ \}$

$\lim_{س \to ٠} [س + ١] = ١$

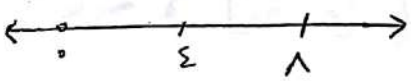
$س \to ٠$

٤) $\lim_{س \to ٤} [٠٫٢٥ س]$

$س \to ٤$

$ل = \frac{١}{\frac{١}{٤}} = ٤$

$٠٫٢٥ = \frac{١}{٤}$



$[٠٫٢٥ س] = \begin{cases} ٠ & ، \ ٠ \leq س < ٤ \\ ١ & ، \ ٤ \leq س < ٨ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٤^+} [٠٫٢٥ س] = ١$

$\lim_{س \to ٤^-} [٠٫٢٥ س] = \text{صفر}$

$\Rightarrow \lim_{س \to ٤} [٠٫٢٥ س]$ غير موجودة .

تدريب ٤ : اذا كان

$هـ(س) = [٢ - س]$ فأجب عن كل مما يأتي :

١) جد قيم P التي تجعل $\lim_{س \to P} هـ(س)$ غير موجودة

٢) جد قيم $جـ$ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} هـ(س) = -١$

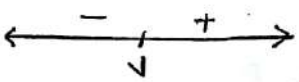
الحل: ١) قيم P هي جميع قيم P حيث $P \notin ص$

٢) قيم $جـ$ هي $(٣ ، ٢)$

تدريب ٥ : جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٧} |س - ٧|$

$س - ٧ = صفر \leftarrow س = ٧$



$\lim_{س \to ٧^+} |س - ٧| = صفر$

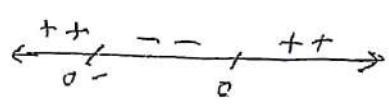
$\lim_{س \to ٧^-} |س - ٧| = صفر$

$\Leftarrow \lim_{س \to ٧} |س - ٧|$ غير موجودة

٢) $\lim_{س \to ٥} |س - ٧| =$ غير موجودة

٣) $\lim_{س \to ٥} |ع - ٢٥|$

$ع - ٢٥ = ٠ \leftarrow ع = \pm ٥$



$\lim_{ع \to ٥^+} |ع - ٢٥| = صفر$

$\lim_{ع \to ٥^-} |ع - ٢٥| =$ غير موجودة

$\lim_{ع \to ٥} |ع - ٢٥| =$ غير موجودة

٤) $\lim_{ص \to -٧} |ص^٢ - ٢٥| = |٤٩ - ٢٥|$

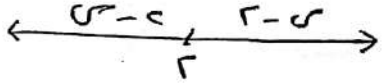
$= |٢٤|$

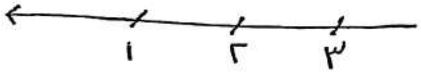
تدريب ٦ :

$هـ(س) = \begin{cases} |س - ٢| & ، س \leq ٢ \\ [٦ - س] & ، س > ٢ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$.

$س - ٢ = صفر \Leftarrow س = ٢$





$[٦ - س] = \begin{cases} ٣ & ، ٢ < س \leq ٣ \\ ٤ & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

$هـ(س) = \begin{cases} س - ٢ & ، س < ٢ \\ ٤ & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = صفر$

$\lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = ٤$

$\Leftarrow \lim_{س \to ٢} هـ(س) =$ غير موجودة

تدريب ٧ : إذا كان

$ه(س) = [س + ٥]$ ، $ل(س) = [٤ - س]$

فجد كلاً مما يلي :

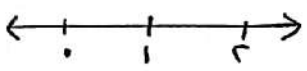
١) $\lim_{س \to ١} ه(س)$

٢) $\lim_{س \to ١} ل(س)$

٣) $\lim_{س \to ١} (ه(س) + ل(س))$

الحل: $ه(س) = [س + ٥]$

١) $ل = ١$



$$[س + ٥] = \begin{cases} ٦ & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ ٥ & ، \ ٠ \leq س < ١ \end{cases}$$

$\lim_{س \to ١^+} ه(س) = ٦$

$\lim_{س \to ١^-} ه(س) = ٥$

$\Rightarrow \lim_{س \to ١} ه(س)$ غير موجودة.

