الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

- تعريف المصفوفات
- رمز المصفوفة
- رمز عناصر المصفوفة
- رتبة المصفوفة
- أنواع المصفوفات
- بناء المصفوفة
- تنظيم البينات في المصفوفات و تحليلها

الأفكار و الدروس التي تحتاجها كتأسيس لهذا الدرس (ملحق التأسيس)

- حل معادلة خطية من متغير واحد
- حل معادلتين بمتغيرين عن طريق التعويض و عن طريق الحذف
- حل المعادلة التربيعية
  - معادلة تربيعية من حدين (العامل المشترك – الجذر التربيعي – فرق بين مربعين
  - معادلة تربيعية من 3 حدود معامل x تربيع = 1
  - معادلة تربيعية من 3 حدود معامل x تربيع لا يساوي 1
  - طريقة اكمال المربع
  - استخدام القانون العام

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

تعريف المصفوفة

- هي ترتيب لأعداد او ارقام او مجهول و متغيرات احرف على شكل صفوف واعمدة ويأخذ شكلها شكل المستطيل وتكون محصورة بين قوسين على شكل [ ]
- مثال على المصفوفة

$A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ مصفوفة ارقام مرتبة على شكل صفوف و أعمدة

$B=\begin{bmatrix} x & c & d & k \\ m & a & y & a \\ a & w & s & u \end{bmatrix}$ مصفوفة متغيرات مرتبة على شكل صفوف و أعمدة

$C=\begin{bmatrix} x & 2 & d & 6 \\ \frac{2}{3} & a & y & 3^7 \\ a & w & \sqrt{9} & u \end{bmatrix}$ مصفوفة ارقام و متغيرات مرتبة على شكل صفوف و أعمدة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

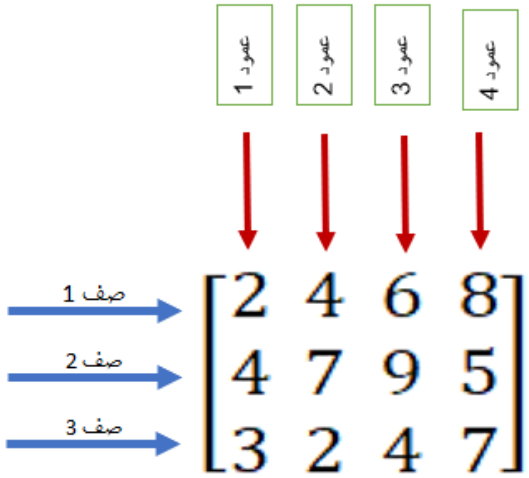
مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

الصف : هو الترتيب الافقي للأرقام او الاحرف

العمود : هو الترتيب العمودي للأرقام او الأحرف

الصف 1 يتكون من الأرقام 2 و4 و 6 و 8

العمود 4 يتكون من الأرقام 8 و 5 و 3



تسمية و رمز المصفوفة

- يرمز للمصفوفة بحرف كبير مثل A,B,C,K, وهكذا ، اذن رمز او اسم المصفوفة هو حرف كبير

$$A=\begin{bmatrix}2 & 4 & 6 & 8\\ 4 & 7 & 9 & 5\\ 3 & 2 & 4 & 7\end{bmatrix}$$

اسم المصفوفة هو A

$$B=\begin{bmatrix}x & c & d & k\\ m & a & y & a\\ a & w & s & u\end{bmatrix}$$

اسم المصفوفة هو B

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

رمز العناصر داخل المصفوفة

- تسمى كل قيمة (رقم او مجهول او حرف) داخل المصفوفة بـ**العنصر** **Element ويرمز لها بحف صغير مثل a , b , c يحدد الحرف الصغير من اسم المجموعة يعني اذا كان اسم المجموعة A فان اسم عناصرها تكون a و اذا كان اسم المجموعة B فان اسم عناصرها تكون b**
- **رمز عناصر المجموعة**
- **رمز عناصر المجموعة**

لاحظ اسم المجموعة A عناصرها تكون a

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{21} & a_{23} \end{bmatrix}$$

لاحظ اسم المجموعة B عناصرها تكون b

$$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{21} & b_{23} \end{bmatrix}$$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

تحديد مكان أي عنصر فى المصفوفة

بمعنى تحديد موقعه (تحديد موقع العنصر) يكون ذلك بعدد الصفوف و عدد الاعمدة .... كيف ؟؟

1- ننظر للعنصر المطلوب تحديد موقعه في المصفوفة

2- نعد باي صف موجود و نكتبه

3- نعد باي عمود يوجد و نكتبه

4- التعبير عن الموقع يكون بكاتبة رقم الصف أولا ثم رقم العمود ثانيا

يرمز لمكان العنصر a = a_{ij}

حيث i = هي رقم الصف **j= رقم العمود**

ما موقع العنصر 5 العنصر 5 يقع في الصف 2 و العمود 3 اذن موقعه هو a_{23}	$A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & y & x & z \end{bmatrix}$
ما موقع العنصر z العنصر z يقع في الصف 3 و العمود 4 اذن موقعه هو a_{34}	
ما موقع العنصر 2 العنصر 2 يقع في الصف 1 و العمود 1 اذن موقعه هو a_{11}	
ما موقع العنصر 0 العنصر 0 يقع في الصف 3 و العمود 1 اذن موقعه هو a_{31}	
ما موقع العنصر x العنصر x يقع في الصف 3 و العمود 3 اذن موقعه هو a_{33}	
ما موقع العنصر 7 العنصر 7 يقع في الصف 2 و العمود 4 اذن موقعه هو a_{24}	

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

رتبة المصفوفة

يمكن التعبير عن المصفوفة بما يسمى الرتبة او رتبة المصفوفة order

يعبر عن رتبة المصفوفة بالتعبير $m \ x \ n$ تقرا M في N

حيث m هي عدد الصفوف n هي عدد الاعمدة

مثال ما هي رتبة المصفوفة التالية

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

الرتبة هي

$$A(m \ x \ n)$$

$$A(3 \ x \ 4)$$

مصفوفة عدد الصفوف فيها 3 و عدد الاعمدة 4 اذن الرتبة

$$3 \ x \ 4$$

- ملاحظة (حتى لا يكون هناك أي التباس):
  - ❖ رتبة المجموعة او موقع العنصر كلاهما يتم تحديده بعدد الصفوف و عدد الاعمدة
  - ❖ العناصر تكون بالداخل و لها موقع يحدد برقم الصف ورقم العمود (موقع)

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

❖ **رتبة المجموعة العدد الكامل للصفوف X العدد الكامل للأعمدة**

حساب : عدد عناصر أي مصفوفة يساوي حاصل ضرب عدد الصفوف في عدد الاعمدة يعني mxn

- **أسئلة و إجابات**

استعمل المصفوفة للإجابة على

$$S=\begin{bmatrix}2 & 4 & 6 & 8\\ 1 & 3 & 5 & 7\\ 0 & y & x & z\end{bmatrix}$$

ما هو رمز المصفوفة	S	**رمز المصفوفة هو الحرف الكبير**						
ما هي رتبة المصفوفة	3x4	**عدد الصفوف X عدد الاعمدة** $[mxn]$						
اين يقع العنصر	8	يقع في صف	1	يقع في عمود	4	يرمز له	s_{14}	
اين يقع العنصر	5	يقع في صف	2	يقع في عمود	3	يرمز له	s_{23}	
اين يقع العنصر	0	يقع في صف	3	يقع في عمود	1	يرمز له	s_{31}	
اين يقع العنصر	y	يقع في صف	3	يقع في عمود	2	يرمز له	s_{32}	
اين يقع العنصر	z	يقع في صف	3	يقع في عمود	4	يرمز له	s_{34}	
ما قيمة العنصر	s_{21}	الصف رقم	2	والعمود رقم	1	قيمته	1	
ما قيمة العنصر	s_{33}	الصف رقم	3	والعمود رقم	3	قيمته	x	

