

الدرس الثاني الجذور الصماء الصف الثامن المنهاج الجديد

م. محمد اسعد الخطيب

تعلمنا في الدرس الأول إيجاد الجذور التربيعية للأعداد من نوع المربع الكامل جدول رقم (1) مهم جدا التمرن عليه أي اننا كنا نجد الجذر التربيعي للمجذور الذي يكون عدد مربع كامل

Square Roots

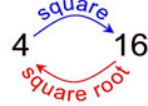
$$\begin{aligned}\sqrt{0} &= 0 \\ \sqrt{1} &= 1 \\ \sqrt{4} &= 2 \\ \sqrt{9} &= 3 \\ \sqrt{16} &= 4 \\ \sqrt{25} &= 5 \\ \sqrt{36} &= 6 \\ \sqrt{49} &= 7 \\ \sqrt{64} &= 8 \\ \sqrt{81} &= 9 \\ \sqrt{100} &= 10 \\ \sqrt{121} &= 11 \\ \sqrt{144} &= 12 \\ \sqrt{169} &= 13 \\ \sqrt{196} &= 14 \\ \sqrt{225} &= 15\end{aligned}$$

Square Roots

To take the **square root** of a number, is to un-do (or reverse) the squaring process.

Finding the square root of a number is the *inverse operation* of squaring the number.

$$\begin{aligned}4 \text{ squared} &= 16 \\ \text{square root of } 16 &= 4\end{aligned}$$



$$\text{Squaring: } 9^2 = 81 \quad \text{Square rooting: } \sqrt{81} = 9$$

If a negative symbol is in front of a square root symbol, the answer will be negative.

$$\sqrt{\quad} = \text{positive answer} \quad -\sqrt{\quad} = \text{negative answer} \quad \pm\sqrt{\quad} = \text{both}$$

لا تنسى عند حل المعادلة الإجابة يجب ان تكون سالب وموجب

When solving the equation $x^2 = 25$, you are searching for both solutions: +5 and -5. So, we write: $x^2 = 25 \rightarrow \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{25}$

Perfect Squares

$$\begin{aligned}0 &= 0 \times 0 \\ 1 &= 1 \times 1 \\ 4 &= 2 \times 2 \\ 9 &= 3 \times 3 \\ 16 &= 4 \times 4 \\ 25 &= 5 \times 5 \\ 36 &= 6 \times 6 \\ 49 &= 7 \times 7 \\ 64 &= 8 \times 8 \\ 81 &= 9 \times 9 \\ 100 &= 10 \times 10 \\ 121 &= 11 \times 11 \\ 144 &= 12 \times 12 \\ 169 &= 13 \times 13 \\ 196 &= 14 \times 14 \\ 225 &= 15 \times 15\end{aligned}$$

➤ الجذور الصماء Surd : هي الجذور التي لا يمكن إيجاد قيمة دقيقة لها)

بمعنى انها ليست من عائلة الأرقام المربع الكامل (مثل جذر 3 ، 5 ، 7 :

لاحظ هذه الأرقام غير موجودة بالجدول

➤ الهدف : هو إيجاد قيمة تقريبية لهذه الجذور (مطلوب قيمة تقريبية

وليس القيمة الحقيقية)

So, what is a "surd"?

The term "**surd**" refers to a number left in radical form for accuracy, which when written in decimal form would go on forever without repeating. The number under the root symbol is a rational number and is not a perfect square. **Surds are roots that are irrational numbers.**

Surds which have a root index of two are **quadratic surds**.
 Surds which have a root index of three are **cubic surds**.
 Surds which have a root index of four are **fourth order surds**.
 And so on ...

$\sqrt{2}$ is a surd.

$\sqrt{2} = 1.414213\dots$

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ is a surd.

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ is a surd.

$\sqrt[3]{5}$ is a surd.

$3 + \sqrt{2}$ is a surd.

$3 - \sqrt{2}$ is its conjugate.

أفكار الدرس

- 1- إيجاد قيمة تقريبية للجذور الصماء
- 2- تبسيط الجذور (مهم) جعل الجذر في أبسط صورة له عن طريق استخدام الخواص التالية :

- خاصية الضرب و القسمة في الجذور
- انطاق المقام (يعني التخلص من الجذر في المقام)

- سيتم شرح جمع وطرح الجذور ، ضرب و قسمة الجذور ، تبسيط الجذور ، التخلص من الجذر في المقام بصورة مفصلة

3- إيجاد قيمة تقريبية للجذور الصماء

ببساطة : نأخذ الرقم المطلوب ويكون عدد ليس من ضمن قائمة المربع الكامل

- 1- نبحث عن رقم من عائلة المربع الكامل يكون اقل من الرقم المطلوب
- 2- نبحث عن رقم من عائلة المربع الكامل يكون اكبر من الرقم المطلوب
- 3- نضع الرقم المطلوب في الوسط بينهما
- 4- نحدد من الأقرب على الرقم المطلوب (الأقل ام الأكبر) ويكون هو الجواب

مثال 1

أقدر قيمة $\sqrt{55}$ لأقرب عدد صحيح.

العدد المطلوب 55 وهو ليس من عائلة اعداد المربع الكامل

من الجدول اقل عدد مربع كامل قريب على 55 هو 49 وجذره 7

من الجدول اكبر عدد مربع كامل قريب على 55 هو 64 وجذره 8

اذن

$$\sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64}$$

$$7 < \sqrt{55} < 8$$

لكن العدد 55 اقرب على العدد 49 اذن الجواب هو جذر 49 = 7

2- Simplify Radicals - Numerical

2- تبسيط الجذور (مهم) جعل الجذر في أبسط صورة له

سؤال مهم : متى يكون الجذر في أبسط حالاته

يكون الجذر التربيعي في أبسط صورة عندما:

1. لا يحتوي الجذر التربيعي على أي عوامل مربعة كاملة.
2. لا يكون الجذر التربيعي كسرًا (المجذور وهو العدد تحت الجذر لا يكون عدد كسري).
3. لا توجد جذور في مقام الكسر (المقام لا يوجد فيه جذور) .

