

العمليات على المصفوفات
Operations on Matrices

جمع المصفوفات

طرح المصفوفات

ضرب المصفوفة بعدد ثابت

خصائص العمليات على المصفوفات

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

جمع و طرح المصفوفات

- معنى جمع و طرح المصفوفات هو ان نقوم بجمع العناصر او طرح العناصر داخل المصفوفة ولكن يوجد شرط مهم للقيام بعملية الجمع و عملية الطرح
- يعني نقوم بجمع و طرح العناصر المتناظرة في المصفوفتين
- **العناصر المتناظرة** : كل عنصر في مصفوفة A له نظير في المصفوفة B و هي العناصر التي لها نفس الموقع

$$A = \begin{bmatrix} 40 & 60 & 75 \\ 30 & 40 & 55 \\ 50 & 70 & 90 \\ 65 & 90 & 125 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 42 & 58 & 74 \\ 32 & 38 & 54 \\ 52 & 68 & 89 \\ 67 & 88 & 124 \end{bmatrix}$$

لاحظ ان 40 في المصفوفة A نظيره هو العدد 42 في المصفوفة B لان لهما نفس المكان

a_{11} نظيره b_{11}

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

الشرط الأساسي للقيام بعملية الجمع و الطرح

- ❖ يجب ان تكون رتبة المصفوفات متساوية حتى نستطيع القيام بالجمع و الطرح
 - ❖ رتبة المصفوفة هي عدد الصفوف مضروبة بعدد الاعمدة بالترتيب (الصفوف أولاً ثم الاعمدة ثانياً)
 - ❖ رتبة المصفوفة $(m \times n)$ حيث m هي عدد الصفوف و n هي عدد الاعمدة
- اعتمادا على المعلومات المطروحة حدد فيما اذا يجوز جمع او طرح المصفوفات التالية

المصفوفة A32	المصفوفة B32	نعم	لهما نفس الرتبة
مصفوفة A من 3 صفوف و 4 أعمدة	مصفوفة A من 3 صفوف و 3 أعمدة	لا	الرتبة مختلفة
مصفوفة A مصفوفة صف	مصفوفة B مصفوفة عمود	لا	الرتبة مختلفة
مصفوفة A مصفوفة مربعة من رتبة 3	مصفوفة B مصفوفة مربعة من رتبة 3	نعم	لهم نفس الرتبة
$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$	لا	الرتبة مختلفة
$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	نعم	لهم نفس الرتبة

الدرس 2

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

القاعدة : جمع العناصر المتناظرة

جمع المصفوفات وطرحها

مفهوم أساسي

بالكلمات: إذا كان A, B مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ ، فإن $A + B$ مصفوفة من الرتبة $m \times n$ ، وكل عنصر فيها هو مجموع العنصرين اللذين يُناظرانه في هاتين المصفوفتين. وبالمثل، فإن $A - B$ مصفوفة من الرتبة $m \times n$ ، وكل عنصر فيها يساوي ناتج طرح العنصرين المُناظرين له في المصفوفة A والمصفوفة B .

بالرموز: إذا كان: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$ فإن:

$$A \pm B = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \cdots & a_{1n} \pm b_{1n} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \cdots & a_{2n} \pm b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} \pm b_{m1} & a_{m2} \pm b_{m2} & \cdots & a_{mn} \pm b_{mn} \end{bmatrix}$$

- المصفوفة الناتجة من الجمع او الطرح او الضرب في ثابت تكون رتبته مساوية لرتبة المصفوفات المطروحة او المجموعة

$$[A_{3 \times 2}] + [B_{3 \times 2}] = [C_{3 \times 2}]$$

$$[A_{3 \times 2}] - [B_{3 \times 2}] = [C_{3 \times 2}]$$

$$3[A_{3 \times 2}] = [C_{3 \times 2}]$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

مثال 1

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 7 & 6 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$$

إذا كان: فأجد ناتج كلٍّ مما يأتي (إن أمكن):

اتحقق من فهمي 

ستعمل المصفوفات الواردة في المثال 1 لإيجاد ناتج كلٍّ مما يأتي (إن أمكن):

a) $C - A$ b) $D + B$ c) $C + D$

A رتبها هي 2 X 3	B رتبها هي 3 X 2	C رتبها هي 2 X 3	D رتبها هي 3 X 2
------------------	------------------	------------------	------------------

a) $C - A$ يمكن الطرح لان لهما نفس الرتبة

$$C_{23} = A_{23}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 7 & 6 \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3-2) & (-1-4) & (2-6) \\ (4-(-1)) & (7-(-5)) & (6-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 \\ 5 & 12 & 2 \end{bmatrix}$$

b) $D + B$ يمكن الطرح لان لهما نفس الرتبة

$$D_{32} = B_{32}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \\ -9 & 1 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \\ -7 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 3 \\ -16 & 7 \end{bmatrix}$$

c) $C + D$ لا يمكن جمعها لانهما مختلفين في الرتبة $C_{23} \neq D_{32}$

الدرس 2

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

عند ضرب المصفوفة في عدد ثابت (scalar multiplication)، فإن ذلك يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في هذا العدد الثابت.