قارن بين موقع العنصر z و رتبة المجموعة	**موقع العنصر** s_{3x4} **رتبة المصفوفة** S_{3X4} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة	نفس الرتبة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس 1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على								$R = [1\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ -8]$
ما هو رمز المصفوفة	R	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	1X5	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
اين يقع العنصر	5	يقع في صف	1	يقع في عمود	3	يرمز له	r_{1x3}	
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	1	يقع في عمود	2	يرمز له	r_{1x2}	
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	1	يقع في عمود	4	يرمز له	r_{1x4}	
اين يقع العنصر	-8	يقع في صف	1	يقع في عمود	5	يرمز له	r_{1x5}	
ما قيمة العنصر	r_{22}	الصف رقم	لا يوجد	والعمود رقم	2	قيمته	لا يوجد	
ما قيمة العنصر	r_{12}	الصف رقم	1	والعمود رقم	2	قيمته	4	
قارن بين موقع العنصر -8 و رتبة المجموعة		موقع العنصر r_{15} رتبة المصفوفة R_{15} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة						نفس الرتبة

استعمل المصفوفة للإجابة على								$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	C	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	5X1	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	4	يقع في عمود	1	يرمز له	c_{41}	
اين يقع العنصر	3	يقع في صف	2	يقع في عمود	1	يرمز له	c_{21}	
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	c_{11}	
اين يقع العنصر	$\sqrt{5}$	يقع في صف	5	يقع في عمود	1	يرمز له	c_{5x1}	
ما قيمة العنصر	c_{12}	الصف رقم	لا يوجد	والعمود رقم	لا يوجد	قيمته	لا يوجد	
ما قيمة العنصر	c_{41}	الصف رقم	4	والعمود رقم	1	قيمته	4	
قارن بين موقع العنصر $\sqrt{5}$ و رتبة المجموعة		موقع العنصر c_{5X1} رتبة المصفوفة C_{5X1} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة						نفس الرتبة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على							$N=[7]$	
ما هو رمز المصفوفة	N	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	1x1	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
اين يقع العنصر	2	يقع في صف	لا يوجد	يقع في عمود	لا يوجد	يرمز له		
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	لا يوجد	يقع في عمود	لا يوجد	يرمز له		
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	لا يوجد	يقع في عمود	لايوجد	يرمز له		
اين يقع العنصر	7	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	n_{1x1}	
ما قيمة العنصر	n_{1x2}	الصف رقم	1	والعمود رقم	لايوجد	قيمته		
ما قيمة العنصر	n_{2x1}	الصف رقم	لايوجد	والعمود رقم	1	قيمته		
ما قيمة العنصر	n_{1x1}	الصف رقم	1	والعمود رقم	1	قيمته	7	
قارن بين موقع العنصر 7 و رتبة المجموعة		**موقع العنصر n_{1x1}** **رتبة المصفوفة N_{1X1}** دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة						نفس الرتبة

استعمل المصفوفة للإجابة على							$Z\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$	
ما هو رمز المصفوفة	Z	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	3x3	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
اين يقع العنصر	0	يقع في صف	في الكل	يقع في عمود	في الكل	يرمز له	z_{13}	
اين يقع العنصر	0	يقع في صف	في الكل	يقع في عمود	في الكل	يرمز له	z_{23}	
اين يقع العنصر	0	يقع في صف	في الكل	يقع في عمود	في الكل	يرمز له	z_{33}	
ما قيمة العنصر	z_{11}	الصف رقم	1	والعمود رقم	1	قيمته	0	
ما قيمة العنصر	z_{33}	الصف رقم	3	والعمود رقم	3	قيمته	0	
تسمى المصفوفة الصفرية كل عناصرها تساوي صفر (مكان الصفر هو كل الأماكن المحتملة) عنما يتكرر قيمة العنصر اختار أي موقع الفمية دائما صفر								

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على	$H\begin{bmatrix}3 & 5 & 9 & 2\\4 & 6 & 8 & 1\end{bmatrix}$						
ما هو رمز المصفوفة	H	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير					
ما هي رتبة المصفوفة	2x4	عدد الصفوف x عدد الاعمدة $[mxn]$					
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	2	يقع في عمود	2	يرمز له	h_{22}
اين يقع العنصر	9	يقع في صف	1	يقع في عمود	3	يرمز له	h_{13}
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	2	يقع في عمود	1	يرمز له	h_{21}
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	2	يقع في عمود	4	يرمز له	h_{24}
ما قيمة العنصر	h_{22}	الصف رقم	2	والعمود رقم	2	قيمته	6
ما قيمة العنصر	h_{23}	الصف رقم		والعمود رقم		قيمته	8
قارن بين موقع العنصر 1 و رتبة المجموعة	موقع العنصر h_{24} رتبة المصفوفة H_{24} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة						نفس الرتبة

استعمل المصفوفة للإجابة على	$V\begin{bmatrix}3 & 5\\4 & 6\\1 & 2\\7 & 8\end{bmatrix}$						
ما هو رمز المصفوفة	V	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير					
ما هي رتبة المصفوفة	4x2	عدد الصفوف x عدد الاعمدة $[mxn]$					
اين يقع العنصر	2	يقع في صف	3	يقع في عمود	2	يرمز له	v_{32}
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	3	يقع في عمود	1	يرمز له	v_{31}
اين يقع العنصر	7	يقع في صف	4	يقع في عمود	1	يرمز له	v_{41}
اين يقع العنصر	8	يقع في صف	4	يقع في عمود	2	يرمز له	v_{42}
ما قيمة العنصر	v_{12}	الصف رقم	1	والعمود رقم	2	قيمته	4
ما قيمة العنصر	v_{21}	الصف رقم	2	والعمود رقم	1	قيمته	5
قارن بين موقع العنصر 8 و رتبة المجموعة	موقع العنصر v_{42} رتبة المصفوفة V_{42} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة						نفس الرتبة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس 1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على							$D\begin{bmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&6\end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	D	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير					
ما هي رتبة المصفوفة	3x3	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$					
اين يقع العنصر	2	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	d_{11}
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	2	يقع في عمود	2	يرمز له	d_{22}
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	3	يقع في عمود	3	يرمز له	d_{33}
ما قيمة العنصر	d_{11}	الصف رقم	1	والعمود رقم	1	قيمته	2
ما قيمة العنصر	d_{32}	الصف رقم	3	والعمود رقم	2	قيمته	0
قارن بين موقع العنصر6 و رتبة المجموعة		موقع العنصر d_{33} رتبة المصفوفة D_{33} دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة					نفس الرتبة
مواقع العنصر 0 هي		$d_{12}\ d_{13}\ d_{21}\ d_{23}\ d_{31}\ d_{32}$					