٢) $ل(س) = [٤ - س]$

$$[٤ - س] = \begin{cases} ٣ & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ ٤ & ، \ ٠ < س < ١ \end{cases}$$

$\lim_{س \to ١^+} ل(س) = ٣$

$\lim_{س \to ١^-} ل(س) = ٤$

$\Rightarrow \lim_{س \to ١} ل(س) =$ غير موجودة

٣)

$$ه(س) + ل(س) = \begin{cases} ٨ & ، \ ١ < س < ٢ \\ ٨ & ، \ ٠ < س < ١ \\ ٩ & ، \ س = ١ \end{cases}$$

$\lim_{س \to ١^+} (ه(س) + ل(س)) = ٨$

$\lim_{س \to ١^-} (ه(س) + ل(س)) = ٨$

$\Rightarrow \lim_{س \to ١} (ه(س) + ل(س)) = ٨$

* لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد تطبيق عملية حسابية عليهما.

تدريب ١: جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{س + ٥} = \frac{صفر}{صفر}$

$= \lim_{س \to -٥} \frac{(س+٥)(س-٢)}{س+٥} = -٥-٢$

$= -٧$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٢س^٢ - ٩}{س - ٣} = \frac{٢٧ - ١٨ - ٩}{٣ - ٣} = \frac{٠}{صفر}$ غير موجودة

تدريب ٢: جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to ٥} (\frac{س}{٥} - \frac{٥}{س}) (\frac{١}{س^٢ - ٢٥}) = \div$

$= \lim_{س \to ٥} (\frac{س}{٥} - \frac{٥}{س}) (\frac{١}{س^٢ - ٢٥})$

$= \lim_{س \to ٥} (\frac{١٠ - ٢س}{٥س}) (\frac{١}{(س-٥)(س+٥)})$

$= \lim_{س \to ٥} (\frac{-٢(س-٥)}{٥س}) (\frac{١}{(س-٥)(س+٥)})$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{-٢}{٥س(س+٥)} = \frac{-٢}{(٥)(١٠)}$

$= \frac{-٢}{١٠٠} = \frac{-٢}{٤٥٠}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س+١} - \sqrt{١-٢س}}{س^٤} \times \frac{\sqrt{س+١} + \sqrt{١-٢س}}{\sqrt{س+١} + \sqrt{١-٢س}}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س+١ - (١-٢س)}{س^٤ (\sqrt{س+١} + \sqrt{١-٢س})}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س^٤ + ٢س - س^٤}{س^٤ (\sqrt{س+١} + \sqrt{١-٢س})}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣س}{(\sqrt{س+١} + \sqrt{١-٢س})}$

$= \frac{٣}{\sqrt{١} + \sqrt{١}} = \frac{٣}{٢}$

٤) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt{٣س+٤} - ٦}$ ناتج التعويض $\div$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س-٢}{\sqrt{٣س+٤} - ٦} \times \frac{\sqrt{٣س+٤} + ٦}{\sqrt{٣س+٤} + ٦}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(\sqrt{٣س+٤} + ٦)}{٣س + ٤ - ٣٦}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(\sqrt{٣س+٤} + ٦)}{(س-٢)} = ٦+٦ = ١٢$

تدريب ٣: جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٢^+} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

$س^٢ - ٤ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٢$

	−		+
−	٠	٢	+

نعوض عن يمين العدد ٢

$س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

	−		+
	٠	٢	+

نعوض عن يمين العدد ٢

$\Rightarrow \lim_{س \to ٢^+} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}} = \lim_{س \to ٢^+} \sqrt{\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{س - ٢}}$

$= \lim_{س \to ٢^+} \sqrt{س + ٢} = \sqrt{٤} = ٢$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

كل من $\sqrt{س^٣ - ٤}$ ، $\sqrt{س - ٢}$ غير معرف

عن يسار العدد ٢

لذلك $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$ غير موجودة

ومنه

$\lim_{س \to ٢^-} \frac{\sqrt{س^٣ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$ غير موجودة

تدريب ٤: جد $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧}$ ناتج التعويض صفر صفر

$= \lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧} \times \frac{\sqrt[٣]{(س + ١)^٢} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤}{\sqrt[٣]{(س + ١)^٢} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{س + ١ - ٨}{(س - ٧)(\sqrt[٣]{(س + ١)^٢} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤)}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{\cancel{س - ٧}^{١}}{(س - ٧)(\sqrt[٣]{(س + ١)^٢} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤)}$

$= \frac{١}{١٢}$

Scanned by CamScanner

تدريب (١) : جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٧س}{٣س} = \frac{٧}{٣}$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{جا(س-\pi)}{(س-\pi)}$