شرح القواعد الثلاث

1- لا يحتوي الجذر التربيعي على أي عوامل مربعة كاملة (أي ان المجذور الرقم الذي تحت الجذر يجب ان لا يكون من عائلة الأرقام المربع الكامل) (وصل لصورة لا يمكن تبسيطه بعدها)

مراجعة للمربع الكامل : لاحظ الجدول التالي تجد ان القوة للعدد دائما عدد زوجي مما يعني انها من عائلة المربع الكامل يعني يمكن تبسيطه

$$\sqrt{16} , \sqrt{81} ,$$

الجذر ليس بأبسط صورة لان المجذور من عائلة المربع الكامل

$$\sqrt{48} , = \sqrt{16x3} ,$$

الجذر ليس بأبسط صورة لان احد عوامل المجذور من عائلة المربع الكامل (بعد تحليل المجذور الى عوامله وجد واحد منهم مربع كامل)

$$\sqrt{27} , \sqrt{3} ,$$

الجذر بأبسط صورة لان المجذور ليس عائلة المربع الكامل ولا يمكن تبسيطه اكثر من ذلك

Perfect Squares

$$x^2 = x \cdot x$$

$$x^4 = x^2 \cdot x^2$$

$$x^6 = x^3 \cdot x^3$$

$$x^8 = x^4 \cdot x^4$$

Powers are even.

2- لا يكون المجذور عدد كسري

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{\frac{16}{3}}$ | $\sqrt{\frac{x^5}{81}}$ | $\sqrt{\frac{1}{x}}$ |
| ليس بأبسط صورة لان ما تحت الجذر عدد كسري يعني يجب ان نجري عليه عمليات لتبسيطه | ليس بأبسط صورة لان ما تحت الجذر عدد كسري يعني يجب ان نجري عليه عمليات لتبسيطه | ليس بأبسط صورة لان ما تحت الجذر عدد كسري يعني يجب ان نجري عليه عمليات لتبسيطه |

3- لا يوجد في المقام عدد جذري

| | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | | |
| ليس بأبسط صورة لان المقام عدد جذري | ليس بأبسط صورة لان المقام عدد جذري | ليس بأبسط صورة لان المقام عدد جذري |

نستخدم الخواص التالية لتبسيط الجذور

• قاعدة ضرب الجذور (نحل الرقم تحت الجذر لعوامله الأولية ونأخذ اكبر عدد اولي)

Example 1: Simplify $\sqrt{27x^2}$

1. First, we will separate the number value from the algebraic variable. This will give us a chance to examine each for perfect square factors.

$$\sqrt{27} \cdot \sqrt{x^2} = \sqrt{9 \cdot 3} \cdot \sqrt{x^2}$$

↑ numerical perfect square factor ↑ algebraic perfect square factor

2. Give each factor its own radical sign. $= \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2}$

3. Reduce the "perfect square" radicals. $= 3\sqrt{3} \cdot x = 3x\sqrt{3}$ **ANSWER**

Product Rule

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

where $a \geq 0, b \geq 0$

"The square root of a product is equal to the product of the square roots of each factor."

This theorem allows us to use our method of simplifying radicals.

• قاعدة قسمة ال جذور (الجذر يوزع على القسمة)

Quotient Rule

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

where $a \geq 0, b > 0$

"The square root of a quotient is equal to the quotient of the square roots of the numerator and denominator."

Example Simplify $\sqrt{\frac{x^5 y^4}{81}}$

$$\sqrt{\frac{x^5 y^4}{81}} = \frac{\sqrt{x^5 y^4}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{x^4 \cdot x \cdot y^4}}{9} = \frac{\sqrt{x^4} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y^4}}{9} = \frac{x^2 y^2 \sqrt{x}}{9}$$

The quotient rule was applied and the perfect square factors found.

• انطاق المقام : هي طريقة للتخلص من الجذر في المقام (وتكون بضرب البسط و المقام بقيمة المقام)

Example Simplify $\sqrt{\frac{1}{x}}$

$$\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

لاحظ قيمة x في المقام بأبسط صورة و لكن نريد التخلص منها لأنها جذر في المقام فنقوم بطرب البسط و المقام بقيمة المقام و هي \sqrt{x} وبذلك نتخلص من الجذر في المقام

ملحق هام جدا

العمليات على الجذور (الجمع و الطرح و الضرب و القسمة)

جمع و طرح الجذور Add & Subtract Radicals

إضافة و طرح الجذور: بالنسبة للجذور التي لها نفس درجة الجذر ولها نفس قيمة المجذور ، قم بإضافة (أو طرح) القيم الموجودة أمام الجذور واحتفظ بالجذر.

| | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| $\text{Add: } 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ | $\text{ANSWER: } 7\sqrt{5}$ | لها نفس درجة الجذر و المجذور نفسه |
|--------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|

بما أن الجذور متساوية، اجمع القيم أمام رموز الجذور، واحتفظ بالجذر. لا تضيف القيم أسفل الجذور.

| | | |
|---------------------------------------|--|--|
| $\text{Add: } 5\sqrt{7} + 3\sqrt{11}$ | $\text{ANSWER: } 5\sqrt{7} + 3\sqrt{11}$ | الجذور مختلفة وبأبسط صورة لا يوجد تبسيط أكثر من ذلك |
|---------------------------------------|--|--|

الجذور مختلفة، وكلّ منها في أبسط صورة. ببساطة، لا توجد طريقة لجمع هذه القيم. الإجابة هي نفسها كما في المسألة الأصلية.

| | | |
|---------------------------------------|------------------------------|--|
| $\text{Add: } 2\sqrt{3} + 4\sqrt{75}$ | $\text{ANSWER: } 22\sqrt{3}$ | يمكن تبسيط ما تحت الجذور لجعلها متساوية |
|---------------------------------------|------------------------------|--|

للوهلة الأولى، يبدو أن جمع هذه الحدود في عملية الجمع غير ممكن لأن الجذور ليست متماثلة. ولكن إذا نظرنا أبعد من ذلك، يمكننا تبسيط الحد الثاني ليصبح جذرًا متماثلًا:

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{25 \cdot 3} = 2\sqrt{3} + 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 22\sqrt{3}$$

بسّطنا الجذر الثاني إلى 20 الجذر 3، جاعلاً إياه جذرًا متماثلًا. ثم تمكنا من جمع الحدود.

$$6\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{32} \quad \text{ANSWER: } 8\sqrt{2}$$

قم بتبسيط الجذور أولاً، ثم اطرحتها وأضفها

$$\begin{aligned} 6\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{32} &= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{4 \cdot 2} + 2 \cdot \sqrt{16 \cdot 2} = \\ 6\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 2 \cdot 4\sqrt{2} &= 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt{8} \quad \text{ANSWER: } 5\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2}$$

ماذا يحدث إذا حاولت جمع جذور ذات معاملات مختلفة؟

لاحظ أن هذه المسألة تخلط الجذور التكعيبية مع الجذر التربيعي. يُستخدم نفس الأسلوب لجمع الجذور التكعيبية كما هو الحال مع الجذور التربيعية، ولكن لا يمكن جمع الجذور التكعيبية والجذور التربيعية معًا عن طريق الجمع.

لاحظ أن الحل يُبقي الجذر التكعيبي والجذر التربيعي منفصلين.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt{8} &= \sqrt[3]{8 \cdot 2} + \sqrt[3]{27 \cdot 2} + \sqrt{4 \cdot 2} \\ &= 2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

لا يمكن جمع الجذور التكعيبية والتربيعية بالجمع أو الطرح، حتى بعد التبسيط. فهي ليست "جذورًا متشابهة" لأن جذورها مختلفة.

ضرب الجذور وخاصية توزيع الضرب Multiply Radicals

بخلاف جمع وطرح الجذور، يمكنك ضرب الجذور التي تحمل جذورًا مختلفة (الرقم الموجود أسفل رمز الجذر).

ويستخدم ضرب الجذور "قاعدة الضرب" الموضحة أدناه.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{and} \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

where $a \geq 0, b \geq 0$

- ضرب الجذور: عند ضرب الجذور (التي لها نفس درجة الجذر)، اضرب تحت الجذر، ثم اضرب أي قيم أمام الجذر (أي قيم مضروبة في الجذور).

$$x\sqrt{a} \cdot y\sqrt{b} = xy\sqrt{ab}$$

إذا ضربت الجذور في العدد الذي يسبق الجذر: اضرب المعاملات ($x \cdot y$) واضرب الجذور (a.b).

(هذا ينطبق فقط على الجذور التي لها نفس المؤشر).

اضرب المعاملات خارج الجذور.

اضرب الأعداد داخل الجذور.

افتراض أن الجذور لها نفس الدرجة

| | | | |
|----------------------------|-----------------------|--|---|
| $\sqrt{8} \times \sqrt{3}$ | اضرب القيم تحت الجذور | $\sqrt{8} \times \sqrt{3} = \sqrt{24}$ | ثم قم بتبسيط النتيجة. $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}$ |
|----------------------------|-----------------------|--|---|

| | | | |
|---------------------------|-----------------------|--|--|
| $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ | اضرب القيم تحت الجذور | $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$ | |
|---------------------------|-----------------------|--|--|

قاعدة هامة جدا في الجذور التربيعية

- عند ضرب الجذر التربيعي في نفسه، يُنشأ مربع كامل تحت رمز الجذر التربيعي (كجذر). نعلم أن التربيع والجذر التربيعي عمليتان عكسيتان (تتراجع إحداهما عن الأخرى). والنتيجة هي الجذر.

| | |
|----------------------------|--|
| $\sqrt{4} \times \sqrt{4}$ | ضرب الجذر بنفسه |
| $\sqrt{16}$ | يتكون تحت الجذر عدد مربع كامل |
| 4 | جذر المربع الكامل هو نفس الرقم الذي يكون تحت الجذر بالسؤال |

| | | |
|--|-----|--|
| $\sqrt[2]{6} \times \sqrt[2]{6}$ | =6 | اذا ضربت الجذر بنفسه الناتج هو القيمة التي تحت الجذر |
| $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{9}$ | =9 | |
| $\sqrt[6]{5} \times \sqrt[6]{5}$ | =5 | |
| $\sqrt[100]{20} \times \sqrt[100]{20}$ | =20 | |

| | | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|---|--|
| $5\sqrt{5} \times 3\sqrt{10}$ | الضرب في المقدمة والضرب تحت الجذور | $5\sqrt{5} \times 3\sqrt{10} = 15\sqrt{50}$ $(5 \times 3) \times (\sqrt{10} \times \sqrt{10})$ | ثم بسّط النتيجة. يمكن تبسيط الجذر التربيعي 50. |
|-------------------------------|---------------------------------------|---|--|

$$15\sqrt{50} = 15\sqrt{25 \cdot 2} = 15 \cdot 5\sqrt{2} = 75\sqrt{2}$$

| | | | |
|----------------------------|--|---|--|
| $4\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ | الضرب في المقدمة والضرب تحت الجذور الرقم الذي امام جذر 2 هو 1 $\sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2}$ | $4\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{16}$ $(4 \times 1) \times (\sqrt{8} \times \sqrt{2})$ | ثم بسّط النتيجة. 16 مربع كامل جذره 4 |
|----------------------------|--|---|--|

$$4\sqrt{16} = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\sqrt{75} \cdot \sqrt{32}$$

هذان جذرين كبيران نسبياً لضربهما، ويمكن تبسيط كل منهما (اختزاله) في البداية. لنلق نظرة على حلين.

| | |
|---|---|
| دعونا نضرب أولاً، ثم نبسط. | دعونا نبسط الأمر أولاً، ثم نضرب. |
| $\sqrt{75} \cdot \sqrt{32}$ $\sqrt{75} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{2400}$ $\sqrt{2400} = \sqrt{100 \cdot 24} = 10\sqrt{24}$ $10\sqrt{24} = 10\sqrt{4 \cdot 6} = \boxed{20\sqrt{6}}$ | $\sqrt{75} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{25 \cdot 3} \cdot \sqrt{16 \cdot 2} =$ $5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{2} = \boxed{20\sqrt{6}}$ <p>التبسيط أولاً يجنبك الكثير من العمل</p> |

$$\sqrt{2}(3\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

وزّع بين الأقواس.