استعمل المصفوفة للإجابة على							$U\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	U	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير					
ما هي رتبة المصفوفة	3X3	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$					
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	u_{11}
		يقع في صف	2	يقع في عمود	2	يرمز له	u_{22}
		يقع في صف	3	يقع في عمود	3	يرمز له	u_{33}
ما قيمة العنصر	u_{31}	الصف رقم	3	والعمود رقم	1	قيمته	0
ما قيمة العنصر	u_{22}	الصف رقم	2	والعمود رقم	2	قيمته	1

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس 1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على	$T\begin{bmatrix}2&1&3\\0&4&5\\0&0&6\end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	T
	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير
ما هي رتبة المصفوفة	3x3
	عدد الصفوف x عدد الاعمدة $[mxn]$
اين يقع العنصر	2 يقع في صف 1 يقع في عمود 1 يرمز له t_{11}
اين يقع العنصر	4 يقع في صف 2 يقع في عمود 2 يرمز له t_{22}
اين يقع العنصر	5 يقع في صف 2 يقع في عمود 3 يرمز له t_{23}
اين يقع العنصر	3 يقع في صف 1 يقع في عمود 3 يرمز له t_{13}
اين يقع العنصر	6 يقع في صف 3 يقع في عمود 3 يرمز له t_{33}
ما قيمة العنصر	t_{32} الصف رقم 3 والعمود رقم 2 قيمته 0
ما قيمة العنصر	t_{31} الصف رقم 3 والعمود رقم 1 قيمته 0
قارن بين موقع العنصر 6 و رتبة المجموعة	**موقع العنصر t_{33}** **رتبة المصفوفة T_{33}** دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة نفس الرتبة

استعمل المصفوفة للإجابة على	$L\begin{bmatrix}1&0&0\\2&3&0\\4&5&6\end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	L
	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير
ما هي رتبة المصفوفة	3X3
	عدد الصفوف x عدد الاعمدة $[mxn]$
اين يقع العنصر	1 يقع في صف 1 يقع في عمود 1 يرمز له t_{11}
اين يقع العنصر	2 يقع في صف 2 يقع في عمود 1 يرمز له t_{21}
اين يقع العنصر	3 يقع في صف 2 يقع في عمود 2 يرمز له t_{22}
اين يقع العنصر	4 يقع في صف 1 يقع في عمود 3 يرمز له t_{13}
اين يقع العنصر	6 يقع في صف 3 يقع في عمود 3 يرمز له t_{33}
ما قيمة العنصر	l_{13} الصف رقم 1 والعمود رقم 3 قيمته 4
ما قيمة العنصر	l_{12} الصف رقم 1 والعمود رقم 2 قيمته 2
قارن بين موقع العنصر 6 و رتبة المجموعة	**موقع العنصر l_{33}** **رتبة المصفوفة L_{33}** دائما اخر عنصر بالمصفوفة يكون موقعه = رتبة المصفوفة نفس الرتبة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استعمل المصفوفة للإجابة على	$F\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{bmatrix}$

ما هو رمز المصفوفة	F	**رمز المصفوفة هو الحرف الكبير**						
ما هي رتبة المصفوفة	3X3	**عدد الصفوف X عدد الاعمدة** $[mxn]$						
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	f_{11}	
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	2	يقع في عمود	2	يرمز له	f_{22}	
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	3	يقع في عمود	3	يرمز له	f_{33}	
ما قيمة العنصر	f_{33}	الصف رقم	3	والعمود رقم	3	قيمته	6	
ما قيمة العنصر	f_{11}	الصف رقم	1	والعمود رقم	1	قيمته	1	
مواقع العنصر 2 هي		f_{12} f_{21}						
مواقع العنصر 3 هي		f_{13} f_{31}						
مواقع العنصر 5 هي		f_{23} f f_{32}						

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

استنتاج مهم في المصفوفات

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

1- دائما العنصر الأخير في المصفوفة يكون موقعه مساوي لرتبة المجموعة

❖ **العنصر الأخير هو** a_{33} يساوي A_{33}

2- يوجد للمجوعة قطر و يكون فيها دائما عدد الاعمدة = عدد الصفوف

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & & \\ & a_{22} & \\ & & a_{33} \end{bmatrix}$$

سؤال : ما هو العنصر داخل المجموعة يكون موقعه (رقم الصف و رقم العمود) مساوي لرتبة المجموعة

الجواب : العنصر الأخير دائما يكون موقعه مساوي لرتبة المجموعة

$$A_{3X3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

سؤال : ما هي العناصر التي تتساوى فيها عدد الصفوف مع عدد الاعمدة

الجواب : كل العناصر التي تقع على القطر 0 من اليسار الى اليمين)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & & \\ & a_{22} & \\ & & a_{33} \end{bmatrix}$$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

أنواع المصفوفات و رتبة كل نوع

1- مصفوفة صف Raw Matrix (يوجد صف واحد فقط ويوجد عدد من الاعمدة)

استعمل المصفوفة للإجابة على	$R = [1\ \ 4\ \ 5\ \ 6 - 8]$							
ما هو رمز المصفوفة	R	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	1X5	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
ما نوع المصفوفة	مصفوفة صف لان فيها صف واحد فقط							
اين يقع العنصر	5	يقع في صف	1	يقع في عمود	3	يرمز له	r_{1x3}
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	1	يقع في عمود	2	يرمز له	r_{1x2}
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	r_{1x1}
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	1	يقع في عمود	4	يرمز له	r_{1x4}
اين يقع العنصر	-8	يقع في صف	1	يقع في عمود	5	يرمز له	r_{1x5}
ما قيمة العنصر	r_{22}	الصف رقم	لا يوجد	والعمود رقم	2	قيمته	لا يوجد
ما قيمة العنصر	r_{12}	الصف رقم	1	والعمود رقم	2	قيمته	4
اذا كان عدد الصفوف m وعدد الاعمدة n فان مصفوفة الصف تتكون من صف واحد و اكثر من عمود $(m > n)$								

دائما موقع الصف = 1 فمثلا في مصفوفة الصف اذا اعطى قيمة لموقع الصف اكثر من واحد يكون العنصر غير موجود

في المثال السابق سال عن قيمة العنصر الذي موقعه r_{22}

لاحظ طلب صف رقم 2 و هذا أصلا غير موجود لان المصفوفة تتكون فقط من صف واحد

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

2- مصفوفة عمود column Matrix (يوجد عمود واحد فقط ويوجد عدد من

استعمل المصفوفة للإجابة على

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$$

ما هو رمز المصفوفة	C	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير						
ما هي رتبة المصفوفة	5X1	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$						
ما نوع المصفوفة	مصفوفة عمود لان فيها عمود واحد فقط							
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	4	يقع في عمود	1	يرمز له	c	
اين يقع العنصر	3	يقع في صف	2	يقع في عمود	1	يرمز له	c	
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	c	
اين يقع العنصر	$\sqrt{5}$	يقع في صف	5	يقع في عمود	1	يرمز له	c_{5x1}	
ما قيمة العنصر	c_{12}	الصف رقم	1	والعمود رقم	لا يوجد	قيمته	لايوجد	
ما قيمة العنصر	c_{41}	الصف رقم	4	والعمود رقم	1	قيمته	4	

اذا كان عدد الصفوف m وعدد الاعمدة n فان مصفوفة العمود تتكون من عمود واحد و اكثر من صف (m < n)