ص = س − π
س → π
ص → صفر

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص} = ١$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٩س}{ظا س} = ٩$

٤) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س} = \frac{جا \pi}{\frac{\pi}{٢}}$

$= \frac{٠}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{٠}{\pi} = ٠$

تدريب ٢ : جد $\lim_{س \to 0} \frac{س - جا ٣س + ظا ٥س}{٣س - ظا ٤س}$

بالقسمة على س

$= \lim \frac{\frac{س}{س} - \frac{جا ٣س}{س} + \frac{ظا ٥س}{س}}{\frac{٣س}{س} - \frac{ظا ٤س}{س}}$

$= \frac{١ - ٣ + ٥}{٣ - \lim \frac{ظا ٤س}{س} \times ظا س} = \frac{٣}{٣ - ١ \times ٠}$

$= \frac{٣}{٣} = ١$

تدريب ٣ : جد كلاً مما يأتي

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا س}{س^{٢}} \times \frac{١ + جتا س}{١ + جتا س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا^{٢} س}{س^{٢}(١ + جتا س)} = \lim_{س \to 0} \frac{جا^{٢} س}{س^{٢}(١ + جتا س)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{١}{١ + جتا س}$

$= ١ \times ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$.

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٧س + جا ٤س}{س} =$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا ٧س}{س} + \lim_{س \to 0} \frac{جا ٤س}{س} = ٧ + ٤ = ١١$

تدريب ٤ : جد كلاً مما يأتي

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتا س}{\frac{\pi}{٢} - س} = \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا(\frac{\pi}{٢} - س)}{\frac{\pi}{٢} - س}$

$= \lim \frac{جا(\frac{\pi}{٢} - س)}{-(\frac{\pi}{٢} - س)} = -١$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{جتا \frac{\pi}{٢} س}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{جا(\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} س)}{س - ١}$

ص = ١ − س
س → ١
ص → ٠

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا \frac{\pi}{٢} ص}{-ص} = -\frac{\pi}{٢}$.

Scanned by CamScanner

تدريب (1):

إذا كان $d(س) = \frac{|س-٤|}{س+٤}$ ، $س \neq ٤$

فاحث في اتصال d عند $س = ٤$.

الحل: (1) $d(٤)$ غير معرف.

$d(س)$ غير متصل عند $س = ٤$.

تدريب (2):

(1) إذا كان $d(س) = [س]$ فما مجموعة قيم $س$ التي يكون عندها d اقترانًا غير متصل؟

الحل: $d(س)$ غير متصل لكل $س \in ص$ لأن النهاية تكون غير موجودة.

(2) اقترح قاعدة لاقتران أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصلاً عند $س = ١$ وغير متصل عند $س = ٢$

الحل: $d(س) = \left[\frac{س}{٢} + ١\right]$

$$d(س) = \begin{cases} ١ & ، \ ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، \ ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$$

عند $س = ١$

① $d(١) = ١$ ② $\lim_{س \to ١} d(س) = ١$

③ $\lim_{س \to ١} d(س) = d(١) \Leftarrow d$ متصل عند $س = ١$

عند $س = ٢$

① $d(٢) = ٢$ ② $\lim_{س \to ٢^+} d(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ٢^-} d(س) = ١$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to ٢} d(س)$ غير موجودة $\Leftarrow d$ غير متصل عند $س = ٢$

تدريب (3):

إذا كان $d(س) = \begin{cases} أ س^٢ + ب & ، \ س < ٣ \\ ٦ & ، \ س = ٣ \\ أ س - ٢ ب & ، \ س > ٣ \end{cases}$

متصلاً عند $س = ٣$ ، فجد قيمة كل من الثابتين $أ$ ، $ب$

الحل: $\lim_{س \to ٣} d(س) = d(٣)$ (لأن d متصل عند $س = ٣$)

$\lim_{س \to ٣^-} d(س) = ٦$

$٩أ + ب = ٦$ --- ①

$\lim_{س \to ٣^+} d(س) = ٦$

$٣أ - ٢ب = ٦$ --- ②

$٢ \times (٩أ + ب = ٦)$

$١٨أ + ٢ب = ١٢$

$+ \quad ٣أ - ٢ب = ٦$

$٢١أ = ١٨ \Leftarrow أ = \frac{٦}{٧}$

بالتعويض في ①

$٩أ + ب = ٦$

$٩ \times \frac{٦}{٧} + ب = ٦$

$\frac{٥٤}{٧} + ب = ٦ \Leftarrow ب = ٦ - \frac{٥٤}{٧}$

$ب = \frac{٤٢ - ٥٤}{٧}$

$ب = \frac{-١٢}{٧}$

تدريب ٥ :

