الوحدة الرابعة

التكامل

الثاني الثانوي الأدبي

حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

تدريب (١):

اذا كان $\text{ص} = \int \frac{٤\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} + ١} \, \text{دس}$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما $\text{س} = -١$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٤\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} + ١}$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=-١} = \frac{٤ \times -١ - ١}{(-١)^{٢} + ١} = \frac{-٤ - ١}{١ + ١}$$

$$= \frac{-٥}{٢} \,.$$

تدريب ٢:

جد كلاً من التكاملات الآتية:

١) $\int \text{دس} = \text{س} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{س}^{٣} . \text{دس} = \frac{\text{س}^{٤}}{٤} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{س}^{-٥} . \text{دس} = \frac{\text{س}^{-٥+١}}{-٥+١} + \text{جـ}$

$$= \frac{\text{س}^{-٤}}{-٤} + \text{جـ} = \frac{-١}{٤\text{س}^{٤}} + \text{جـ}$$

٤) $\int \sqrt{\text{س}} . \text{دس} = \int \text{س}^{\frac{١}{٢}} . \text{دس}$

$$= \frac{\text{س}^{\frac{١}{٢}+١}}{\frac{١}{٢}+١} + \text{جـ} = \frac{\text{س}^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} + \text{جـ}$$

$$= \frac{٢}{٣} \sqrt{\text{س}^{٣}} + \text{جـ}$$

تدريب ٣: جد كلاً من التكاملين الآتيين:

١) $\int \left(٣\text{س}^{٢} - \frac{٦}{\sqrt{\text{س}}}\right) \text{دس} =$

$$\int ٣\text{س}^{٢} - ٦\text{س}^{-\frac{١}{٢}} . \text{دس} = \cancel{\frac{٣\text{س}^{٣}}{٣}} - ٦\frac{\text{س}^{-\frac{١}{٢}+١}}{-\frac{١}{٢}+١} + \text{جـ}$$

$$= \text{س}^{٣} - ٦ \frac{\text{س}^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} + \text{جـ}$$

$$= \text{س}^{٣} - ١٢\sqrt{\text{س}} + \text{جـ}$$

٢) $\int (٤\text{س} - ٣\,\text{جاس})\, \text{دس} =$

$$= \frac{٤\text{س}^{٢}}{٢} + ٣\,\text{جتاس} + \text{جـ}$$

$$٢\text{س}^{٢} + ٣\,\text{جتاس} + \text{جـ}$$

تدريب ٤: جد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int (٢\text{س} + ٣)^{٢} . \text{دس} =$

$$\int (٢\text{س}+٣)(٢\text{س}+٣)\, \text{دس} =$$

$$\int (٤\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٦\text{س} + ٩) . \text{دس} =$$

$$\int (٤\text{س}^{٢} + ١٢\text{س} + ٩) . \text{دس} =$$

$$\frac{٤\text{س}^{٣}}{٣} + \frac{١٢\text{س}^{٢}}{٢} + ٩\text{س} + \text{جـ}$$

$$\frac{٤\text{س}^{٣}}{٣} + ٦\text{س}^{٢} + ٩\text{س} + \text{جـ}$$

تابع تدريب ٤ :

٢) $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}{\sqrt[٣]{\text{س}}} \cdot \text{د س} =$

$= \int (\text{س}^{٢} - ٥\text{س}) \times \text{س}^{-\frac{١}{٣}} \cdot \text{د س}$

$= \int (\text{س}^{٢-\frac{١}{٣}} - ٥\,\text{س}^{١-\frac{١}{٣}}) \cdot \text{د س}$

$= \int (\text{س}^{\frac{٥}{٣}} - ٥\,\text{س}^{\frac{٢}{٣}})\, \text{د س}$

$= \frac{\text{س}^{\frac{٨}{٣}}}{\frac{٨}{٣}} - \frac{٥\,\text{س}^{\frac{٥}{٣}}}{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ}$

$= \frac{٣}{٨}\text{س}^{\frac{٨}{٣}} - \frac{٣}{\cancel{٥}} \times \cancel{٥}\,\text{س}^{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ}$

$\frac{٣}{٨}\sqrt[٣]{\text{س}^{٨}} - ٣\sqrt[٣]{\text{س}^{٥}} + \text{جـ}$

٣) $\int \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥}{\text{س} - ٣}\, \text{د س} =$

$= \int \frac{(\text{س}+٥)\cancel{(\text{س}-٣)}}{\cancel{\text{س}-٣}} \cdot \text{د س}$