دائما موقع العمود = 1 فمثلا في مصفوفة العمود اذا اعطى قيمة لموقع العمود اكثر من واحد يكون العنصر غير موجود

في المثال السابق سال عن قيمة العنصر الذي موقعه c_{12}

لاحظ طلب عمود رقم 2 و هذا أصلا غير موجود لان المصفوفة تتكون فقط من عمود واحد

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

3- مصفوفة مربعة Square Matrix (تكون عدد الصفوف فيها مساوية لعدد الاعمدة $(m = n)$

استعمل المصفوفة للإجابة على	$F\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{bmatrix}$

ما هو رمز المصفوفة	F	رمز المصفوفة هو الحرف الكبير					
ما هي رتبة المصفوفة	3X3	عدد الصفوف X عدد الاعمدة $[mxn]$					
ما نوع المصفوفة	مصفوفة مربعة لان عدد الصفوف = عدد الاعمدة						
اين يقع العنصر	1	يقع في صف	1	يقع في عمود	1	يرمز له	f_{11}
اين يقع العنصر	4	يقع في صف	2	يقع في عمود	2	يرمز له	f_{22}
اين يقع العنصر	6	يقع في صف	3	يقع في عمود	3	يرمز له	f_{33}
ما قيمة العنصر	f_{33}	الصف رقم	3	والعمود رقم	3	قيمته	6
ما قيمة العنصر	f_{11}	الصف رقم	1	والعمود رقم	1	قيمته	1
اذا كان عدد الصفوف m وعدد الاعمدة n فان مصفوفة المربعة تكون فيها عدد الصفوف = عدد الاعمدة $(m = n)$							

$K\begin{bmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&5&4&3&2&1\\7&8&9&0&1&2\\2&1&0&9&8&7\\1&3&5&7&9&0\\0&9&1&2&8&3\end{bmatrix}$	$K\begin{bmatrix}1&3&6&8&9\\8&6&8&9&0\\5&3&6&2&1\\3&6&8&0&2\\2&4&6&8&0\end{bmatrix}$	$Q\begin{bmatrix}1&2&4&6\\3&5&7&9\\8&5&7&3\\1&3&5&7\end{bmatrix}$	$F\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{bmatrix}$
مصفوفة مربعة 6X6	مصفوفة مربعة 5X5	مصفوفة مربعة 4X4	مصفوفة مربعة 3x3

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

4- المصفوفة الصفرية Zero Matrix (تكون قيمة عناصرها = صفر)

استعمل المصفوفة للإجابة على :		$Z\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$
ما هو رمز المصفوفة	Z	
ما هي رتبة المصفوفة	3X3	
ما نوع المصفوفة	صفرية مربعة	يمكن القول انها مربعة وصفرية (مربعة لان عدد الصفوف = عدد الاعمدة 3X3 وصفرية لان جميع عناصرها = صفر

5- مصفوفة (العنصر الوحيد) Singleton Matrix(صف واحد فقط وعمود واحد فقط) تسمى أيضا المصفوفة المفردة

إذا احتوت المصفوفة على عنصر واحد فقط، تُسمى مصفوفة مفردة. وبالتالي، فإن

A = [aij] (mxn)

هي مصفوفة مفردة إذا كانت m = n = 1. على سبيل المثال، [2]، [3]، [a]، [–3] هي مصفوفات مفردة.

استعمل المصفوفة للإجابة على :		$N = [7]$
ما هو رمز المصفوفة	N	الحرف الكبير هو اسم المجموعة
ما هي رتبة المصفوفة	(mxn)	عدد الصفوف X عدد الاعمدة 1X1
ما نوع المصفوفة		مصفوفة العنصر الوحيد
اين يقع العنصر	7	يقع في الصف (1) و العمود(1) ويرمز له n_{11}
اين يقع العنصر	3	غير موجود في المصفوفة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

7- مصفوفة (الوحدة) او المحايدة

- إذا كانت جميع عناصر قطر رئيسي في مصفوفة قطرية تساوي 1، فإنها تُسمى مصفوفة وحدة
- . يُرمز لمصفوفة الوحدة من الرتبة n بالرمز I_n. وبالتالي، تكون المصفوفة المربعة A = [aij] n×n

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- من اهم المصفوفات في الوحدة
- هي مصفوفة مربعة
- قطرها الرئيسي عناصره = 1
- باقي العناصر = 0
- رمزها I

- عملها يشبه عمل يشبه عمل 1 عند ضربه باي عدد حقيقي
- ضرب العدد 1 باي عدد حقيقي = العدد الحقيقي نفسه
- ضرب المصفوفة المحايدة I باي مصفوفة أخرى (من نفس الرتبة) = المصفوفة نفسها

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

المصفوفتان المتساويتان equal matrices

يوجد شرطين لكي نقول ان المصفوفتان متساويتان

❖ يُقال إن مصفوفتين A وB متساويتان إذا كانتا **من نفس الرتبة** ، أي:

(أ) أي أن عدد الصفوف في A يساوي عدد الصفوف في B.

(ب) أي أن عدد الأعمدة في A يساوي عدد الأعمدة في B.

❖ يُقال إن مصفوفتين A وB متساويتان إذا كانتا **وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية،**

- كل عنصرين متقابلين متساويين (العنصر في المصفوفتين الذي يحمل نفس رقم الصف و رقم العمود يجب ان يكونان متساويان

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

رتبة المجموعة A هي 3X3

رتبة المجموعة B هي 3X3

بالنظر نجد كل عنصر في مجموعة A يساوي نظيره في المجموعة B

اذن نستطيع القول بان المجموعتان متساويتان

$a_{11} = b_{11} = 3$ $a_{12} = b_{12} = 5$ $a_{13} = b_{13} = 7$	$a_{21} = b_{21} = 2$ $a_{22} = b_{22} = 4$ $a_{23} = b_{23} = 6$	$a_{31} = b_{31} = 8$ $a_{32} = b_{32} = 4$ $a_{33} = b_{33} = 9$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

التطبيق المهم على المصفوفات المتساوية
إيجاد عنصر مجهول في احدى المصفوفتين باستخدام حل المعادلة الخطية

السؤال الأول

حدد اذا ما كانت المصفوفات التالية متساوية ام لا و اذكر السبب

A	B	متساوية	السبب
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$	لا	ليست من نفس الرتبة A= 2X3 B =3X2
$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	نعم	لهما نفس الرتبةA3X3 =B 3X3 العناصر المتناظرة متساوية
$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$	نعم	لهما نفس الرتبةA2X2 =B 2X2 العناصر المتناظرة متساوية
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 6 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 5 & 1 \end{bmatrix}$	لا	لهما نفس الرتبة لكن يوجد عناصر متناظرة غير متساوية $a_{23} \neq b_{23}$ $6 \neq 5$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 9 & 0 & 8 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 9 & 0 & 8 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	لا	لهما نفس الرتبة لكن يوجد عناصر متناظرة غير متساوية $a_{22} \neq b_{22}$ $9 \neq 1$ $a_{34} \neq b_{34}$ $2 \neq 3$ $a_{41} \neq b_{41}$ $5 \neq 2$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

السؤال الثاني : انتبه لصيغة السؤال

إذا كانت: $\begin{bmatrix} 2 & 10 \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x+1 \\ 3y+10 & 1 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كلٍّ من x، و y.

