الدرس السادس ضرب الأسس النسبية و قسمتها الصف الثامن المنهاج الجديد

م. محمد اسعد الخطيب

تبسيط الأسس النسبية

- يتم ذلك عن طريق دراسة القواعد و الخصائص الخاصة بالأعداد النسبية (الجدول ادناه)
- أيضا استخدام مهارات العلاقة بين الجذر و الاس و التحويل بينهما

مخطط سريع لقواعد الأس Exponent Rules Quick Chart

الشرح	الرمزية	القاعدة
جميع الأعداد (باستثناء الصفر) المرفوعة للقوة صفر تساوي واحدًا.	$a^0 = 1$	**الأس الصفري**
جميع الاعداد المرفوعة للقوة واحد تساوي العدد نفسه (الأساس)	$a^1 = a$	**الاس للعدد 1**
يدل الأس السالب على أن العامل موجود على الجانب لذلك اعكس مكانه اذا في البسط ضعه في المقام و العكس والغي إشارة السالب	$a^{-m} = 1/a^m$	**الأس السالب**
عند الضرب، والأساسان متساويان، اجمع الأسس. يجب ان يكون الاساسان متساويان	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	**قاعدة الضرب**
عند القسمة، والأساسان متساويان، اطرح الأسس. (الأس العلوي يطرح الأس السفلي). يجب ان يكون الاساسان متساويان	$a^m / a^n = a^{m-n}$	**قاعدة القسمة**
قاعدة قوة القوة : عند رفع قوة إلى قوة، اضرب الأسس.	$(a^m)^n = a^{mn}$	**رفع قوة إلى قوة**
عند رفع حاصل ضرب إلى قوة، يُرفع كل عامل إلى القوة الجديدة. توزيع الاس على حاصل الضرب	$(ab)^m = a^m b^m$	**ضرب إلى قوة**
عند رفع حاصل قسمة إلى قوة، يُرفع كل من الجزء العلوي والسفلي إلى القوة الجديدة. توزيع الاس على القسمة	$(a/b)^m = a^m/b^m$	**قسمة إلى قوة**
تحويل الصورة الاسية الى الصورة الجذرية	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	**قاعدة الأسس الكسرية**

قاعدة الاس السالب

عند التعامل مع الأسس السالبة، يُشير الأس السالب إلى أن العامل يقع على الجانب الآخر (اذا كان بالبسط فمكانه الصحيح هو المقام والعكس صحيح. ببساطة، انقل هذا العامل إلى الجانب الآخر من عمود الكسور، واحذف الإشارة السالبة من الأس

$$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} = \frac{b^{3}}{a^{2}}$$

- تذكر أن الأس ينتمي فقط إلى القيمة الأساسية التي يرتبط بها
- القيم التي ننقلها بين البسط و المقام هي الأرقام المرفوعة للقوة فقط

$$\frac{k\,a^{-2}}{l\,b^{-3}} = \frac{k b^{3}}{l\,a^{2}}$$

- **الاعداد k , L لم نغير أماكنهم**
- **امثلة على قاعد الاس السالب**

$$ab^{-2} = a \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{a}{b^2}$$

تذكر أن الأس ينتمي فقط إلى القيمة الأساسية المرتبطة به. في هذه المسألة، لا يرتبط الأس بالمتغير "a".

امثلة قاعدة الاس الصفري

ملاحظات	المثال
	$4^0 = 1$
	$(-5)^0 = 1$
تذكر أن الأس يؤثر فقط على 2	$-2^0 = -1$
شرط القاعدة باستثناء الصفر	0^0 = غير معرف
X , Y لا تساوي صفر	$xy^0 = x \bullet 1 = x$
a, b لا تساوي صفر	$2(ab)^0 = 2(1) = 2$

امثلة قاعدة الضرب

القواعد هي نفسها (كلاهما 3)، لذلك يتم جمع الأسس.	$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
في هذه المشكلة، يمكن كتابة 8 على هيئة 2 مكعب، وبالتالي إنشاء نفس القاعدة لكلا الحدين. $8^3 = 8 \bullet 8 \bullet 8 = 2^3 \bullet 2^3 \bullet 2^3 = 2^9$	$8^3 \times 2^5 = 2^9 \times 2^5 = 2^{14}$
القواعد هي نفسها (كلها x)، لذلك يتم جمع الأسس.	$x^3 \bullet x^5 \bullet x^6 = x^{3+5+6} = x^{14}$
في هذا المثال، المصطلحان لهما نفس الأساس والقوة، مما يجعلهما مصطلحين متشابهين يمكن إضافتهما	$(-5a^5)(2a^2) + 8a^7 =$ $-10a^7 + 8a^7 = -2a^7$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أتحققُ من فهمي:

5) $32^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$ 6) $\sqrt[4]{81 \times 2^4}$ 7) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}}$ 8) $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{5}{4}}$

5) $32^{\frac{1}{3}} x\ 2^{\frac{4}{3}} = (2^5)^{\frac{1}{3}} x\ 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{5}{3}} x\ 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$

6) $\sqrt[4]{81 x 2^4} = \sqrt[4]{3^4} x \sqrt[4]{2^4} = 3x2 = 6$

7) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{3^5}}{\sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3^5}{3^2}} = \sqrt[3]{3^{5-2}} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

8) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{-5}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{-5}{4}} = \frac{2^{-5}}{3^{-5}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$

أبسطُ كلًّا مِنَ العباراتِ الأُسّيةِ الآتيةِ مفترضًا أنَّ أيًّا مِنَ المتغيراتِ لا يساوي صفرًا:

أتحقق من فهمي:

4) $y^{\frac{4}{5}} \times y^{-\frac{9}{5}}$ 5) $\frac{u^{-\frac{7}{2}}}{u^{-4}}$ 6) $(d^{-\frac{2}{3}})^6$

4) $y^{\frac{4}{5}} x\ y^{\frac{-9}{5}} = y^{-1} = \frac{1}{y}$, $\frac{4}{5} + \frac{-9}{5} = \frac{-5}{5} = -1$

5) $\frac{u^{\frac{-7}{2}}}{u^{-4}} = u^{\frac{1}{2}}$,,, $\frac{-7}{2} - \frac{-4}{1} = ,,, \frac{-7}{2} + \frac{4}{1} = \frac{-7+8}{2} = \frac{1}{2}$

6) $(d^{\frac{-2}{3}})^6 = d^{\frac{-12}{3}} = d^{-4} = \frac{1}{d^4}$

أتحققُ من فهمي:

تمثلُ المعادلةُ $A = (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3V)^{\frac{2}{3}}$ مساحةَ سطحِ كرةٍ بالوحداتِ المربعةِ تَمَّ تشكيلُها باستعمالِ مجموعةٍ مِنْ كراتٍ صغيرةٍ حجمُ الواحدةِ مِنْها V وحدةً مكعبةً. أجدُ مساحةَ السطحِ الخارجيِّ للكرةِ الكبيرةِ إذا كانَ حجمُ الكرةِ الصغيرةِ 9 وحداتٍ مكعبةٍ.

$$A= (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3V)^{\frac{2}{3}}$$

$$A= (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3 \ x \ 9)^{\frac{2}{3}}$$

$$A= (4\pi)^{\frac{1}{3}} (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$A= (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3^3)^{\frac{2}{3}}$$

$$A= (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3)^2$$

$A= 9 \text{ x } (4\pi)^{\frac{1}{3}} = 9\sqrt[3]{4\pi} = 21$ وحدة مكعبة

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $25^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$ $=(5^2)^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{4}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{6}{3}} = 5^2 = 25$ جمع وظرب الأسس

2. $\sqrt[6]{64 \times 3^{12}}$ $= \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{3^{12}} = 2^{\frac{6}{6}} \times 3^{\frac{12}{6}} = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

3. $\frac{9^{\frac{5}{2}}}{27^{\frac{2}{3}}}$ $= \frac{9^{\frac{5}{2}}}{(3^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{9^{\frac{5}{2}}}{3^2} = \frac{9^{\frac{5}{2}}}{9^1} = \{\frac{5}{2} - \frac{1}{1}$ توحيد مقامات $= \{\frac{5}{2} - \frac{2}{2} = \frac{3}{2}\}$

$= 9^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{9^3} = \sqrt[2]{729} = 27$

طرح أسس وطرح كسور وتحويل الى جذر

4. $\frac{\sqrt[3]{216}}{36^{-\frac{3}{2}}}$ $= \frac{\sqrt[3]{6^3}}{36^{\frac{-3}{2}}} = \frac{6^{\frac{3}{3}}}{(6^2)^{\frac{-3}{2}}} = \{\frac{3}{3} - -\frac{6}{2}\} = \frac{6+18}{6} = 4$, $= 6^4 = 1296$

5. $\left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}}$ $= \left(\frac{25}{64}\right)^{\frac{-3}{2}} = \left(\frac{64}{25}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{8^2}{5^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{8^3}{5^3} = \left(\frac{8}{5}\right)^3 = \frac{512}{125}$

أبسطُ كلًّا مِنَ العباراتِ الأُسّيةِ الآتيةِ مفترضًا أنَّ أيًّا مِنَ المتغيراتِ لا يساوي صفرًا:

7) $p^{-\frac{3}{4}} \times p^{\frac{11}{4}}$ = جمع كسور $= \{\frac{-3}{4} + \frac{11}{4}\} = \frac{8}{4} = 2$, $= p^2$