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣ & ، س \leq ١ \\ ٢س + ١ & ، س > ١ \end{cases}$

$ع(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، س < ١ \\ |س| & ، س \geq ١ \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} ع_{١}(س) & ، س < ١ \\ ع_{٢}(س) & ، س \geq ١ \end{cases}$

فاحث في اتصال $(ق \times ع)$ عند $س = ١$ بطريقتين

الحل: الطريقة الأولى

١) $ق(١) = ٣$

٢) $\lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٣$

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = ٣$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١} ق(س) = ٣$

٣) $\lim_{س \to ١} ق(س) = ق(١)$ $\therefore$ $ق$ متصل عند $س = ١$

---

١) $ع(١) = ١$

٢) $\lim_{س \to ١^-} ع(س) = ١$

$\lim_{س \to ١^+} ع(س) = ١$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١} ع(س) = ١$

٣) $\lim_{س \to ١} ع(س) = ع(١)$ $\therefore$ $ع$ متصل عند $س = ١$

$(ق \times ع)$ متصل عند $س = ١$

الطريقة الثانية: نجد قاعدة الاقتران $ق \times ع$

$ق \times ع = \begin{cases} ٣س^{٣} & ، س \leq ١ \\ (٢س + ١) \times س^{٢} & ، س > ١ \end{cases}$

١) $(ق \times ع)(١) = ٣$

٢) $\lim_{س \to ١^-} (ق \times ع) = ٣$

$\lim_{س \to ١^+} (ق \times ع) = ٣$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١} (ق \times ع) = ٣$

٣) $\lim_{س \to ١} (ق \times ع)(س) = (ق \times ع)(١)$

$\therefore$ $(ق \times ع)(س)$ متصل عند $س = ١$.

تدريب ٦ : اذا كان $ق(س) = (س - ٥)^{٣}$ ،

$هـ(س) = [س + ٣]$ فاحث في اتصال الاقتران

$(ق \times هـ)$ عند كل من $س = -٣$ ، $س = ٥$.

عند $س = -٣$

الحل: $هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$

$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} -(س-٥)^{٣} & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$

١) $(ق \times هـ)(-٢) = ٠$

٢) $\lim_{س \to -٢^+} (ق \times هـ)(س) = ٠$

$\lim_{س \to -٢^-} (ق \times هـ)(س) = -(-٧)^{٣} = ٣٤٣$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to -٢}$ $(ق \times هـ)(س)$ غير موجودة . $\therefore$ $ق \times هـ$ غير متصل عند $س = -٢$

عند $س = ٥$

$هـ(س) = \begin{cases} ٦ & ، ٣ \leq س < ٥ \\ ٧ & ، ٥ \leq س < ٦ \end{cases}$

$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} ٦(س-٥)^{٣} & ، ٣ \leq س < ٥ \\ ١(س-٥)^{٣} & ، ٥ \leq س < ٦ \end{cases}$

١) $(ق \times هـ)(٥) =$ صفر

٢) $\lim_{س \to ٥^-} (ق \times هـ) =$ صفر

$\lim_{س \to ٥^+} (ق \times هـ) =$ صفر $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ٥} (ق \times هـ) =$ صفر

٣) $\lim_{س \to ٥} (ق \times هـ)(س) = (ق \times هـ)(٥)$ $\Leftarrow$ $(ق \times هـ)$ متصل عند $س = ٥$.

Scanned by CamScanner

تدريب (١) :

اذا كان $م(س) = \begin{cases} س^2 ، 3 \geq س > 0 \\ س + 20 ، 0 \geq س > 7 \\ 9 ، س = 7 \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران م على الفترة $[3، 7)$ والفترة $[3، 7]$.