يعني السؤال يقول ان المصفوفتين متساويتان وهذا يعني ان لهم نفس الرتبة و العناصر المتناظرة متساوية

لإيجاد المجهول نشكل معادلة خطية بسيطة

السؤال ابلغنا و اعلمنا انهما متساويتان و قد يشير السؤال الى أي عبارة تفيد المساواة

مثل وضع إشارة مساواة

او يذكر متساويتان

او المصفوفة A تساوي المصفوفة B

1) *x*+1=10

x= 10-1 ,,, X = 9

2) 3y+10=y

- 3y-y=-10
- 2y=-10
- Y= -5

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

بناء المصفوفة و تنظيم البينات في المصفوفات و تحليلها

لكي نبني مصفوفة يجب ان نعرف رتبة المصفوفة

- حدد عدد الصفوف
- حدد عدد الاعمدة
- يجب ان يكون هناك علاقة لإيجاد قيمة العناصر

مثال

أنشئ مصفوفة من الرتبة 3x4 رمزها A و عناصرها a_{ij} حيث i هو رقم الصف و j هو رقم العمود و العلاقة هي aij = 2i + 3j

الإجابة

1- عدد الصفوف = 3

2- عدد الاعمدة = 4

3- ابني المصفوفة و التي رمزها A (3 صفوف و 4 أعمدة)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

4- جد قيمة العناصر بناءا على العلاقة

عوض رقم الصف و رقم العمود a_{11} = 2(i)+3(j) = 2(1)+3(1)=5

a_{12} = 2(i)+3(j) = 2(1)+3(2)=2+6=8

a_{13} = 2(i)+3(j) = 2(1)+3(3)=2+9=11

a_{14} = 2(i)+3(j) = 2(1)+3(4)=2+12=14

a_{21} = 2(i)+3(j) = 2(2)+3(1)=4+3=7

a_{22} = 2(i)+3(j) = 2(2)+3(2)=4+6=10

a_{23} = 2(i)+3(j) = 2(2)+3(3)=4+9=13

a_{24} = 2(i)+3(j) = 2(2)+3(4)=4+12=16

a_{31} = 2(i)+3(j) = 2(3)+3(1)=6+3=9

a_{32} = 2(i)+3(j) = 2(3)+3(2)=6+6=12

a_{33} = 2(i)+3(j) = 2(3)+3(3)=6+9=15

a_{34} = 2(i)+3(j) = 2(3)+3(4)=6+12=18

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 11 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 16 \\ 9 & 12 & 15 & 18 \end{bmatrix}$$

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

تنظيم البينات في المصفوفات و تحليلها

تنظيم البينات في مصفوفة يسهل عملية التحليل وتفسير البينات الموجودة في المصفوفة وعملية جمع صف معين او عمود معين قد يعطي دلالات مهمة تفيد المحللين

أولا : تنظيم البينات

- من خلال صيغة السؤال يجب ان نحدد عدد المعطيات المطلوبة و هل هذه المعطيات مطلوب تنظيمها في صف او عمود (من هنا نعرف عدد الصفوف و عدد الاعمدة)
- من خلال صيغة السؤال : المطلوب وضع المعلومات في صف معين او عمود
- تشكيل المصفوفة و قد يطلب مجموع كل صف او كل عمود او ترتيب صف معين تنازليا او تصاعديا
- الإجابة على أسئلة التفسير و التحليل

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

مثال الكتاب

مثال 3 : من الحياة

بيانات: يُبيِّن الجـدول المجاور الأطـوال والكتـل والأعمـار والصفوف الدراسـية للشقيقات الثـلاث هديـل وهبـه ولانا في إحدى المدارس:

	الصف الدراسي	العمر (year)	الكتلة (kg)	الطول (cm)
هديل	5	10	38	135
هبه	9	14	50	155
لانا	6	12	45	145

قبل البدء بالإجابة عن الأسئلة

نلاحظ ما يلي

- عدد الصفوف 3 (هديل – هبة – لانا)
- عدد الاعمدة 4 (الطول – الكتلة – العمر – الصف الدراسي)
- رتبة المصفوفة 3X4

1 أُرتِّب هـذه البيانات في مصفوفة رتبتها 3 × 4، بحيث يُمثِّل الطول والكتلة والعمر والصف الدراسي صفوف المصفوفة.

- السؤال يطلب عدد الصفوف 4 وعدد أعمدة 3

نشكل مصفوف من صفوف و أعمدة

الطول

الكتلة

العمر

الصف

انتبه طلب تسمية الصفوف بالترتيب

الصف الأول الطول

الصف الثاني الكتلة

الصف الثالث العمر

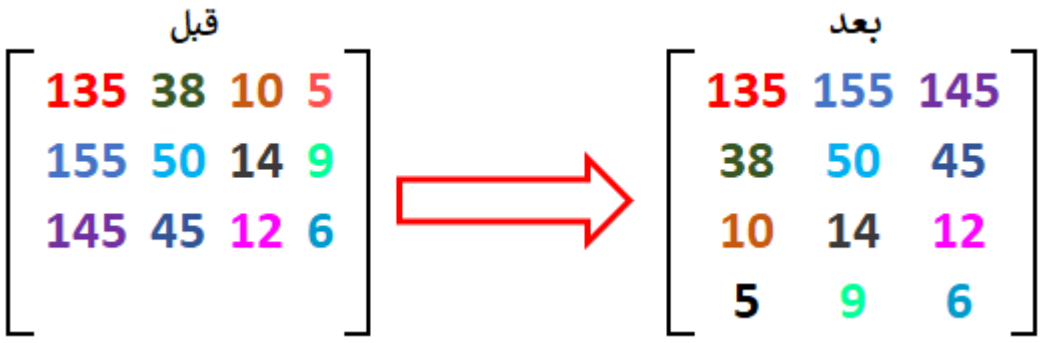
الصف الرابع الصف المدرسي

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

بمعنى ان الاعمدة ال 4 (الطول – الكتلة – العمر – الصف الدراسي) تتحول الى صفوف

فتصبح المصفوفة كما يلي

$$\begin{bmatrix} 135 & 155 & 145 \\ 38 & 50 & 45 \\ 10 & 14 & 12 \\ 5 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$



لاحظ تم تحويل الاعمدة الى صفوف لان السؤال طلب ذلك

هذه العملية تسمى (مدور المصفوفة او المصفوفة المنقولة) بمعنى تم تبديل صفوفها الى أعمدة و العمدة الى صفوف و يرمز لها دائما A^T

T: mean TRANSPOSE OF A MATRIX

نقل مصفوفة

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

2 أجد مجموع عناصر الصف الأوَّل، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

مجموع عناصر الصف الأوَّل هو 435، وهذا المجموع يُمثِّل مجموع أطوال الشقيقات الثلاث.

3 أجد مجموع عناصر الصف الرابع، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

مجموع عناصر الصف الرابع هو20، وهذا المجموع لا يُمثِّل شيئًا ذا معنى.

4 هل إيجاد الوسط الحسابي لعناصر الصف الثاني يُقدِّم بيانات ذات معنى؟ أُبرِّر إجابتي.

نعم؛ لأنَّه يدلُّ على الوسط الحسابي لكتل الشقيقات الثلاث.