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

مفهوم أساسي

بالكلمات: إذا كان A مصفوفة رتبها $m \times n$ ، وكان k عددًا ثابتًا، فإن kA مصفوفة رتبها $m \times n$ ، وكل عنصر فيها يساوي العنصر المُناظر له في المصفوفة A مضروبًا في k .

بالرموز: إذا كان: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$ ، وكان k عددًا ثابتًا، فإن:

$$kA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \dots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

علاقة الجمع و الضرب

$$2 \times 3 = 6 \quad 3 + 3 = 6$$

- ❖ ضرب أي عدد بعدد صحيح و موجب يعني كرر العدد مرات تساوي العدد الصحيح
- ❖ ضرب العدد 3 بالرقم 2 يساوي جمع العدد 3 مرتين $3 + 3 = 6$
- ❖ ضرب عدد ثابت في مصفوفة (اضرب كل عنصر في المصفوفة بهذا العدد و ابقه مكانه)

أتعلم

تعلمت سابقًا أن الضرب في عدد صحيح موجب هو جمع مُتكرَّر؛ فإذا كان A مصفوفة، فإن $3A$ يُكافئ $A+A+A$.

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $D = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 7 & -2 & 1 \\ 8 & 10 & 6 \end{bmatrix}$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $3D$

b) $-2D$

c) $1.5D$

$$\begin{aligned} \text{a) } 3D &= 3 \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 7 & -2 & 1 \\ 8 & 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3 \times 0) & (3 \times 4) & (3 \times -3) \\ (3 \times 7) & (3 \times -2) & (3 \times 1) \\ (3 \times 8) & (3 \times 10) & (3 \times 6) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 12 & -9 \\ 21 & -6 & 3 \\ 24 & 3 & 18 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{b) } -2D = -2 \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 7 & -2 & 1 \\ 8 & 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ -14 & 4 & -2 \\ -16 & -20 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } 1.5D = 1.5 \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 7 & -2 & 1 \\ 8 & 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -4.5 \\ 10.5 & -3 & 1.5 \\ 12 & 15 & 9 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

خصائص العمليات على المصفوفات

إنَّ أغلب خصائص العمليات على الأعداد الحقيقية تكون أيضًا صحيحة على المصفوفات. وفي ما يأتي مُلخَّصٌ لهذه الخصائص.

خصائص العمليات على المصفوفات

مفهوم أساسي

إذا كان A, B, C ثلاث مصفوفات لها الرتبة نفسها، وكان k, h عددين حقيقيين، فإنَّ:

1. $A + B = B + A$ الخاصية التبادلية لجمع المصفوفات
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات
3. $k(A + B) = kA + kB$ خاصية توزيع الضرب في ثابت

أتذكَّر

المسألة المُتعدِّدة الخطوات هي مسألة أحتاج إلى أكثر من عملية رياضية لحلِّها، مثل: الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة.

يُمكن إجراء عمليات مُتعدِّدة الخطوات على المصفوفات، ويكون ترتيب هذه العمليات مُشابهًا لترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية.

❖ الخاصية التبادلية: تنطبق على الجمع فقط (الجمع عملية تبديله بمعنى اذا كان هناك رقمين فان جمع الرقم الأول مع الرقم الثاني = جمع الرقم الثاني مع الرقم الأول)

$$3+5= 5+3= 8$$

$$-3+5=5+(-3)=2$$

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

❖ الخاصية التبديلية لا تنطبق على الطرح

$$3-5 \neq 5-3$$

الخاصية التجميعية (جمع ثلاث ارقام او اكثر) يجوز الجمع باي ترتيب (جمع الأول مع الثاني) ثم الناتج يجمع للرقم الثالث = جمع الأول مع الثالث ثم الناتج يجمع للثاني وهكذا

$$(3+4)+5 = (3+5)+4 = (4+5)+3$$

❖ الضرب بعدد ثابت (ضرب عدد ثابت في قوس - يتم التوزيع) بمعنى فك القوس

$$3(2+4) = 3 \times 2 + 3 \times 4$$

$$\text{Or } 3(6)$$

❖ جمع العدد مع الصفر (الصفر في الجمع و الطرح هو عنصر محايد لا يغير من

$$\text{النتيجة}) \quad 3+0=3, \quad 2-0=2$$

❖ جمع العدد مع معكوس العدد نفسه (نفس العدد بإشارتين مختلفات) = صفر

$$3+(-3)=0 \quad (A)+(-A)=0$$

أُتذَكَّر

أُجْرِي العَمَلِيَّات الحِسابِيَّة
بِحَسَب أولَوِيَّات العَمَلِيَّات.