$= \int (\text{س} + ٥) \cdot \text{د س}$

$\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

٤) $\int \frac{\text{س}^{٣} + ٦٤}{\text{س} + ٤} \cdot \text{د س} =$

$= \int \frac{\cancel{(\text{س}+٤)}(\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ١٦)}{\cancel{\text{س}+٤}} \cdot \text{د س}$

$= \int (\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ١٦) \cdot \text{د س}$

$= \frac{\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٤\text{س}^{٢}}{٢} + ١٦\text{س} + \text{جـ}$

$\frac{\text{س}^{٣}}{٣} - ٢\text{س}^{٢} + ١٦\text{س} + \text{جـ}$

تدريب ٥ :

جد قاعدة الاقتران الذي تعطى مشتقته بالقاعدة $\text{ق}'(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥$ ، علماً بأن $\text{ق}(٠) = ٧$

الحل : $\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س}) \cdot \text{د س}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int (٣\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥) \cdot \text{د س}$

$= \frac{٣\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٦\text{س}^{٢}}{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

$\text{ق}(٠) = (٠)^{٣} - ٣(٠)^{٢} + ٥(٠) + \text{جـ}$

$٧ = \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٧$.

تدريب ١: جد قيمة كل مما يأتي:

١) $\int_{4}^{1} \frac{6}{\sqrt{س}} \, دس = \int_{4}^{1} 6س^{-\frac{1}{2}} \, دس$

$= \left[\frac{6س^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_{4}^{1} = 12\left[\sqrt{س}\right]_{4}^{1}$

$= 12(\sqrt{1} - \sqrt{4})$

$= 12(1 - 2) = 12 \times -1 = -12$

٢) $\int_{0}^{1} 14(س)^{\frac{4}{3}} \, دس =$

$= \left[\frac{14س^{\frac{4}{3}+1}}{\frac{4}{3}+1}\right]_{0}^{1} = \left[\frac{14س^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}}\right]_{0}^{1}$

$= \left[\frac{3 \times \cancel{14}^{2}}{\cancel{7}} \sqrt[3]{س^{7}}\right]_{0}^{1}$

$= 6(\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{0}) = 6(1 - 0)$

$= 6$.

تدريب ٢: اذا كان ق(-١) = ٣ ، ق(٢) = ٥ فجد $\int_{-1}^{2} 4ق'(س) \, دس$.

الحل: $\int_{-1}^{2} 4ق'(س) \, دس = 4\int_{-1}^{2} ق'(س) \, دس$

$= 4\left[ق(س)\right]_{-1}^{2} =$

$= 4\left(ق(2) - ق(-1)\right) =$

$= 4(5 - 3) =$

$4 \times 2 = 8$

تدريب ٣:

اذا كان $\int_{1}^{ب} 6س \, دس = 9$ فجد قيمة الثابت ب؟

الحل: $\int_{1}^{ب} 6س \, دس = 9$

$\left[\frac{6س^{2}}{2}\right]_{1}^{ب} = 9$

$\left[3س^{2}\right]_{1}^{ب} = 9$

$3ب^{2} - 3(1)^{2} = 9$

$3ب^{2} - 3 = 9$

$+3 \qquad +3$

$\frac{3ب^{2}}{3} = \frac{12}{3}$

$ب^{2} = 4$ نأخذ الجذر للطرفين

$\sqrt{ب^{2}} = \sqrt{4}$

$ب = \pm 2$.

تدريب ١: اذا كان $\int_{-١}^{٢} ٣ل(س)\,دس = -٣$ ، $\boxed{\int_{-١}^{٢} ع(س)\,دس = ٥}$ فجد قيمة كل مما يأتي:

١) $\int_{-١}^{٢} \frac{٥ع(س)}{٢} .\,دس$

٢) $\int_{-١}^{٢} (٢ع(س) - ٣ل(س) - ٢س)\,دس$.

الحل: $\frac{٣}{٣}\int_{-١}^{٢} ل(س)\,دس = \frac{-٣}{٣} \Leftarrow$

$$\boxed{\int_{-١}^{٢} ل(س)\,دس = -١}$$

١) $\int_{-١}^{٢} \frac{٥ع(س)}{٢} .\,دس =$

$\frac{٥}{٢}\int_{-١}^{٢} ع(س) .\,دس = \frac{٥}{٢} \times ٥ = \frac{٢٥}{٢}$

٢) $\int_{-١}^{٢} (٢ع(س) - ٣ل(س) - ٢س)\,دس =$

$٢\int_{-١}^{٢} ع(س) .\,دس - ٣\int_{-١}^{٢} ل(س)\,دس - \int_{-١}^{٢} ٢س .\,دس$

$= ٢\times٥ - ٣\times-١ - [س^٢]_{-١}^{٢}$

$= ١٠ + ٣ - (٢^٢ - (-١)^٢)$

$١٣ - ٣ = ١٠$

تدريب ٢: اذا كان $\int_{-١}^{٢} \frac{ه(س)}{٣}\,دس = ٥$ ، $\boxed{\int_{-١}^{٦} ه(س)\,دس = ٤}$ فجد قيمة كل مما يأتي:

(١) $\int_{٢}^{-١} ٢ه(س)\,دس$ (٢) $\int_{٦}^{٢} ه(س)\,دس$.

الحل: $\int_{-١}^{٢} \frac{ه(س)}{٣}\,دس = ٥ \Leftarrow \frac{١}{٣}\int_{-١}^{٢} ه(س)\,دس = ٥$

$\Leftarrow \boxed{\int_{-١}^{٢} ه(س)\,دس = ١٥}$

١) $\int_{٢}^{-١} ٢ه(س)\,دس = ٢\int_{٢}^{-١} ه(س)\,دس$

$= ٢ \times -١٥ = -٣٠$

٢) $\int_{٦}^{٢} ه(س)\,دس = \int_{٦}^{-١} ه(س)\,دس + \int_{-١}^{٢} ه(س)\,دس$

$= -٤ + ١٥ = ١١$

تدريب ٣: اذا كان $\int_{٢}^{٥} (٣ه(س) - ٤)\,دس = ١٨$ فجد قيمة التكامل: $\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس$.

الحل: $\int_{٢}^{٥} ٣ه(س)\,دس - \int_{٢}^{٥} ٤ .\,دس = ١٨$

$٣\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس - [٤س]_{٢}^{٥} = ١٨$

$٣\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس - ٤(٥-٢) = ١٨$

$٣\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس - ٣\times٤ = ١٨$

$٣\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس - ١٢ = ١٨$

$+١٢ \quad\quad +١٢$

$\frac{٣}{٣}\int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس = \frac{٣٠}{٣} \Leftarrow \int_{٢}^{٥} ه(س)\,دس = ١٠$

تدريب ٤:

١) اذا كان $\int_{\text{م}^{٣}+١}^{-٧} \text{ق(س)}\, \text{دس} = \text{صفر}$ فجد قيمة الثابت م ؟ .

الحل:

$\text{م}^{٣} + ١ = -٧$

$-١ \qquad -١$

$\text{م}^{٣} = -٨$ نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{\text{م}^{٣}} = \sqrt[٣]{-٨}$

$\text{م} = -٢$

٢) إذا كان $\int_{\text{ن}}^{١} (٢\text{س} - ٣)\, \text{دس} = \text{صفر}$ فجد قيمة الثابت ن .

الحل: $\int_{\text{ن}}^{١} (٢\text{س} - ٣)\, \text{دس} = \text{صفر}$

$\left[\cancel{٢}\frac{\text{س}^{٢}}{\cancel{٢}} - ٣\text{س}\right]_{\text{ن}}^{١} = \text{صفر}$

$(١ - ٣) - (\text{ن}^{٢} - ٣\text{ن}) = \text{صفر}$

$-٢ - \text{ن}^{٢} + ٣\text{ن} = \text{صفر}$

$(-\text{ن}^{٢} + ٣\text{ن} - ٢ = \text{صفر}) \times -١$

$\text{ن}^{٢} - ٣\text{ن} + ٢ = \text{صفر}$

$(\text{ن} - ٢)(\text{ن} - ١) = \text{صفر}$

$\text{ن} - ٢ = \text{صفر}$ ، $+٢ \quad +٢$ $\Leftarrow$ $\text{ن} = ٢$

$\text{ن} - ١ = \text{صفر}$ ، $+١ \quad +١$ $\Leftarrow$ $\text{ن} = ١$

تدريب ١ : جد قيمة التكامل الآتي

$\int ٢١ \, (٣س^٢ + ٤س)(س^٣ + ٢س^٢)^٧ . ءس$

نفرض أن $ص = س^٣ + ٢س^٢$

$\frac{ءص}{ءس} = ٣س^٢ + ٤س$

$ءس = \frac{ءص}{٣س^٢ + ٤س}$.