أُفكِّر

أُعيد كتابة المصفوفة بحيث تكون الكتل مُرتَّبة ترتيبًا تنازليًّا.

عندما يطلب الترتيب لعنصر ما ننقله و ننقل كامل العمود معه

عندما نقلنا 50 للبداية نقلنا معها 155 و 14 و 9 (كامل العمود يتم نقله)

ترتيب الكتل تنازلي

135	155	145	الطول
38	50	45	الكتلة
10	14	12	العمر
5	9	6	الصف

155	145	135	الطول
50	45	38	الكتلة
14	12	10	العمر
9	6	5	الصف

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

اتحقق من فهمي

أتحقَّق من فهمي

أستعمل المصفوفة: $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$ للإجابة عن الأسئلة الآتية:

a) ما رتبة المصفوفة B؟

b) ما قيمة كلٍّ من العنصر b_{24} والعنصر b_{13}؟

c) أين يقع العنصر الذي قيمته -3؟

رتبة المصفوفة B	عدد الصفوف X عدد الاعمدة	2 X 4
قيمة العنصر b_{24}	يقع في الصف 2 و العمود 4 هو العدد	-5
قيمة العنصر b_{13}	يقع في الصف 1 و العمود 3 هو العدد	0
يقع العنصر -3	يقع في الصف 2 و العمود 3 ويرمز له	b_{23}

أتحقَّق من فهمي

أُحدِّد النوع والرتبة لكل مصفوفة ممّا يأتي:

a) $D = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 6 & 4 & 0 \\ 12 & 9 & 5 \end{bmatrix}$

b) $E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $F = [-4 \quad 0 \quad -2 \quad 1 \quad 0]$

المصفوفة	الرتبة	النوع
D	3X3	مصفوفة مربعة $(m = n)$
E	2x3	مصفوفة صفرية كل عناصرها = صفر
F	1x5	مصفوفة صف تتكون من صف و اكثر من عمود

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

d) إذا كانت: $\begin{bmatrix} 3x-2 & 8 \\ 2 & 2x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 2 & 18 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كلٍّ من x، و y.

بما ان المصفوفتان متساويتان اذن كل عنصريين متناظرين متساوين

- 3x -2 = 13
  3x = 13 + 2
  3x = 15
  X = 5

- 2x + 4y = 18
  2(5) + 4y = 18
  10 + 4y = 18
  4y = 18 – 10
  4y = 8
  Y = 2

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

أتحقَّق من فهمي

سياحة: يُبيِّن الجدول المجاور نتائج استطلاع آراء عيِّنات من سُكّان ثلاث قرى متجاورة بخصوص مشروع سياحي يُراد إقامته في موقع يتوسَّط هذه القرى:

	مُحايِد	مُعارِض	مُؤيِّد
القرية A	70	130	800
القرية B	40	250	460
القرية C	200	700	1300

(a) أُرتِّب هذه البيانات في مصفوفة صفوفها القرى؛ على أنْ يكون عدد المُؤيِّدين مُرتَّبًا ترتيبًا تصاعديًّا.

(b) أجد مجموع عناصر الصف الأوَّل، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

(c) أجد مجموع عناصر العمود الثاني، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

(d) هل إيجاد الوسط الحسابي لعناصر العمود الثاني يُقدِّم بيانات ذات معنى؟ أُبرِّر إجابتي.

قبل الإجابة

- نلاحظ الجدول يتكون من 3 صفوف (القرية A و القريةB و القرية C)
- يتكون من 3 أعمدة (مؤيد ، معارض ، محايد)

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

a) أُرتِّب هذه البيانات في مصفوفة صفوفها القرى؛ على أنْ يكون عدد المُؤيِّدين مُرتَّبًا ترتيبًا تصاعديًّا.

لنحول الجدول الى مصفوفة كما هي ثم نرتب عمود المؤيدين من الأصغر الى الأكبر

مؤيد	معارض	محايد
800	130	70
460	250	40
1300	700	200

تصاعدي

مؤيد	معارض	محايد
460	250	40
800	130	70
1300	700	200

b) أجد مجموع عناصر الصف الأوَّل، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

800	130	70	1,000.00

المجموع 1000

الرقم يمثل العدد الكلى للأشخاص الذين تم اخذ رايهم من القرية A

c) أجد مجموع عناصر العمود الثاني، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

المجموع 1080 و يمثل الرقم عدد المعارضين في الثلاث قرى

معارض
130
250
700
1,080.00

d) هل إيجاد الوسط الحسابي لعناصر العمود الثاني يُقدِّم بيانات ذات معنى؟ أُبرِّر إجابتي.

الوسط الحسابي هو مجموع العناصر مقسوم على عددها

الوسط الحسابي للعمود الثاني = $\frac{130+250+700}{3}$ = $\frac{1080}{3}$ = 360

لا يقدم أي بينات ذات معنى لأنه يفيد كمقارنة مع الأرقام الأخرى

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

أتدرّب وأحُلّ المسائل

أُحدِّد رتبة كل مصفوفة ممّا يأتي:

1) $\begin{bmatrix} 6 & 10 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -4 \\ 1 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \\ -4 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix}$

المصفوفة	الرتبة	النوع	
1	1X2	مصفوفة صف	تتكون من صف و اكثر من عمود
2	3X3	مصفوفة مربعة	عدد الصفوف = عدد الاعمدة
3	1X4	مصفوفة عمود	تتكون من عمود و اكثر من صف
4	1X1	مصفوفة العنصر الوحيد	تتكون من عنصر واحد (عدد الصفوف = عدد الاعمدة = 1

إذا كانت: $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 9 & 8 \\ 7 & -3 & 5 & 12 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كل عنصر ممّا يأتي:

5) a_{31}

6) a_{23}

7) a_{14}

العنصر			
a_{31}	العنصر الذي يقع في الصف 3 و العمود 1	قيمته	7
a_{23}	العنصر الذي يقع في الصف 2 و العمود 3	قيمته	9
a_{14}	العنصر الذي يقع في الصف 1 و العمود 4	قيمته	-2
a_{34}	العنصر الذي يقع في الصف 3 و العمود 4	قيمته	12

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

8 أُحدِّد موقع العنصر الذي قيمته 8 في المصفوفة: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 7 & 4 \\ 6 & 8 & 0 \\ 5 & -6 & 9 \end{bmatrix}$.

العنصر 8 يقع في الصف الثالث و العمود الثاني =

$$b_{32}$$

أُحدِّد النوع والرتبة لكل مصفوفة ممّا يأتي:

9 $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$

10 $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$

11 $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

12 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

الرقم	المصفوفة	الرتبة	النوع	
9	C	4X4	مصفوفة مربعة	عدد الصفوف = عدد الاعمدة
10	A	3X1	مصفوفة عمود	تتكون من عمود و اكثر من صف
11		1X4	مصفوفة صف	تتكون من صف و اكثر من عمود
12		2X2	صفرية و مربعة	صفرية لان كل عناصرها = 0 و مربعة لان عدد الصفوف = عدد العمدة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

13 إذا كانت: $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 4 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & x+2y & 4 \\ 3x-11 & 2 & 1 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كلٍّ من x، وy، وz.

- Z= 2
- 3x – 11 = 4

  3x = 4 + 11

  3x = 15

  X = 5
- X + 2y = -1

  5 + 2y = -1

  2y = -1 -5

  2y = -6

  Y = -3

14 إذا كانت: $\begin{bmatrix} 9 & 2x+3 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & x^2 \\ 2-y & 10 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كلٍّ من x، وy.