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

ترتيب العمليات الحسابية (PEMDAS)

1. الأقواس: (Parentheses/Brackets)

تُجرى العمليات داخل الأقواس أولاً، من الداخل إلى الخارج ومن الأصغر إلى الأكبر.

2. الأسس والجزور: (Exponents/Roots)

بعد الأقواس، تأتي خطوة الأسس والجزور، مثل 5^2 أو جذر 16.

3. الضرب والقسمة: (Multiplication and Division)

تُجرى هاتان العمليتان بالترتيب الذي تظهرا به من اليسار إلى اليمين.

4. الجمع والطرح: (Addition and Subtraction)

تُجرى هاتان العمليتان بالترتيب الذي تظهرا به أيضاً من اليسار إلى اليمين.

مثال توضيحي:

لنحلّ المعادلة التالية: $20 \div (4^2 + 8 - 7 \times 2)$

1. العمليات داخل الأقواس:

○ الأسس: $4^2 = 16$ فتصبح المعادلة: $20 \div (16 + 8 - 7 \times 2)$.

○ الضرب: $7 \times 2 = 14$ فتصبح المعادلة: $20 \div (16 + 8 - 14)$.

○ الجمع والطرح (من اليسار لليمين) $16 + 8 = 24$ ، ثم $24 - 14 = 10$.

2. النتيجة النهائية:

○ تصبح المعادلة $20 \div 10$.

○ النتيجة هي 2.

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $E = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix}$, $G = [3 \ 0 \ 7]$, $H = [6 \ -4 \ 9]$ ، فأجد كلاً مما يأتي (إن أمكن):

a) $4E - 3F$

b) $2G + 6F$

c) $5(G + H)$

E (3X1)

F (3X1)

G (1 X3)

H (1X3)

a) $4E - 3F$ لهما نفس الرتبة نستطيع اجراء عملية الطرح

$$4 \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -12 \\ 36 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 \\ 24 \\ 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -36 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) $2G + 6F$ بالنسبة لضرب الثابت بالمصفوفة لا يشترط ان تكون نفس الرتبة و لكن كونه يوجد عملية جمع و لان رتبة المصفوفات متساوية لا نستطيع اجراء الجمع اما الضرب يمكن

c) $5(G + H)$ لهما نفس الرتبة نستطيع اجراء عملية الجمع

نجمع أولاً ثم الناتج نضربه بالثابت

$$5 ([3 \ 0 \ 7] + [6 \ -4 \ 9]) = 5 ([9 \ -4 \ 16]) = [45 \ -20 \ 80]$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

أتحقق من فهمي 

زراعة: يملك كلٌّ من راشد وحمد مزرعة في الأغوار، ومزرعة أخرى في المفرق. إذا مثَّلت المصفوفة A مُعدَّل الإنتاج اليومي (بالكيلوغرام) لمزرعتيهما في الأغوار من البندورة والباذنجان والفلفل، ومثَّلت المصفوفة B مُعدَّل الإنتاج اليومي (بالكيلوغرام) لمزرعتيهما في المفرق من الأصناف نفسها، فأجد المصفوفة C التي تُمثِّل مُعدَّل الإنتاج الأسبوعي (بالكيلوغرام) لمزرعتي راشد وحمد في الموقعين معًا.

$$A = \begin{bmatrix} \text{بندورة} & \text{باذنجان} & \text{فلفل} \\ \text{راشد} & 200 & 500 & 100 \\ \text{حمد} & 260 & 430 & 245 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \text{بندورة} & \text{باذنجان} & \text{فلفل} \\ \text{راشد} & 130 & 100 & 300 \\ \text{حمد} & 240 & 300 & 175 \end{bmatrix}$$

معدل الإنتاج اليومي : نضرب كمية الإنتاج لكل صنف بواحد يوم

معدل الإنتاج الأسبوعي : نضرب كمية الإنتاج بعدد 7 (الأسبوع 7 أيام)

معدل الإنتاج الشهري : نضرب الإنتاج اليومي ب 30 يوم على اعتبار ان الشهر 30 يوم

معدل الإنتاج السنوي : نضرب الإنتاج ل 365 يوم

الحل : نضرب كل انتاج في المصفوفة A ب 7 و كذلك المصفوفة B و نجمع الناتج

او (نجمع المصفوفة A و المصفوفة B و الناتج نضربه ب 7)

$$1) A+B=C \begin{bmatrix} 330 & 600 & 400 \\ 500 & 730 & 420 \end{bmatrix}$$

$$2) 7C = 7 \begin{bmatrix} 330 & 600 & 400 \\ 500 & 730 & 420 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2310 & 4200 & 2800 \\ 3500 & 5110 & 2940 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