تذكر أن هناك "1" ضمناً قبل جذر 2 .

$$1\sqrt{2}(3\sqrt{5} + \sqrt{2}) = 3\sqrt{10} + \sqrt{4}$$

ثم قم بتبسيط النتيجة.

$$3\sqrt{10} + \sqrt{4} = 3\sqrt{10} + 2$$

$$(3 + \sqrt{5})^2$$

القوس المرفوع لقوة 2 يعني ان العدد بين الاقواس مضروب في نفسه

$$(3 + \sqrt{5}) \times (3 + \sqrt{5})$$

(الحد الأول X الحد الأول) + (الحد الأول X الحد الثاني) + (الحد الثاني X الحد الأول) + (الحد الثاني بالحد الأول)
الحد الثاني بالحد الثاني)

ثم تجميع الحدود

$$\begin{aligned} (3 + \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5}) &= 9 + \underline{3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}} + \sqrt{25} \\ &= 9 + 6\sqrt{5} + 5 = 14 + 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(2 + \sqrt{3}) \cdot (3 - \sqrt{2})$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times -\sqrt{2}) + (\sqrt{3} \times 3) + (\sqrt{3} \times -\sqrt{2})$$

$$= (6) - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

لا توجد حدود متشابهة يمكن جمعها، لذا فإن قائمة الحدود الكاملة هي الإجابة.

استخدم خاصية التوزيع لضرب ثنائيات الحدين الموضحة في المثال السابق

في هذه المسألة، تُفسر علامة الطرح على أنها "جمع جذر تربيعي سالب للعدد 2".

$$(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2})$$

- استخدم خاصية التوزيع لضرب الحدين

$$(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) = (1 \times 1) - (1 \times \sqrt{2}) + (\sqrt{2} \times 1) - (\sqrt{2} \times \sqrt{2})$$

| | | | | |
|---------|------------------|-------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| = | $(1 \times 1) -$ | $(1 \times \sqrt{2}) +$ | $(\sqrt{2} \times 1) -$ | $(\sqrt{2} \times \sqrt{2})$ |
| النتيجة | 1 | $-\sqrt{2} + \sqrt{2}$ | ضرب الجذر بنفسه = ما تحت الجذر 2 | |
| | $1 + 0 - 2 = -1$ | | | |

هذا السؤال مشهور بالرياضيات و يسمى طرب العدد بمرافقه في مثل هذه الأسئلة
الحل السريع هو لا توزع توزيع كامل فقط اضرب الحد الأول بالحد الأول و الحد الثاني بالحد الثاني و اجمع

$$= (1 \times 1) + (\sqrt{2} \times -\sqrt{2})$$

$$= 1 + -2 = -1$$

Divide Radicals & Rationalize Denominators

تقسيم الجذور وتبرير المقامات

كما هو الحال في ضرب الجذور، يمكنك قسمة الجذور التي تحمل جذورًا مختلفة (الرقم الموجود أسفل رمز الجذر).

تستخدم قسمة الجذور "قاعدة القسمة" الموضحة أدناه.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{and} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

where $a \geq 0, b > 0$

- البسط و المقام معا تحت الجذر: نستطيع توزيع الجذر على البسط و المقام
 - البسط لوحده تحت الجذر و المقام لوحده تحت الجذر: نستطيع وضعهم معا تحت جذر واحد
 - تقسيم الجذور: عند قسمة الجذور (التي لها نفس الدرجة)، قم بالقسمة أسفل الجذر، ثم قم بقسمة أي قيم أمام الجذر (أي قيم مضروبة في الجذور).
- إذا تم ضرب الجذور بالرقم الموجود أمام الجذر:

$$\frac{x\sqrt{a}}{y\sqrt{b}} = \frac{x}{y} \sqrt{\frac{a}{b}}$$

اقسم المعاملات (x / y) واقسم الجذور (a / b).

(هذا ينطبق فقط على الجذور التي لها نفس المؤشر).

| | | |
|------------------------------|--|---|
| $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$ | اقسم الاعداد التي تحت الجذور $\frac{24}{8} = 3$ | $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{3}$ |
|------------------------------|--|---|

| | | |
|--------------------------------|--|--|
| $\frac{12\sqrt{6}}{4\sqrt{3}}$ | اقسم الاعداد اما الجذر $12/4 = 3$ اقسم الاعداد التي تحت الجذر $6/3 = 2$ | $\frac{12\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = 3\sqrt{2}$ |
|--------------------------------|--|--|

$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{75}}$$

نجعل البسط و المقام في ابسط صورة من خلال التحليل للعوامل

$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{75}} = \frac{\sqrt{16 \cdot 3}}{\sqrt{25 \cdot 3}} = \frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{4}{5}$$

مهم جدا : عند تبسيط الجذور، يُعدّ ترك الجذر في مقام الكسر أمراً غير مقبول . لنلق نظرة على كيفية حذف الجذر من المقام بناءً على نوع الحد في المقام.

الحالة الأولى على الصورة

$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$

- المقام يحتوي على جذر و هذا ما لا نريده (يجب التخلص منه) كيف ؟
- تعلمنا سابقا ان ضرب الجذر بنفسه يلغي إشارة الجذر

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \quad \sqrt{100} \times \sqrt{100} = 100 \quad \sqrt{33} \times \sqrt{33} = 33$$

اذن نستغل هذه الخاصية للجذور و نضرب المقام و البسط ب $\sqrt{5}$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

أصبحت بأبسط صورة لان المقام لا يحتوي على جذر

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

نضرب البسط و المقام بجذر 6

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{36}} = \frac{2\sqrt{4 \cdot 3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

اعلم ما يلي أي عدد يساوي (جذره مضروب بنفسه)

مثلا العدد 5 يمكن كتابته

$$5 = \sqrt{5} \times \sqrt{5}$$

اعلم ما يلي (الجذر تقسيم نفسه = 1)

$$1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$1 = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{35}}$$

$$1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

الحالة الثانية على الصورة

$$\frac{5}{2+\sqrt{3}}$$

يوجد مع المقام رقم مضاف للجذر او مطروح من الجذر

علامة "زائد" في المقام تُشكّل مسألة.