الحل: $س^2$ كثير حدود متصل على $(3، 0)$

$س + 20$ كثير حدود متصل على $(7، 0)$

نبحث الاتصال عند الاطراف $س = 3 ، 7$

عند نقاط التحول $س = 0$

عند $س = 3$

١) $م(3) = 9$

٢) $\lim_{س \to 3^+} م(س) = م(3)$

$\lim_{س \to 3^-} م(س) = 9$

$\therefore$ م متصل عند $س = 3$

عند $س = 0$

١) $م(0) = 0 + 20 = 20$

٢) $\lim_{س \to 0^+} م(س) = 20$

$\lim_{س \to 0^-} م(س) = 0^2 = 0$

$\Leftarrow \lim_{س \to 0} م(س)$ غير موجود

٣) $\lim_{س \to 0} م(س) \neq م(0)$ $\therefore$ م غير متصل عند $س = 0$

عند $س = 7$

١) $م(7) = 9$

٢) $\lim_{س \to 7^-} م(س) = 27$

٣) $\lim_{س \to 7} م(س) \neq م(7)$ $\therefore$ م غير متصل عند $س = 7$

م متصل على الفترة $[3، 7)$

تدريب ٢ :

اذا كان $ل(س) = \begin{cases} \frac{س^3 - 25}{س - 5} ، س \neq 5 \\ س + 5 ، س = 5 \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله

الحل: $\frac{س^3 - 25}{س - 5}$ نسبي متصل على مجاله (لأنه صفر لما لا ينتمي للمجال)

عند $س = 5$

١) $ل(5) = 5 + 5 = 10$

٢) $\lim_{س \to 5} ل(س) = \lim_{س \to 5} \frac{س^3 - 25}{س - 5}$

$= \lim_{س \to 5} \frac{(س - 5)(س + 5)}{س - 5} = 5 + 5 = 10$

٣) $\lim_{س \to 5} ل(س) = ل(5)$

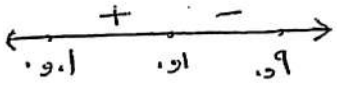
ل(س) متصل عند $س = 5$

$\therefore$ ل(س) متصل على ح .

Scanned by CamScanner

تدريب ٣ : اذا كان $d(س) = |أ_0 - س|$ فابحث في اتصال d على الفترة $[أ_{0.1}، أ_{0.9}]$.

الحل: $أ_0 - س = صفر \Leftarrow س = أ_0$



$$d(س) = \begin{cases} س - أ_0 & ، أ_0 < س \geq أ_{0.9} \\ أ_0 - س & ، أ_{0.1} \leq س \leq أ_0 \end{cases}$$

$س - أ_0$ كثير حدود متصل لجميع قيم $س > أ_0$

$أ_0 - س$ كثير حدود متصل لجميع قيم $س < أ_0$

عند $س = أ_0$

١) $d(أ_0) = صفر$

٢) $\lim_{س \to أ_0^+} d(س) = صفر$

$\lim_{س \to أ_0^-} d(س) = صفر$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to أ_0} d(س) = صفر$

$\therefore$ d متصل عند $س = أ_0$

عند $س = أ_{0.1}$

١) $d(أ_{0.1}) = أ_0 - أ_{0.1} = 0.9$

٢) $\lim_{س \to أ_{0.1}^+} d(س) = 0.9$

٣) $\lim_{س \to أ_{0.1}} d(س) = d(أ_{0.1})$ $\therefore$ d متصل عند $س = أ_{0.1}$

عند $س = أ_{0.9}$

١) $d(أ_{0.9}) = أ_0 - أ_0 = 0.8$

٢) $\lim_{س \to أ_{0.9}^-} d(س) = 0.8$

٣) $\lim_{س \to أ_{0.9}} d(س) = d(أ_{0.9})$ $\therefore$ d متصل عند $س = أ_{0.9}$

$d(س)$ متصل على $[أ_{0.1}، أ_{0.9}]$.

تدريب ٤ :

$$ع(س) = \begin{cases} \frac{جا أ س}{س} & ، -\pi \leq س < 0 \\ ٢ & ، س = 0 \\ ب(٢ + س) & ، 0 < س \leq \pi \end{cases}$$

متصلاً على الفترة $[-\pi، \pi]$ فجد قيمة كل من $أ، ب$ ؟

الحل: $\lim_{س \to 0^-} ع(س) = \lim_{س \to 0^+} ع(س) = ع(0)$

$ع(0) = \lim_{س \to 0^-} ع(س)$

$٢ = \lim_{س \to 0} \frac{جا أ س}{س}$

$٢ = \frac{أ}{1} \Leftarrow$ $\boxed{أ = ١٠}$

$ع(0) = \lim_{س \to 0^+} ع(س)$

$٢ = ب(٢ + 0)$

$\frac{٢}{٢} = \frac{٢ب}{٢}$

$\boxed{١ = ب}$

Scanned by CamScanner