أدرب وأحل المسائل 

أجد ناتج كلِّ مما يأتي (إن أمكن):

المصفوفة	الرتبة	الحل
1 $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 4 & 6 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 5 & 0 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$	(3X3)+ (3X3)	$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 6 \\ 14 & -5 \end{bmatrix}$
2 $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 8 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 8 & -2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	(3X3) +	لا يجوز ليس لهما نفس الرتبة
3 $\begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$	(3X1)- (3X1)	$\begin{bmatrix} 11 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$
4 $\begin{bmatrix} 12 & -3 \\ 22 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$	(2X2)- (2X2)	$\begin{bmatrix} 18 & 2 \\ 13 & 5 \end{bmatrix}$
5 $\begin{bmatrix} 25 & 10 & 13 \\ 0 & 7 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -31 & 26 & -9 \\ 7 & 2 & 12 \end{bmatrix}$	(2X3)+ (2X3)	$\begin{bmatrix} -6 & 36 & 4 \\ 7 & 9 & 21 \end{bmatrix}$
6 $[32 \quad -12 \quad 8] - [-6 \quad 43 \quad -7]$	(1X3)- (1X3)	$[38 \quad -55 \quad 15]$
7 $3 \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 4 & 1 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 27 & -6 \\ 12 & 1 \\ 18 & -9 \end{bmatrix}$
8 $\frac{2}{3} \begin{bmatrix} 15 & -21 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 10 & -14 \\ 6 & \frac{10}{3} \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

المصفوفة	الرتبة	الحل
9 $-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 12 & -32 \\ 9 & 6 & -3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -2 & -6 & 16 \\ -\frac{9}{2} & -3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$
10 $2 \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$	2X2 2X2	$\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ 4 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 9 & -15 \end{bmatrix}$
نضرب كل مصفوفة ثم نجمع		$\begin{bmatrix} 14 & -4 \\ 13 & 3 \end{bmatrix}$
11 $-4 \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 \\ -2 & 7 & 4 \\ 6 & 3 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 & 10 \\ 5 & -4 & 1 \\ 8 & -1 & 7 \end{bmatrix} \right)$	3X3 3X3	$-4 \begin{bmatrix} -9 & -5 & -4 \\ -7 & 11 & 3 \\ -2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$
نطرح المصفوفات و الناتج نضربه بالثابت		$= \begin{bmatrix} 36 & 20 & 16 \\ 28 & -44 & -12 \\ 8 & -16 & 8 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات
Operations on Matrices

<p>12 $2 \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -3 & 2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$</p>	<p>2X3 2X3 2X3</p>	<p>$\begin{bmatrix} -8 & -4 \\ 12 & 6 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & 3 \\ 0 & -3 \\ 12 & -9 \end{bmatrix} +$</p> <p>$\begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 15 & -10 \\ -30 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>$= \begin{bmatrix} 17 & 19 \\ 27 & -7 \\ -18 & -1 \end{bmatrix}$</p>
---	----------------------------	--

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

إذا كان: $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ فأجد كلاً مما يأتي (إن أمكن):

A (2X2)	B (2X3)	C(2X2)
----------	----------	--------

المصفوفة	الرتبة	الحل
13 $4A + 3B$	2X2 2X3	لا يجوز
14 $2C - 3A$	2X2 2X2	$2 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -9 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 0 & -18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -9 & 30 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -6 & 10 \\ 9 & -48 \end{bmatrix}$
15 $B + 1.5B$	2X3 2X3	$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix} + 1.5 \begin{bmatrix} 4 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -1.5 & -7.5 \\ 4.5 & 3 & 12 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 10 & -2.5 & -12.5 \\ 7.5 & 5 & 20 \end{bmatrix}$
16 $3B + 2C$	2X3 2X2	لا يجوز

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

المصفوفة	الرتبة	الحل
17 $2A - C$	2×2 2×2	$2 \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -6 & 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -6 & 29 \end{bmatrix}$
18 $4A + 3C$	2×2 2×2	$4 \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 10 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 16 & -8 \\ -12 & 40 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 0 & -27 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 25 & -2 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices



19 رياضة: لدى محلّ تجهيزات رياضية فرع في مدينة الكرك، وفرع آخر في مدينة الطفيلة. إذا مثلت المصفوفة A عدد البدلات الرياضية التي باعها الفرعان من جميع المقاسات (صغيرة، متوسطة، كبيرة) في شهر نيسان عام 2024 م، ومثلت المصفوفة B عدد البدلات التي باعها الفرعان من المقاسات الثلاثة في شهر نيسان عام 2023 م، فأجد المصفوفة التي تُمثّل ما باعه كلّ من الفرعين في الشهرين معاً.