نحتاج إلى نهج مختلف عندما يكون المقام "ثاني حد" يحتوي على جذر.

تذكر: في درس ضرب الجذور، رأينا حالة خاصة حيث يُنتج ضرب "مترافقين" عددًا كسريًا. هذا هو النهج الذي سنتبعه في هذه المسألة.

سيكون المترافق لهذه المشكلة هو نفس المقام مع تغيير علامة "+" إلى علامة "-".

$$(2+\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3}) = 4 - \cancel{2\sqrt{3}} + \cancel{2\sqrt{3}} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$$

ضرب الرقم بمترافقه دائما النتيجة = 1

$$\frac{5}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{10-5\sqrt{3}}{1} = 10-5\sqrt{3}$$

مهارات عليا (اختياري)

كيف نجد قيمة جذر (نفس القيمة التي تعطيها الآلة الحاسبة) اصم بدون استخدام الآلة الحاسبة

Estimating Square Roots (Averaging Method)

اسم الطريقة : طريقة القيمة المتوسطة

مثال يوضح الطريقة

جد قيمة $\sqrt{23}$

نتبع اول خطوات تعلمتها سابقا (نختار رقم من عائلة المربع الكامل واحد اعلى والأخر اقل)
رقم 23 يقع بين المربع الكامل 16 و المربع الكامل 25 و هو اقرب للمربع 25

| | |
|--|-------------------------------------|
| رقم 23 يقع بين المربع 16 والمربع 25 | $\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$ |
| الجواب بين رقم 4 و 5 | $4 < \sqrt{23} < 5$ |
| قسم رقم 24 على العدد الأقل وهو 4 | $\frac{23}{4} = 5.75$ |
| اجمع ناتج القسمة أعلاه مع العدد 4 وخذ المتوسط يعني اقسام على 2 | $\frac{(4+5.75)}{2} = 4.875$ |
| الان اقسام رقم 23 على الإجابة أعلاه | $\frac{23}{4.875} = 4.718$ |
| خذ المتوسط للإجابتين (4.875+4.718) | $\frac{(4.875+4.718)}{2} = 4.7965$ |

الإجابة لأقرب خانة مئوية 4.8

✓ **أتحقّق من فهمي:**

أقدّر قيمة كلّ جذر تربيعيٍّ ممّا يأتي لأقرب عدد صحيحٍ باستعمالِ خطِّ الأعدادِ والآلة الحاسبة:


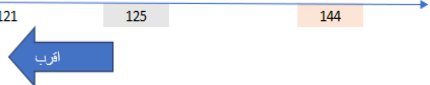
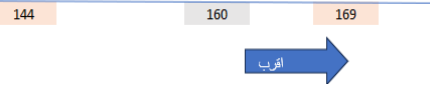
1 $\sqrt{83}$

2 $\sqrt{125}$

3 $\sqrt{160}$

خطوات الحل

- 1- انظر الى الرقم تحت الجذر
- 2- ابحث من جدول المربعات الكاملة على عدد اكبر و عدد اقل
- 3- قارن الأقرب للعدد المطلوب و يكون جذره هو الجواب

| | | | |
|--------------|--|--|---|
| $\sqrt{83}$ | من الجدول الرقم الأكبر 100 من الجدول الرقم الأصغر 81 | هو الأقرب $\sqrt{81}$ اذن $\sqrt{83} \sim \sqrt{81} = 9$ |  |
| $\sqrt{125}$ | من الجدول الرقم الأكبر 121 من الجدول الرقم الأصغر 144 | هو الأقرب $\sqrt{121}$ اذن $\sqrt{125} \sim \sqrt{121} = 11$ |  |
| $\sqrt{160}$ | من الجدول الرقم الأكبر 144 من الجدول الرقم الأصغر 169 | هو الأقرب $\sqrt{169}$ اذن $\sqrt{160} \sim \sqrt{160} = 13$ |  |

أتحقق من فهمي:

4 $\sqrt{192}$

5 $\sqrt{\frac{180}{25}}$

6 $\frac{30}{\sqrt{6}}$

طريقة الحل

تبسيط ما تحت الجذر بأبسط صورة

تحليل للعوامل استخدام خاصية الضرب استخدام خاصية القسمة استخدام خاصية انطاق المقام

| | | |
|------------|---|--------------------------------|
| 192 | 4 | |
| 48 | 4 | $4 \times 4 \times 4 \times 3$ |
| 12 | 4 | $4 \times 4 \times 4 = 64$ |
| 3 | 3 | $64 \times 3 = 192$ |
| 1 | 1 | |

بعد التحليل ابحث
عن مربع كامل

$$\begin{aligned}\sqrt{192} &= \sqrt{64 \times 3} \\ &= \sqrt{64} \times \sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

خاصية الضرب (الجذر يتوزع
على الأرقام المضروبة تحته

لا يمكن تبسيطه أكثر

$$\sqrt{\frac{180}{25}} = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{25}}$$

خاصية القسمة وزع الجذر
على القسمة

المقام 25 مربع
كامل جذره
مباشر = 5

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{180}}{5} = 6 \frac{\sqrt{5}}{5}$$

| | | | |
|-----|---|---------------|-----|
| 180 | 2 | | |
| 90 | 2 | 2 x 2 x 3 x 3 | |
| 45 | 3 | 2 x 2 x 3 x 3 | 36 |
| 15 | 3 | 36 x 5 = | 180 |
| 5 | 5 | | |

بعد التحليل ابحث
عن مربع كامل

$$\begin{aligned} \sqrt{180} &= \sqrt{36 \times 5} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

خاصية الضرب (الجذر يتوزع على الأرقام المضروبة
تحتة

لا يمكن تبسيطه أكثر

$$\frac{30}{\sqrt{6}} = \text{(اهتم شي التخلص من الجذر في المقام)}$$

نطاق المقام : نضرب البسط و المقام بقيمة المقام

$$\frac{30}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{30\sqrt{6}}{6} = 5\sqrt{6}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**