• $2 - y = -5$ $-Y = -5-2$ $-y=-7$ $Y=7$	• $x^2 = (2x+3)$ $x^2 - 2x - 3$ $(x-3)(x+1)$ X= 3 ,,,,,, x =-1

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

رياضة: يُبيِّن الجدول المجاور إنجازات ثلاثة من لاعبي كرة القدم في مباريات دوري الصفوف في إحدى المدارس:

	المباريات	التسديدات	الأهداف
سمير	8	15	7
أحمد	11	25	13
فوّاز	14	20	9

$$\begin{bmatrix} 8 & 15 & 7 \\ 11 & 25 & 13 \\ 14 & 20 & 9 \end{bmatrix}$$

قبل البدء بالإجابة (عدد الصفوف 3 و عدد الاعمدة 3)

15 أنظِّم هذه البيانات في المصفوفة S ، بحيث تحوي صفوفها إنجازات اللاعبين الثلاثة، ويُرتَّب فيها عدد الأهداف تنازليًّا، ثمَّ أجد قيمة العنصر s_{32}.

نريد مصفوفة تكون الصفوف هي إنجازات اللاعبين (الصفوف هي المباريات و التسديدات و الأهداف) يعني اتفل صفوف الجدول الى أعمدة و بالعكس (الاعمدة الى صفوف) و بعد ذلك اعد كتابة المصفوفة بحيث ترتب عدد الأهداف تنازليا

الاصلية

$$\begin{bmatrix} 8 & 15 & 7 \\ 11 & 25 & 13 \\ 14 & 20 & 9 \end{bmatrix}$$

نقل الصفوف الى أعمدة و بالعكس

$$\begin{bmatrix} 8 & 11 & 14 \\ 15 & 25 & 20 \\ 7 & 13 & 9 \end{bmatrix}$$

المباريات
التسديدات
الأهداف

ترتيب الأهداف تنازليا

$$\begin{bmatrix} 11 & 14 & 8 \\ 25 & 20 & 15 \\ 13 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$s_{32} = 9$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

16 أجد مجموع عناصر الصف الثاني، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

مجموع عناصر الصف الثاني = 25 + 20 + 15 = 60 يمثل العدد الكلي للتسديدات للاعبين الثلاثة

17 أجد مجموع عناصر العمود الثالث، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

مجموع عناصر العمود الثالث = 8 + 15 + 7 = 30 ليس له معنى

كهربائيات: تتوزَّع 3 مستودعات لإحدى وكالات تجارة الأجهزة الكهربائية في 3 مدن. يوجد في مستودع المدينة الأولى 200 ثلّاجة، و380 غسّالة، و250 شاشة، و300 مروحة، ويوجد في مستودع المدينة الثانية 160 ثلّاجة، و540 غسّالة، و290 مروحة، ويوجد في مستودع المدينة الثالثة 120 ثلّاجة، و280 غسّالة، و400 شاشة، و470 مروحة:

18 أُنظِّم هذه البيانات في مصفوفة تُمثِّل أعمدتها أنواع الأجهزة الكهربائية، ثمَّ أُحدِّد رتبة المصفوفة الناتجة.

19 أجمع عناصر كل صف، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

20 أجمع عناصر كل عمود، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

	مروجة	شاشة	غسالة	ثلاجة
مستودع المدينة الأولى	14	11	11	8
مستودع المدينة الثانية	20	25	25	15
مستودع المدينة الثالثة	9	13	13	7

رتبة المصفوفة 3 X 4

19 أجمع عناصر كل صف، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

الرقم يمثل	المجموع	مروجة	شاشة	غسالة	ثلاجة
عدد الأجهزة بانواعها في المدينة الأولى	44	14	11	11	8
عدد الأجهزة بانواعها في المدينة الثانية	85	20	25	25	15
عدد الأجهزة بانواعها في المدينة الثالثة	42	9	13	13	7

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

20 أجمع عناصر كل عمود، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

	مروجة	شاشة	غسالة	ثلاجة
	14	11	11	8
	20	25	25	15
	9	13	13	7
المجموع	43	49	49	30
الرقم يمثل	عدد صنف المراوح في المدن الثلاثة	عدد صنف الشاشات في المدن الثلاثة	عدد صنف الغسالات في المدن الثلاثة	عدد صنف الثلاجات في المدن الثلاثة

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

مسألة اليوم سُئِلت الأُسَر في مدينتين عن مصدر التدفئة الذي تستعمله في فصل الشتاء، ثمَّ سُجِّلت النتائج في الجدول المجاور الذي يُبيِّن عدد الأُسَر التي تستعمل كل مصدر. كيف يُمكِن عرض بيانات الجدول بصورة أُخرى مُختصَرة؟

	الغاز	الكهرباء	الكاز	أُخرى
المدينة A	3256	1678	4589	1253
المدينة B	4560	978	5874	2564

يمكن تمثيلها بطريقة أخرى بنقل الصفوف الى أعمدة وبالعكس الاعمدة الي صفوف

مهارات التفكير العليا

22 تبرير: أُبيِّن إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا، أو غير صحيحة أبدًا، ثمَّ أُبرِّر إجابتي.

إذا كان للمصفوفة A والمصفوفة B العدد نفسه من العناصر، فإنَّ $A = B$.

العبارة غير صحيحة لان شرط المساوة ان تكون عدد الصفوف و عدد الاعمدة متساوية أي لهما نفس الرتبة

1- قد تكون عدد عناصر المجوعة A = عدد عناصر المجموعة B و لكن الصفوف او الاعمدة غير متساوية

A= [1 2 3] B= $\begin{bmatrix}2\\3\\5\end{bmatrix}$

عدد العناصر متساوية لكن الرتبة مختلفة و القيم المتناظرة غير متساوية

2- قد تكون عدد العناصر متساوية و الرتبة متساوية لكن العناصر المتناظرة غير متساوية

A= [1 2 3] B= [3 4 1]

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

23 مسألة مفتوحة: أُنشِئ مصفوفة مُربَّعة من الرتبة 3، وأُسمّيها A، بحيث يكون $a_{ij} = a_{ji}$، لكلِّ من i, j.

أنشئ مصفوفة 3x3 على الصورة العامة

و انظر الى العناصر التي تحقق

$$a_{ij} = a_{ji}$$

$$a_{ij} = a_{ji}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

العنصر	قيمة مقترحة
$a_{11} = a_{11}$ فقط	1
$a_{12} = a_{21}$	2
$a_{13} = a_{31}$	3
$a_{21} = a_{12}$	2
$a_{22} = a_{22}$ فقط	4
$a_{23} = a_{32}$	5
$a_{31} = a_{13}$	3
$a_{32} = a_{23}$	5
$a_{33} = a_{33}$ فقط	0

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المتماثلة: تُسمى المصفوفة المربعة [aij] = A مصفوفة متماثلة إذا كانت

aij = aji

لجميع قيمi,j

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

24 **تبرير:** إذا كان عدد عناصر المصفوفة B عددًا أوَّليًّا، فماذا يُمكِن أنْ تكون رتبتها؟ أُبرِّر إجابتي.

إرشاد: العدد الأوَّليّ هو عدد أكبر من 1، وله عاملان فقط، هما: العدد 1، ونفسه.