$$A = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 10 \\ 12 & 30 & 17 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{كبير} \\ \text{متوسط} \\ \text{صغير} \end{matrix} \begin{matrix} \text{الكرك} \\ \text{الطفيلة} \end{matrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 18 & 42 & 23 \\ 20 & 25 & 21 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{كبير} \\ \text{متوسط} \\ \text{صغير} \end{matrix} \begin{matrix} \text{الكرك} \\ \text{الطفيلة} \end{matrix}$$

- كل فرع باع لشهر واحد فقط (لا يحتاج ضرب العناصر باي رقم)
- الحل جمع المصفوفات فقط

$$C = \begin{bmatrix} 38 & 57 & 33 \\ 32 & 55 & 38 \end{bmatrix}$$

	مقاعد	طاولات	أجهزة حاسوب
المختبر A	30	20	15
المختبر B	40	25	20

20 مدارس: يُبين الجدول المجاور محتويات مختبري الحاسوب في إحدى المدارس عام 2024 م. تُخطّط إدارة المدرسة لزيادة هذه المحتويات بما نسبته 40%. أكتب مصفوفة تُمثّل ما يجب شراؤه للمختبرين، ومصفوفة أخرى تُمثّل محتويات المختبرين بعد عملية الشراء.

لمعرفة عدد الأجهزة الجديدة نضرب بقيمة الزيادة $0.4 = \frac{40}{100}$

$$0.4 \begin{bmatrix} 15 & 20 & 30 \\ 20 & 25 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 12 \\ 8 & 10 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 20 & 30 \\ 20 & 25 & 40 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 & 12 \\ 8 & 10 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 28 & 42 \\ 28 & 35 & 56 \end{bmatrix}$$

زيادة بما نسبته 40 بالمئة (الأرقام بالجدول تمثل 100% لزيادتها 40% نضرب بعدد ثابت 1.4) او نجمع المصفوفة الاصلية مع المصفوفة الجديد

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

21 أجد قيمة كلٍّ من x ، y ، و z التي تُحقِّق المعادلة الآتية:

$$2 \begin{bmatrix} x & 3 \\ 6 & y \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} x & 6 \\ z & -2 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} z & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix}$$

انتبه بما ان هناك إشارة مساواة و رتب المصفوفات متساوية شكل معادلات مباشرة

$$1) \begin{bmatrix} 2x & 6 \\ 12 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x & 18 \\ 3z & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4z & 12 \\ 0 & 4x \end{bmatrix}$$

- a) $2x = 3x - 4z$ ①
 b) $12 = 3z - 0$ ②
 c) $2y = -6 - 4x$ ③

- من معادلة ②
 $12 = 3z$
 $Z = 12/3 = 4$
- في معادلة 1 عوض قيمة
 $2x = 3x - 4(4)$
 $2x - 3x = -16$
 $-x = -16$
 $X = 16$
- في معادلة 3 عوض قيمة

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

$$2y = -6 - 4 \quad (16)$$


$$2y = -6 - 64$$

$$2y = 70$$

$$y = 70/2 = 35$$

22 أحل المسألة الواردة في بند (مسألة اليوم).



مسألة اليوم  تُمثّل المصفوفة: $A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.75 \\ 0.6 & 1 \\ 1.5 & 2.5 \end{bmatrix}$ أسعار البيع (بالدينار) لثلاثة

مشروبات (شاي، قهوة، عصير) بأكواب صغيرة وأخرى كبيرة في أحد الأكشاك. وقد قرّر صاحب الكشك رفع الأسعار بما نسبته 20%؛ نظرًا إلى زيادة التكاليف. ما المصفوفة التي تُمثّل الأسعار الجديدة؟

الزيادة يعني نضرب الأرقام بعدد ثابت 20% + 100% = 120% = 1.2

$$1.2 \begin{bmatrix} 0.4 & 0.75 \\ 0.6 & 1 \\ 1.5 & 2.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.48 & 0.9 \\ 0.72 & 1.2 \\ 1.8 & 3 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

مهارات التفكير العليا

23 تبرير: أحدد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحياناً، أو صحيحة دائماً، أو غير صحيحة أبداً، ثم أبرر إجابتي:

إذا كان عدد عناصر المصفوفة A مساوياً لعدد عناصر المصفوفة B ، فإنه يُمكن إيجاد $A + B$.