جسور: تمثل المعادلة $t = \sqrt{\frac{2d}{9.8}}$ العلاقة بين الزمن t بالثواني والارتفاع بالامتار d الذي سقط منه جسم سقوطاً حراً. أجد الزمن اللازم ليصل جسم إلى سطح الأرض سقط من جسر وادي الغفر في محافظة إربد البالغ ارتفاعه عن سطح الأرض 72 m

معطيات السؤال

$$t = \sqrt{\frac{2d}{9.8}} \quad d = \text{هي قيمة الارتفاع}$$

السؤال ها هو الزمن اذا كانت $d = 72$ متر

الحل : تعويض مباشر ثم نطبق ما تعلمناه عن الجذور

$$t = \sqrt{\frac{2d}{9.8}} = \sqrt{\frac{2 \times 72}{9.8}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times 72}}{\sqrt{9.8}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9.8}} = \frac{12}{\sqrt{9.8}} \quad \text{خاصية ضرب ما تحت الجذور}$$

$$\frac{12}{\sqrt{9.8}} = \frac{12}{\sqrt{9.8}} \times \frac{\sqrt{9.8}}{\sqrt{9.8}} = \frac{12 \sqrt{9.8}}{9.8} = 3.8 \text{ ثانية}$$

أتحقق من فهمي:

4 $\sqrt{243} + \sqrt{48}$

5 $2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

6 $4\sqrt{98} + 5\sqrt{2}$

تبسيط ما تحت اجذر بأبسط صورة (باستخدام خواص الجذور)

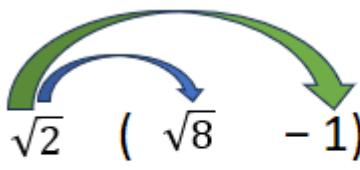
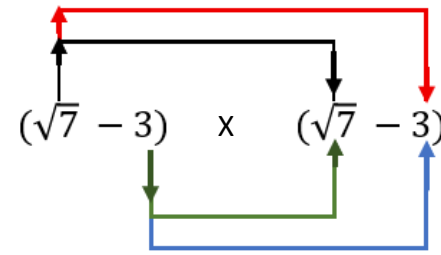
| | |
|---------------------------------------|--|
| 4 $\sqrt{243} + \sqrt{48}$ | <p>حل ما تحت الجذر للعوامل وجد رقم من المربع الكامل</p> $243 = 81 \times 3$ $48 = 16 \times 3$ <p>وزع الجذر , $\sqrt{81 \times 3} + \sqrt{16 \times 3}$</p> $\sqrt{81} \times \sqrt{3} + \sqrt{16} \times \sqrt{3}$ <p>خاصية الجمع $9 \times \sqrt{3} + 4 \times \sqrt{3}$</p> $(9+4) \times \sqrt{3} = 13 \sqrt{3}$ |
| 5 $2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ | <p>جمع وطرح الجذور المتشابه</p> $(2-7+3) \sqrt{3}$ $-2\sqrt{3}$ |
| 6 $4\sqrt{98} + 5\sqrt{2}$ | <p>جمع الجذور لكن يجب توحيد ما تحت الجذر عم طريق التحليل للعوامل</p> $98 = 49 \times 2$ $4(\sqrt{49 \times 2}) + 5\sqrt{2}$ <p>العدد 49 مربع كامل للعدد 7</p> $4(\sqrt{49}) \times (\sqrt{2}) + 5\sqrt{2} =$ $4 \times (7) (\sqrt{2}) + 5\sqrt{2} =$ $28\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 33\sqrt{2}$ <p>خاصي الجمع</p> |

✓
أتحقق من فهمي:

3 $\sqrt{2}(\sqrt{8}-1)$

4 $(\sqrt{7}-3)^2$

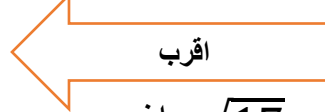
- استخدام خاصية توزيع (فك الاقواس) وطرب الجذر بنفسه تجميع الحدود
خاصية ضرب و قسمة الجذور

| | |
|--|---|
| <p>3 $\sqrt{2}(\sqrt{8}-1)$</p> | <p>خاصية فك الاقواس التوزيع</p>  $(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) - 1\sqrt{2}$ $= \sqrt{2 \times 8} - \sqrt{2}$ $= \sqrt{16} - \sqrt{2}$ $= 4 - \sqrt{2}$ |
| <p>4 $(\sqrt{7}-3)^2$</p> | <p>خاصية فك الاقواس و التجميع</p>  $(\sqrt{7} \times \sqrt{7}) - 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7} (-3 \times -3)$ $= 7 - 6\sqrt{7} + 9 = 16 - \sqrt{7}$ |



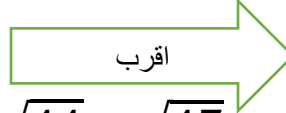
أقدر قيمة كل جذر مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستعمال خط الأعداد
والآلة الحاسبة:

$$1- \sqrt{17} \rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$



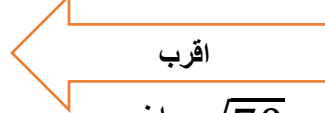
$$\text{اذن } \sqrt{17} \sim \sqrt{16} = 4$$

$$2- \sqrt{44} \rightarrow \sqrt{36} < \sqrt{44} < \sqrt{49}$$



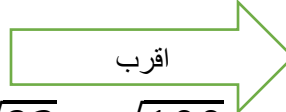
$$\text{اذن } \sqrt{44} \sim \sqrt{49} = 7$$

$$3- \sqrt{70} \rightarrow \sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$$



$$\text{اذن } \sqrt{70} \sim \sqrt{64} = 8$$

$$4- \sqrt{93} \rightarrow \sqrt{81} < \sqrt{93} < \sqrt{100}$$



$$\text{اذن } \sqrt{93} \sim \sqrt{100} = 10$$

اكتب كلاً من المقادير العددية الآتية بأبسط صورة:

| | | |
|--|--|---|
| <p>5 $\sqrt{405}$</p> | <p>(عدد) X (عدد مربع) = 405 405 = (81) X (5) $\sqrt{405} = \sqrt{81 \times 5} = \sqrt{81} \times \sqrt{5}$ $= 9\sqrt{5}$</p> | <p>حلل الرقم تحت الجذر الى عوامله واحد منهم يكون مربع كامل حاول تقسم العدد 405 على مربع مثل 49 حتى تجده 81</p> |
| <p>6 $\sqrt{\frac{132}{99}}$</p> | <p>(عدد) X (عدد مربع) = 132 132 = (4) X (33) (عدد) X (عدد مربع) = 99 99 = (9) X (11) $\sqrt{\frac{132}{99}} = \frac{\sqrt{132}}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{(4) \times (33)}}{\sqrt{(9) \times (11)}} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{33}}{\sqrt{9} \times \sqrt{11}}$ $= \frac{2\sqrt{33}}{3\sqrt{11}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{33}{11}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$</p> | <p>حلل الأرقام للعوامل استخدم خاصية الضرب في الجذور استخدم خاصية القسمة في النهاية اقسم ما تحت الجذر مباشرة يعني $3 = 33/11$</p> |
| <p>7 $\frac{6}{\sqrt{18}}$</p> | <p>نتخلص من المقام بضرب البسط و المقام بقيمة المقام $\frac{6}{\sqrt{18}}$ $\frac{6}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \frac{6\sqrt{18}}{18} = \frac{6 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}}{18}$ $= \frac{6 \times 3 \times \sqrt{2}}{18}$ $= \frac{18\sqrt{2}}{18} = \sqrt{2}$</p> | <p>نضرب بالمقام للتخلص من الجذر نبسط الجذور بسط الجذر 18 (9) $2 \times$ نختصر بالقسمة لا تنسى الجذر مضروب بنفسه يعطي ما داخل الجذر</p> |
| <p>8 $(4 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{27})$</p> | <p>$(4 \times 5) - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{3} - \sqrt{27} \times \sqrt{3}$ $20 - 4\sqrt{9} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $20 - 4(3) \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3 \cdot (3)$ $20 - 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 9$ $11 - 7\sqrt{3}$</p> | <p>فك الاقواس خاصية التوزيع بسط الجذور 27 تجميع الحدود $20 - 9 = 11$ $-12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = -7\sqrt{3}$</p> |
| <p>9 $4\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{2}$</p> | <p>لاحظ 3 حدود كلها نفس المجذور و نفس درجة الجذر اذن فقط اجمع معاملات الجذور $(4) - (7) + (1) \sqrt{2}$ $= -2\sqrt{2}$</p> | <p>انتبه أي جذر ليس امامه رقم يكون معامله 1</p> |

| | | |
|--|--|--|
| <p>10 $\frac{1}{\sqrt{20}} + \sqrt{81}$</p> | $\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{20}} + \sqrt{81} \\ &= \frac{1}{\sqrt{20}} + 9 \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{20}} \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{20}} \right) + 9 \\ &= \frac{\sqrt{20}}{20} + 9 \\ &= \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{5}}{20} + 9 \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{20} + 9 = \frac{1\sqrt{5}}{10} + 9 \end{aligned}$ | <p>نحل طرف لوحده الطرف الأول التخلص من الجذر الطرف الثاني مربع كامل لا يحتاج شي</p> <p>الجواب $\frac{1\sqrt{5}}{10} + \frac{9}{1}$ يمكن توحيد المقامات</p> $\frac{\sqrt{5} + 90}{10}$ |
| <p>11 $(6 + \sqrt{3})^2$</p> | $\begin{aligned} & (6 + \sqrt{3}) \times (6 + \sqrt{3}) \\ &= (36) + 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \\ &= 36 + 12\sqrt{3} + 3 \\ &= 39 + 12\sqrt{3} \end{aligned}$ | <p>فك الأقواس وتجميع الحدود</p> |
| <p>12 $\sqrt{12} - 43 + 2\sqrt{9}$</p> | $\begin{aligned} & \sqrt{4} \times 3 - 43 - 2(3) \\ &= 2\sqrt{3} - 43 - 6 \\ &= 2\sqrt{3} - 37 \end{aligned}$ | <p>تبسيط رقم 12 الى عوامله = 4x3</p> |



13 **فيزياء:** تمثل الصيغة $\frac{375}{\sqrt{c}}$ عدد التذبذبات الناتجة عن حركة بندول ساعة طوله \sqrt{c} in في الدقيقة، أقدر عدد تذبذبات بندول إذا كانت $c = 45$ in

معطيات السؤال هي المعادلة حيث C تمثل الطول و هي المتغير
الإجابة: تعويض قسمة C في المعادلة و حل الجذور كما تعلمنا
مهم جدا : السؤال طلب (اقدر) يعني استخدم طريقة التقريب

عوضها في القانون $C = 45$, $\text{عدد التذبذبات} = \frac{375}{\sqrt{C}}$

$$\text{التذبذبات} = \frac{375}{\sqrt{45}}$$

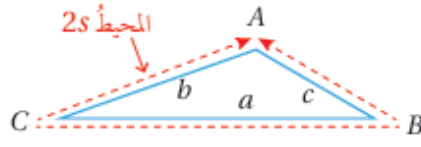
ابحث عن قيمة جذر ال 45 كما تعلمت

$$\sqrt{45} \rightarrow \sqrt{36} < \sqrt{45} < \sqrt{49}$$

أقرب

$$\text{اذن} = \sqrt{45} = \sqrt{49} = 7$$

$$\text{التذبذبات} = \frac{375}{7} = 53.57 = 54$$



مساحة: يمكن حساب مساحة مثلث باستعمال الصيغة $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ، حيث a و b و c أطوال أضلاع المثلث و s نصف المحيط.

14 أجد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 6 و 8 و 10

15 هل مساحة المثلث الناتجة عن الفرع السابق تمثل جذراً أصم أم لا؟ أبرر إجابتي.