العدد الاولي هو عدد اكبر من 1 و له عاملان فقط

مثل 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11

اذا كان عدد عناصر المصفوفة عدد اولي اذن لا نستطيع توزيع الأرقام بصفوف و أعمدة مكتملة اذن

تكون المصفوفة B من نوع مصفوفة صف او مصفوفة عمود

مصفوفة صف تكوت رتبتها $(1\ x\ n)$

مصفوفة عمود تكون رتبتها $(mx1)$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ & 7 & \end{bmatrix}$$

توضيح ليكن المصفوفة B عدد عناصرها 7 و هو عدد اولي حاول رتبها بصفوف و أعمدة متساوية لن تستطيع

لاحظ الصف الأخير غير مكتمل اذا الحل هو ترتيب العناصر اما مصفوفة صف او مصفوفة عمود

$$B = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

25 **تبرير**: إذا كانت المسافة بين إربد وعمّان 88 km، والمسافة بين عمّان والعقبة 324 km، والمسافة بين إربد والعقبة 408 km، فأُنشِئ مصفوفة رتبتها 3 × 3 لتمثيل المسافات بين المدن الثلاث، ثمَّ أُبرِّر إجابتي.

	عمان	اربد	العقبة
عمان	0	88	324
اربد	88	0	408
العقبة	324	408	0

مصفوفة متماثلة و قطرها يساوي صفر

$$a_{ij} = a_{ji}$$

But when i = j = (a_{ij} and a_{ji}) = 0

$$a_{11} = 0$$

$$a_{22} = 0$$

$$a_{33} = 0$$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

26 تحدٍّ: أكتب المصفوفة B، حيث: $b_{ij} = 2i - j$ لكل $i \in \{1, 2, 3\}$، ولكل $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

- لاحظ عدد عناصر i ثلاثة عناصر وهي الصفوف
- وعدد عناصر j أربعة عناصر وهي الاعمدة
- اذن رتبة المصفوفة 3x4

أنشئ مصفوفة من الرتبة 3x4 بالصورة القياسية رمزها B

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{bmatrix} = B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

- جد قيمة كل عنصر بتعويض قيمة i و تعويض قيمة j

$b_{11} = 2\,(i) - j = 2\,(1) - 1 = 1$

$b_{12} = 3\,(i) - j = 2\,(1) - 2 = 0$

$b_{13} = 4\,(i) - j = 2\,(1) - 3 = -1$

$b_{14} = 5\,(i) - j = 2\,(1) - 4 = -2$

$b_{21} = 6\,(i) - j = 2\,(2) - 1 = 3$

$b_{22} = 7\,(i) - j = 2\,(2) - 2 = 2$

$b_{23} = 8\,(i) - j = 2\,(2) - 3 = 1$

$b_{24} = 9\,(i) - j = 2\,(2) - 4 = 0$

$b_{31} = 10\,(i) - j = 2\,(3) - 1 = 5$

$b_{32} = 11\,(i) - j = 2\,(3) - 2 = 4$

$b_{33} = 12\,(i) - j = 2\,(3) - 3 = 3$

$b_{34} = 13\,(i) - j = 2\,(3) - 4 = 2$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

27 **تحدٍّ:** أجد قيمة كلٍّ من x، وy، وz إذا كانت: $\begin{bmatrix} x+2y & x-y \\ x+y+3z & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 7 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$.

نشكل معادلات و نحل بطريقة التعويض

X + 2 y = 13 .....①

X – y = 7 .....②

X + y + 3 z = 2 .....③

عوض قيمة x و y في معادلة 3 لا يجاد z	عوض قيمة y في معادلة 2	من معادلة رقم 1
	X – 2 = 7	X= 13 -2 y
9 + 2 + 3 z = 2	X=7+2 = 9	عوض قيمة x في معادلة 2
11 + 3 z = 2	X= 9	13 – 2 y - y =7
3 z = 2-11		13 – 3 y = 7
3 z = -9		-3 y = 7-13
Z = $\frac{-9}{3} = -3$		-3 y = -6
		Y = $\frac{-6}{-3} = 2$

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

حلول أسئلة كتاب الطالب

أُحدِّد رتبة كل مصفوفة ممّا يأتي:

1) $\begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 5 & -3 & 6 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} -4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

5) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 \\ -4 & 0 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

6) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \\ 1 & 9 & 10 \end{bmatrix}$

المصفوفة	الرتبة
1	2 x 3
2	3 x 1
3	2 x 2
4	1 x 3
5	3 x 3
6	4 x3

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

يُبيِّن الجدول المجاور الأسعار (بالقروش) لعدد من المشروبات في أحد المَحالِّ التجارية:

المشروب	صغير	وسط	كبير
غازيٌّ	40	60	75
شاي	30	40	55
قهوة	50	70	90
عصير	65	90	125

7. أُرتِّب هذه البيانات في مصفوفة رتبتها 4×3، ثمَّ أُسمّي المصفوفة P.
8. أجد العنصر p_{32}، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله.
9. ما رمز العنصر 55 في هذه المصفوفة؟

المطلوب مصفوفة 4 صفوف و 3 أعمدة

$$P=\begin{bmatrix} 40 & 60 & 75 \\ 30 & 40 & 55 \\ 50 & 70 & 90 \\ 65 & 90 & 125 \end{bmatrix}$$

الرتبة	4X3
p_{32}	الصف 3 , و العمود 2 = 70
يمثل قهوة و سط	
55	موجود في صف 2 و عمود 3 و يرمز له
p_{23}	

اعداد م. محمد اسعد الخطيب

الدرس
1

مُقدِّمة في المصفوفات
Introduction to Matrices

10 إذا كانت: $\begin{bmatrix} 5 & x+3 \\ 8 & 0 \\ 1 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ x+y & 0 \\ 1 & y+4 \end{bmatrix}$، فأجد قيمة كلٍّ من x، و y، و z.

• X + 3 = 4 X = 4-3 X = 1	• X + y = 8 1 + y = 8 Y = 8 – 1 Y = 7	• Z = y + 4 Z = 7 + 4 Z = 11

خدمات حكومية: يُتوقَّع إنشاء مدارس ومراكز صِحِّية جديدة عام 2025م وعام 2026م في ثلاث محافظات كما هو مُبيَّن في الجدول المجاور:

	المدارس	المراكز الصِّحِّية
المحافظة 1	54	12
المحافظة 2	94	23
المحافظة 3	75	18

11 أُرتِّب هذه البيانات في مصفوفة رتبتها 3×2

12 أجد مجموع عناصر الصف الأوَّل، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

13 أجد مجموع عناصر العمود الثاني، ثمَّ أُبيِّن ما يُمثِّله هذا المجموع (إنْ كان له معنى).

الاصلية

$\begin{bmatrix} 54 & 12 \\ 94 & 23 \\ 75 & 18 \end{bmatrix}$ ⇨ $\begin{bmatrix} 54 & 94 & 75 \\ 12 & 23 & 18 \end{bmatrix}$

نقل الصفوف الى أعمدة و بالعكس

- مجموع عناصر الصف الأول = 54+94+75 = 223 عدد المدارس في المحافظات الثلاثة
- مجموع عناصر العمود الثاني = 94+23 = 117 ليس له معنى

نهاية الدرس الأول

اعداد م. محمد اسعد الخطيب