غير صحيحة دائماً (عدد العناصر ليس الشرط لجمع المصفوفات) الشرط ان تكون الرتبة للمصفوفة A و المصفوفة B متساوية (فمثلا مصفوفة صف من 3 عناصر لها نفس العدد من العناصر لمصفوفة عمود من 3 عناصر و مع ذلك لا يجوز الجمع بينهما)

$$A = [1 \ 2 \ 3] \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{لهما نفس العدد من العناصر و لا يجوز الجمع}$$

24 أكتشف الخطأ: ما الخطأ في الحل الآتي:

$$\times \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 11 & 0 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

لا يجوز الجمع لانهما ليست نفس الرتبة $B_{2 \times 3}$ و $A_{2 \times 2}$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

25 مسألة مفتوحة: أكتب المصفوفتين A, B ، بحيث يكون: $3A + 2B = \begin{bmatrix} 12 & 8 & 10 \\ 6 & -5 & 11 \end{bmatrix}$

في مثل هذه المسائل أنشئ مصفوفة بالصور القياسية كتالي

ملاحظة المصفوفة A و المصفوفة B من الرتبة 2×3 كيف عرفنا ، بما انه يوجد مساواة اذن تكون رتب كل المصفوفات متساوية

$$3 \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 8 & 10 \\ 6 & -5 & 11 \end{bmatrix}$$

اسهل طريقة افترض ان العنصر a دائما صفر و حل معادلة عادية

$3a_{11} + 3b_{11} = 12$	Let $a_{11} = 0$ Then $b_{11} =$	$\frac{12}{3} = 4$
$3a_{12} + 3b_{12} = 8$,	Let $a_{12} = 0$ Then $b_{12} =$	$\frac{8}{3}$
$3a_{13} + 3b_{13} = 10$	Let $a_{13} = 0$ Then $b_{13} =$	$\frac{10}{3}$
$3a_{21} + 3b_{21} = 6$	Let $a_{21} = 0$ Then $b_{21} =$	$\frac{6}{3} = 2$
$3a_{22} + 3b_{22} = -5$	Let $a_{22} = 0$ Then $b_{22} =$	$\frac{-5}{3} =$
$3a_{23} + 3b_{23} = 11$	Let $a_{23} = 0$ Then $b_{23} =$	$\frac{11}{3}$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & \frac{8}{3} & \frac{10}{3} \\ 2 & \frac{5}{3} & \frac{11}{3} \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

26 تحدّ: أجد المصفوفتين X, Y اللتين تُحقّقان المعادلتين الآتيتين:

$$X - 2Y = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}, 3X + 4Y = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -31 & 12 \end{bmatrix}$$

أولاً راجع حل المعادلات بطريقة الحذف

ثانياً: هنا يوجد شرط و هو ان X يجب ان تصلح في المصفوفتين و كذلك Y

اكتب المصفوفة X بالصورة القياسية

اكتب المصفوفة Y بالصورة القياسية

اكتب المصفوفة $2Y$ بالصورة القياسية

اكتب المصفوفة $3X$ بالصورة القياسية

اكتب المصفوفة $4Y$ بالصورة القياسية

المصفوفة X	$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$	المصفوفة $3X$	$3 \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} =$	$\begin{bmatrix} 3x_{11} & 3x_{12} \\ 3x_{21} & 3x_{22} \end{bmatrix}$
المصفوفة Y	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	المصفوفة $2Y$	$2 \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} =$	$\begin{bmatrix} 2y_{11} & 2y_{12} \\ 2y_{21} & 2y_{22} \end{bmatrix}$
		المصفوفة $4Y$	$4 \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} =$	$\begin{bmatrix} 4y_{11} & 4y_{12} \\ 4y_{21} & 4y_{22} \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2y_{11} & 2y_{12} \\ 2y_{21} & 2y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3x_{11} & 3x_{12} \\ 3x_{21} & 3x_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4y_{11} & 4y_{12} \\ 4y_{21} & 4y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -31 & 12 \end{bmatrix}$$

شكل معادلتين لكل عنصر من كل جزء وحل بطريقة الحذف

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

$$x_{11} - 2 y_{11} = 1 \dots\dots (1)$$

$$3 x_{11} + 4 y_{11} = 8 \dots\dots (2)$$

ضرب المعادلة الأولى بـ 3 $3[x_{11} - 2 y_{11} = 1]$

$$3x_{11} - 6 y_{11} = 3 \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$3 x_{11} + 4 y_{11} = 8$$

$$0 + (-6-4) y_{11} = (3-8)$$

$$-10 y_{11} = -5$$

$$y_{11} = 0.5$$

X11 في أي معادلة لإيجاد Y11 عوض قيمة

$$x_{11} - 2 (0.5) = 1$$

$$x_{11} = 1 + 1 = 2$$

$$\begin{bmatrix} 2 & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \text{ "" } \begin{bmatrix} 0.5 & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$$