المعطيات : قانون المساحة

اطوال الاضلاع

$$\text{محيط المثلث} = \text{مجموع اضلاعه} = 10 + 8 + 6 = 24$$

اكتب القانون و عوض الارقم وحل الجذر كما تعلمت (بسط و جمع الحدود)

$$A = \sqrt{24(24 - 10)(24 - 8)(24 - 6)}$$

$$A = \sqrt{24(14)(16)(18)}$$

$$A = \sqrt{24} \times \sqrt{14} \times \sqrt{16} \times \sqrt{18}$$

$$A = \sqrt{2} \times 4 \times 3 \times \sqrt{14} \times 4 \times \sqrt{9 \times 2}$$

$$A = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{14} \times 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}$$

$$A = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{14} \times 4 \times 3 \times \sqrt{2}$$

$$A = 12 (2\sqrt{2} \times 1\sqrt{3} \times 1\sqrt{14} \times 1\sqrt{2})$$

$$A = 12 (2 \sqrt{2 \times 3 \times 14 \times 2}) = 12 (2 \sqrt{168}) = 24 \sqrt{168}$$

$$= 24 \times \sqrt{4 \times 42} = 24 \times \sqrt{4} \times \sqrt{42} = 24 \times 2 \sqrt{42} = 48 \sqrt{42}$$

بسط الى ما يلي

$$24 = 8 \times 3 = 2 \times 4 \times 3$$

لا يمكن إيجاد مربع كامل تبقى كما هي = 14

مربع كامل = 16

$$18 = 9 \times 2$$

نعم المساحة تمثل جذر اصم و هو جذر 42 لا يمكن تبسيطه اكثر



قوعدة: يتكرّر وجود المستطيل الذهبي في قوعدة نوتيلوس البحري، إذا علمت أن نسبة طول المستطيل الذهبي إلى عرضه تساوي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ، فأقدر قيمة هذه النسبة.

معطيات السؤال : قانون العلاقة بين الطول و العرض و هو علاقة نسبية (يعني رقم مقسوم على رقم) اكتب القانون و عوض المعطيات و حل الجذور

لا يوجد مجاهيل : فقط نريد حل الجذر _ لكن السؤال طلب تقدير (انتبه)

$$\sqrt{5} \rightarrow = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

هو اقرب للرقم 4

$$\text{اذن } = \sqrt{5} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{4}}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ OR } 150\%$$

مهارات التفكير العليا

17 تبرير: أجد قيمة $\sqrt{\square}$ في $(2.8 < \sqrt{\square} < 4)$ ، إذا علمت أن \square عدد صحيح موجب أقل من 10، وأبرر إجابتي.

تعلم ان عملية الجذر و التربيع عمليات متعاكسة استخدم هذه الفكرة

خذ مربع كل الحدود للمتباينة مع التربيع نلغي الجذر

$$2.8^2 < (\sqrt{X})^2 < 4^2$$

$$7.84 < X < 16$$

اذن الرقم يجب ان يكون اكبر من 7.84 و اقل من 16 لكن السؤال غير شرط الأقل وجعله 10

اذن اختار أي رقم صحيح اكبر من 7.84 و اقل من 10

مثل 8 او 9

تحدّ: أجدّ الحدّين: الأول، والثاني من المتتالية الآتية:

$$\text{---}, \text{---}, \sqrt{5} - 2\sqrt{3}, 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}, 5\sqrt{5} - 8\sqrt{3}$$

اكتب العلاقة على الصورة التالية (خذ الحد الأول من كل رقم)

$$\sqrt{5} \rightarrow 3\sqrt{5} \rightarrow 5\sqrt{5}$$

المجذور متساوي اذن الاختلاف في المعاملات (جد العلاقة)

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$$

ستجد الفرق دائما 2

اذن نطرح 2 من اول معامل بالترتيب (اول معامل لجذر 5 هو 1 تذكر اذا لم يوجد معامل يكون المعامل = 1)

$$= 1-2 = -1 \rightarrow -\sqrt{5}$$

$$= -1-2 = -3 \sqrt{5}$$

خذ الحد الثاني من كل رقم وجد العلاقة

$$-2\sqrt{3} \rightarrow -5\sqrt{3} \rightarrow -8\sqrt{3}$$

لمجذور متساوي اذن الاختلاف في المعاملات (جد العلاقة)

$$-2 \rightarrow -5 \rightarrow -8$$

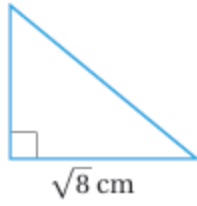
$$\text{الفرق دائما} = -3$$

اطرح من المعامل -3 بالترتيب

$$= -2--3 = 1 \rightarrow 1\sqrt{3}$$

$$= 1--3 = 4 \rightarrow 4\sqrt{3}$$

$$\underline{-3\sqrt{5} + 4\sqrt{3}}, \underline{-\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$



تبرير: أجد ارتفاع المثلث المجاور الذي مساحته $4 + \sqrt{2} \text{ cm}^2$ بأبسط صورة، وأبرر إجابتي.

19

المعطيات : مساحة مثلث قائم الزاوية $4 + \sqrt{2}$

معطي طول ضلع و هو القاعدة $\sqrt{8}$

الحل : اكتب قانون مساحة المثلث عوض حل الجذور

الارتفاع \times القاعدة $\times \frac{1}{2} =$ تذكر مساحة المثلث

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot H$$

$$4 + \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot H$$

$$4 + \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \times 2} \cdot H$$

$$4 + \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{2} \cdot H$$

$$4 + \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot H$$

$$H = \frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$H = \frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} + 1$$

$$= 2\sqrt{2} + 1$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

أكتب كيف أقدّر قيمة الجذر التربيعي لعدد؟

- 1- ننظر للعد تحت الجذر (المجذور)
- 2- نبحث عن رقم من عائلة الأرقام المربع الكامل اكبر من المجذور
- 3- نبحث عن رقم من عائلة الأرقام المربع الكامل اقل من المجذور
- 4- ننظر ايهما اقرب للمجذور و يكون جذر الرقم القريب تقريبا = جذر المجذور المطلوب