8) $\frac{u^{\frac{-8}{3}}}{u^{-3}}$ = طرح كسور وتوحيد مقامات $= = \{\frac{-8}{3} - \frac{-3}{1}\} = \frac{-8--9}{3} = \frac{1}{3} = u^{\frac{1}{3}}$

9) $y^6 \ (y^{\frac{3}{2}})^{-2} = y^6 \ (y^{-3}) = \frac{y^6}{y^3} = y^{6-3} = y^3$

10) $\frac{1}{n^2} . y^{-2} \ (n^{\frac{5}{3}})^6 = \frac{1}{n^2 y^2} . n^{10} = \frac{n^{10}}{n^2} . \frac{1}{y^2} = \frac{n^8}{y^2}$

11) $\frac{w^2 w^{\frac{-9}{2}}}{w^{-3}} = \frac{w^{\frac{-5}{2}}}{w^{-3}} = w^{\frac{1}{2}}$

{جمع وطرح الاسس} $= \frac{2}{1} + \frac{-9}{2} = \frac{-5}{2} = w^{\frac{-5}{2}} = = \frac{-5}{2} - \frac{-3}{1} = \frac{1}{2} = w^{\frac{1}{2}}$

12) $d^{\frac{-1}{2}} + d^{\frac{-3}{2}} = d^{-2} = \frac{1}{d^{-2}}$ معكوس الأسس

{جمع وطرح الاسس} $= \frac{-1}{2} + \frac{-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 = d^{-2}$

13 أعاصيرُ: يستعملُ العلماءُ المعادلةَ $s = \sqrt{9.8d}$ لتقديرِ سرعةِ موجِ البحرِ s بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ في أثناءِ إعصارِ تسونامي، حيثُ d عمقُ الماءِ بالأمتارِ. أقدّرُ سرعةَ الموجةِ حينَ يكونُ عمقُ الماءِ 4000 m

S= $\sqrt[2]{9.8\ d}$

S= $\sqrt[2]{9.8\ (4000)}$

S= $\sqrt{9.8} \times \sqrt{10} \times \sqrt{400}$

S= $20 \times \sqrt{9.8} \times \sqrt{10}$

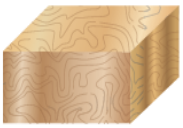
= 198 m/s

أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأجدُ:

14 حجمَ الصُّندوقِ بدلالةِ x.

15 مساحةَ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ الصُّندوقِ إذا كانَتْ $x = 4096$

أستكشفُ



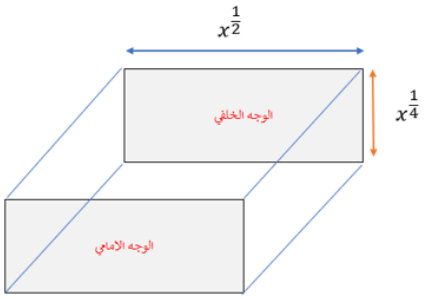
يبيّـنُ الشـكلُ المجـاورُ صُندوقًـا خشـبيًّا مصمّتًـا على شـكلِ متـوازي مسـتطيلاتٍ طولُـهُ $x^{\frac{1}{2}}$ وحـدةٍ، وعرضُـهُ $x^{\frac{1}{3}}$ وحـدةٍ، وارتفاعُـهُ $x^{\frac{1}{4}}$ وحـدةٍ، كيـفَ أجـدُ حجـمَ الصُّنـدوقِ بدلالـةِ المتغيـرِ x؟

أولا الشكل هو عبارة عن متوازي مستطيلات الحجم = الطول x العرضx الارتفاع

$$V = x^{\frac{1}{2}} . \ x^{\frac{1}{3}} . x^{\frac{1}{4}} = \{\text{جمع الاسس}\} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$$

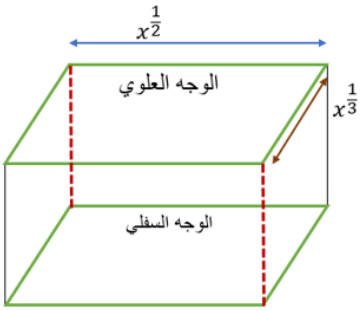
$$= x^{\frac{13}{12}}$$

ثانيا المساحة الكلية : يعني مساحة كل وجه في الشكل (يوجد له 6 أوجه)



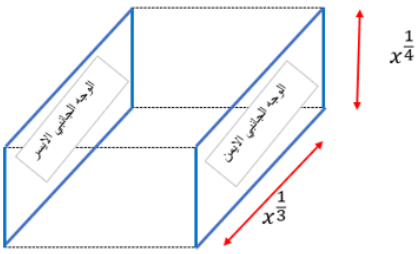
Area 1= $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = X^{\frac{3}{4}}$