$$x_{12} - 2 y_{12} = 5 \dots\dots (1)$$

$$3 x_{12} + 4 y_{12} = 5 \dots\dots (2)$$

ضرب المعادلة الأولى بـ 3 $3[x_{12} - 2 y_{12} = 5]$

$$3x_{12} - 6 y_{12} = 15 \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$3 x_{12} + 4 y_{12} = 5$$

$$0 + (-6-4) y_{12} = (15-5)$$

$$-10 y_{12} = 10$$

$$y_{12} = -1$$

X11 في أي معادلة لإيجاد Y11 عوض قيمة

$$x_{12} - 2 (-1) = 5$$

$$x_{12} = 5 - 2 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \text{ "" } \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

$$X_{21} - 2 y_{21} = -2 \dots\dots (1)$$

$$3 x_{21} + 4 y_{21} = -31 \dots\dots (2)$$

ضرب المعادلة الأولى ب3 $3[x_{21} - 2 y_{21} = -2]$

$$3x_{21} - 6 y_{21} = -6 \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$3 x_{21} + 4 y_{21} = -31$$

$$0 + (-6 - 4) y_{21} = (-6 - -31)$$

$$-10 y_{21} = 25$$

$$Y_{21} = -2.5$$

X11 في أي معادلة لإيجاد Y11 عوض قيمة

$$X_{21} - 2 (-2.5) = -2$$

$$x_{21} + 5 = -2 \quad x_{21} = -2 - 5 = -7$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & x_{22} \end{bmatrix} \text{ "" "" } \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ -2.5 & y_{22} \end{bmatrix}$$

$$X_{22} - 2 y_{22} = 9 \dots\dots (1)$$

$$3 x_{22} + 4 y_{22} = 12 \dots\dots (2)$$

ضرب المعادلة الأولى ب3 $3[x_{22} - 2 y_{22} = 9]$

$$3x_{22} - 6 y_{22} = 27 \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$3 x_{22} + 4 y_{22} = 12$$

$$0 + (-6 - 4) y_{22} = (27 - 12)$$

$$-10 y_{22} = 15$$

$$Y_{22} = -1.5$$

X11 في أي معادلة لإيجاد Y11 عوض قيمة

$$X_{22} - 2 (-1.5) = 9$$

$$x_{22} + 3 = 9 \quad x_{22} = 9 - 3 = 6$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ -2.5 & -1.5 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

حل أسئلة كتاب الطالب

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

إذا كان: $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -3 & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 8 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -9 & 30 & 36 \\ 12 & 15 & -24 \end{bmatrix}$ فأجد كلاً ممّا يأتي (إن أمكن):

$A = 3 \times 2$	$B = 3 \times 2$	$C = 2 \times 3$	$D = 2 \times 3$
------------------	------------------	------------------	------------------

المصفوفة	الرتبة	الحل
1 $A + B$	3×2 3×2	$\begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 2 & 8 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$
2 $B + C$	3×2 2×3	لا يجوز الجمع
3 $C - D$	2×3 2×3	$\begin{bmatrix} 5 & -30 & -28 \\ -11 & -10 & 28 \end{bmatrix}$
4 $B - A$	3×2 3×2	$\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -8 & -6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$
5 $4A$		$\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 20 & 28 \\ 12 & 24 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

المصفوفة	الرتبة	الحل
6 $3A - 2B$	3X2 3X2	$\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 15 & 21 \\ 9 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 10 \\ -6 & 2 \\ 16 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -16 \\ 21 & 19 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$
7 $D + 2C$	2X3 2X3	$\begin{bmatrix} -9 & 30 & 36 \\ 12 & 15 & -24 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 & 0 & 16 \\ 2 & 10 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & 30 & 52 \\ 14 & 25 & -16 \end{bmatrix}$
8 $-\frac{2}{3}D$		$-\frac{2}{3} \begin{bmatrix} -9 & 30 & 36 \\ 12 & 15 & -24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -20 & -24 \\ -8 & -10 & 16 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

9 أكتب المصفوفة: $A = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -1 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{6} \end{bmatrix}$ في صورة: $A = kM$ ، حيث k عدد ثابت، و M مصفوفة عناصرها أعداد صحيحة.

اكتب المصفوفة M بالصورة القياسية

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$$

$$kM = \begin{bmatrix} km_{11} & km_{12} \\ km_{21} & km_{22} \end{bmatrix}$$



لاحظ ان k هو العامل المشترك (اذن نجد العامل المشترك بين عناصر المصفوفة و تكون قيمة k منها نشكل معادلة لإيجاد قيم M

$$\frac{5}{3} \quad \frac{-1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{7}{6}$$

$$(3),(2),(2 \times 2),(3 \times 2) = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

$$K = \frac{1}{12}$$

الان بسهولة نستطيع إيجاد قيم العناصر

$$a) \frac{1}{12} m_{11} = \frac{5}{3} = m_{11} = \frac{5}{3} \times \frac{12}{1} = 20$$

$$b) \frac{1}{12} m_{12} = \frac{-1}{2} = m_{12} = \frac{-1}{2} \times \frac{12}{1} = -6$$

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

$$c) \frac{1}{12} m_{21} = \frac{1}{4} = m_{21} = \frac{1}{4} \times \frac{12}{1} = 3$$

$$d) \frac{1}{12} m_{22} = \frac{7}{6} = m_{22} = \frac{7}{6} \times \frac{12}{1} = 14$$

$$kM = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 20 & -6 \\ 3 & 14 \end{bmatrix}$$

10 إذا كانت: $\begin{bmatrix} 3 & a \\ -2 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 11 \\ -4 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 3b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، فأجد قيمة كلٍّ من a ، و b ، و c ، و d .

يوجد إشارة مساواة اذن تحقق شروط المساواة

$$a) 3+b = 9 \dots\dots b = 9-3 = 6$$

$$b) a+11= 3b , a+11= 3(6) , a+11=18 , a = 18-11 = 7$$

$$c) -2-4= c .. c = -6$$

$$d) -8+12 = d ,, d= 4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -2 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 11 \\ -4 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

11 إذا كانت: $\begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y & x \\ x & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 6 \end{bmatrix}$ ، فأجد قيمة كل من x ، و y .



لاحظ المصفوفة الأولى يوجد عنصر متساوي وهو قطر المصفوفة

اين يقع العنصر x في المصفوفة الأولى يقع في a_{11} و a_{22}

اذن شكل معادلات من هذين العنصرين

$$X - Y = 4$$

$$\underline{X + y = 6}$$

$$2 X = 10 ,,,, X = 5$$

$$5 - Y = 4 ,,,, Y = 1$$

نفس النتيجة اذا اخذنا معادلات العنصر X في المصفوفة الثانية

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

12 إذا كانت: $3 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ، فأجد المصفوفة B .

مباشر شكل معادلات (اكتب المصفوفة B بالصورة القياسية)

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2b_{11} & 2b_{12} \\ 2b_{21} & 2b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) $6 - 2b_{11} = 3$, $b_{11} = -2b = 3 - 6 \dots -2b = -3$, $b = \frac{3}{2}$
- b) $-3 - 2b_{12} = 5$, $b_{12} = -2b = 5 + 3 \dots -2b = 8$, $b = \frac{8}{-2} = -4$
- c) $12 - 2b_{21} = -2$, $b_{21} = -2b = -2 - 12 \dots -2b = -14$, $b = \frac{14}{2} = 7$
- d) $15 - 2b_{22} = 1$, $b_{22} = -2b = 1 - 15 \dots -2b = -14$, $b = \frac{14}{2} = 7$

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 15 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -4 \\ 7 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

Operations on Matrices

13 أجد قيمة كل من x ، و y التي تُحقِّق المعادلة الآتية:

$$x[0 \ 1 \ 3] + y[0 \ 0 \ 5] = [0 \ (3-y) \ -7]$$

$$[0 \ x \ 3x] + [0 \ 0 \ 5y] = [0 \ (3 - y) \ -7]$$

$X = (3 - y)$	$3x + 5y = -7$ $3(3-y) + 5y = -7$ $9 - 3y + 5y = -7$ $9 + 2y = -7$ $2y = -7 - 9$ $Y = -16/2$ $Y = -8$ $X = 3 - (-8) = 11$
---------------	--

الدرس 2

العمليات على المصفوفات Operations on Matrices

14 صناعة: يُبين الجدول الأيسر عدد ما أنتجته 3 مصانع لإحدى الشركات من 3 طرازات لأجهزة التكييف المنزلي في النصف الأول من عام 2020م، ويبين الجدول الأيمن عدد أجهزة التكييف المنزلي المُنتجة في النصف الثاني من العام نفسه في هذه المصانع. أكتب مصفوفة تُمثل عدد ما أنتجه كل واحد من هذه المصانع الثلاثة من طرازات أجهزة التكييف المنزلي عام 2020م.

	الطراز A	الطراز B	الطراز C
المصنع 1	700	1300	670
المصنع 2	650	1000	890
المصنع 3	480	900	540

	الطراز A	الطراز B	الطراز C
المصنع 1	850	1200	670
المصنع 2	540	860	530
المصنع 3	620	750	490

$$\begin{bmatrix} 850 & 1200 & 670 \\ 540 & 860 & 530 \\ 620 & 750 & 490 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 700 & 1300 & 670 \\ 650 & 1000 & 890 \\ 480 & 900 & 540 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1550 & 2500 & 1340 \\ 1190 & 1860 & 1420 \\ 1100 & 1650 & 1030 \end{bmatrix}$$

نهاية الدرس الثاني