جمع الأسس



Area 2= $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = X^{\frac{5}{6}}$

جمع الأسس



Area 3= $x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = X^{\frac{7}{12}}$

جمع الأسس

$$\text{المساحة} = x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{7}{12}}$$

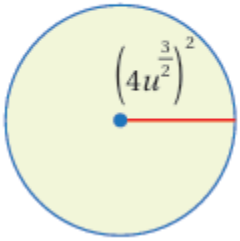
$$= (4096)^{\frac{3}{4}} + (4096)^{\frac{5}{6}} + x(4096)^{\frac{7}{12}} = (8^4)^{\frac{3}{4}} + (4^6)^{\frac{5}{6}} + x(2^{12})^{\frac{7}{12}}$$

$$= 8^3 + 4^5 + 2^7 = 1664$$ نضرب الجواب بالعدد2 لان كل وجه له اثنان

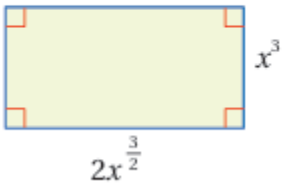
$$= 1664 \text{ x } 2 = 3325$$

هندسةٌ: أجدُ مساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

16



17



مساحة الدائرة $= \pi r^2 =$ {تعويض مباشر} $= \pi((4u^{\frac{3}{2}})^2)^2 =$

$\pi \cdot (4^2)^2 . (u^{\frac{3}{2}})^{2^2} = \pi\ 4^4\ . (u^3)^2 = \pi\ 4^4\ .\ u^6$

$= 256\ \pi$

مساحة المستطيل $= 2x^{\frac{3}{2}} . x^3 =$ جمع الأسس $= 2x^{\frac{9}{2}}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ 4 مقاديرَ مكافئةٍ للمقدارِ $(x^{\frac{2}{3}})^3$

بسط قيمة السؤال

$$(x^{\frac{2}{3}})^3 = x^2$$

اكتب أي قيمة تساوي x^2

$$x^{\frac{6}{3}}\ ,\ (x^{\frac{2}{7}})^7 = (x^{\frac{1}{2}})^4\ ,\ \sqrt{x^4}$$

19 **أكتشفُ الخطأَ:** أبيّنُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وأصحّحُهُ:

$$(-81)^{\frac{3}{4}} = ((-81)^{\frac{1}{4}})^{3} \quad \times$$

$$= (-3)^{3}$$

$$= -27$$

قاعدة مهمة لا تنساها

اذا كانت درجة الجذر عدد زوجي فان المجذور يعني الرقم تحت الجذر لا يجوز ان يكون سالب

$$\sqrt[\text{عدد زوجي}]{-a}$$

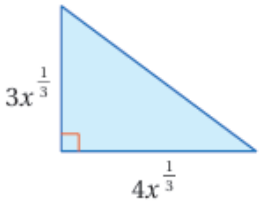
أيضا اذا كان الرقم سالب مرفوع لكسر بسطه موجب (لا يجوز ان يكون الرقم الأساس سالبا)

او حول العدد الاسي للصيغة الجذرية لاكتشاف ذلك

أفكرُ

كيفَ أجـدُ طـولَ الضلعِ الثالثِ فـي المثلثِ لأجدَ المحيطَ؟

20 **تحدٍّ:** أجدُ محيطَ المثلثِ في الشكلِ الآتي.



محيط المثلث = مجموع اضلاعه

يوجد ضلع طول ضلعه مفقود ..... نجده عم طريق نظرية فيثاغورس ومن ثم نجمع الاضلاع الثلاث

ليكن الضلع المفقود = y

$y^2 = (3x^{\frac{1}{3}})^2 + (4x^{\frac{1}{3}})^2 = 9\,x^{\frac{2}{3}} + 16\,x^{\frac{2}{3}} = 25\,x^{\frac{2}{3}}$

اخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Y = \sqrt{25\,x^{\frac{2}{3}}} = 5\sqrt{x^{\frac{2}{3}}} = 5\,(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = 5\;x^{\frac{1}{3}}$

محيط المثلث $= (3x^{\frac{1}{3}})\cdot + (4x^{\frac{1}{3}})\cdot + 5\;(x^{\frac{1}{3}})$ لاحظ كلها نفس الاس

$= (3+4+5)\,(x^{\frac{1}{3}}) = 12\,(x^{\frac{1}{3}})$

21 **أكتبُ** كيفَ أستعملُ قوانينَ الأُسسِ النسبيةِ في إيجادِ قِيَمِ مقاديرَ تحتوي أُسُسًا نسبيةً وتبسيطِها؟

قوانين الأسس النسبية (الضرب و القسمة و قوة القوة و جمع الأسس و طرحها)
طريقة تختصر المقادير التي تحتوي الأسس النسبية الى ابسط صورة