$\int ٢١ \, \cancel{(٣س^٢ + ٤س)} \, ص^٧ . \frac{ءص}{\cancel{٣س^٢ + ٤س}} =$

$\int ٢١ \, ص^٧ . ءص = \frac{٢١ ص^٨}{٨} + جـ$

$\frac{٢١}{٨} (س^٣ + ٢س^٢)^٨ + جـ$

تدريب ٢ : حل الفرع (٤) من المثال (٢)

باستخدام قيم ص بالتعويض في حدود التكامل

$\int_{٣}^{٠} \frac{١}{\sqrt{٥س + ١}} . ءس$

$ص = ٥س + ١ \Leftarrow \frac{ءص}{ءس} = ٥$

$\Leftarrow \frac{ءص}{٥} = ءس$.

عندما $س = ٣ \leftarrow ص = ٥ \times ٣ + ١ = ١٦$

عندما $س = ٠ \leftarrow ص = ٥ \times ٠ + ١ = ١$

$\int_{١٦}^{١} \frac{١}{\sqrt{ص}} . \frac{ءص}{٥} = \frac{١}{٥} \int_{١٦}^{١} ص^{-\frac{١}{٢}} ءص$

$\frac{١}{٥} \left[\frac{ص^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} \right]_{١٦}^{١} = \frac{٢}{٥} \left[\sqrt{ص} \right]_{١٦}^{١}$

$\frac{٢}{٥} (\sqrt{١} - \sqrt{١٦}) = \frac{٢}{٥} (١ - ٤) = \frac{٢}{٥} \times -٣ = \frac{-٦}{٥}$

تدريب ٣ : جد قيمة كل من التكاملات التالية :

١) $\int ٣س \, (س^٢ + ١)^{-٥} . ءس$

$ص = س^٢ + ١$

$\frac{ءص}{ءس} = ٢س$

$\frac{ءص}{٢س} = ءس$

$\int ٣س \, ص^{-٥} \, \frac{ءص}{٢س}$.

$\frac{٣}{٢} \int ص^{-٥} ءص =$

$\frac{٣}{٢} \, \frac{ص^{-٥+١}}{-٥+١} + جـ = \frac{٣}{٢} \, \frac{ص^{-٤}}{-٤} + جـ$

$= -\frac{٣}{٨} \times \frac{١}{ص^٤} + جـ$

$= \frac{-٣}{٨(س^٢ + ١)^٤} + جـ$

٢) $\int ٢س \, قا^٢ (١ - س^٢) \, ءس$

$ص = ١ - س^٢$

$\frac{ءص}{ءس} = -٢س$

$\frac{ءص}{-٢س} = ءس$

$\int ٢س \, قا^٢ ص . \frac{ءص}{\cancel{-٢س}}$

$\int - قا^٢ ص . ءص$

$- ظا ص + جـ$

$- ظا (١ - س^٢) + جـ$

تدريب ٣ :

٣) $\int_{1}^{-1} (٤س-١)\sqrt[3]{س-٢س^{٢}-١}\ دس$

ص = س − ٢س² − ١

$\frac{دص}{دس} = ١ - ٤س$

$\frac{دص}{١-٤س} = دس$

$= \int_{1}^{-1} (٤س-١)\sqrt[3]{س-٢س^{٢}-١}\ دس$

$= \int_{1}^{-1} \cancel{(٤س-١)}\ ص^{\frac{١}{٣}}\ \frac{دص}{\cancel{١-٤س}}$

$= \int_{1}^{-1} -ص^{\frac{١}{٣}}\ دص = -\left[\frac{ص^{\frac{٤}{٣}}}{\frac{٤}{٣}}\right]_{1}^{-1}$

$= -\frac{٣}{٤}\left[\sqrt[3]{(س-٢س^{٢}-١)^{٤}}\right]_{1}^{-1}$

$= -\frac{٣}{٤}\left(\sqrt[3]{(-١-٢-١)^{٤}} - \sqrt[3]{(١-٢-١)^{٤}}\right)$

$-\frac{٣}{٤}\left(\sqrt[3]{٢٥٦} - \sqrt[3]{١٦}\right)$

٤) $\int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt[5]{س+١}}\ دس =$

$\int_{٠}^{٣} \frac{١}{(س+١)^{\frac{١}{٥}}}\ دس = \int_{٠}^{٣} (س+١)^{-\frac{١}{٥}}\ دس$

$= \left[\frac{(س+١)^{\frac{٤}{٥}}}{\frac{٤}{٥}}\right]_{٠}^{٣}$

$= \frac{٥}{٤}\left[\sqrt[5]{(س+١)^{٤}}\right]_{٠}^{٣}$

$= \frac{٥}{٤}\left(\sqrt[5]{٢٥٦} - \sqrt[5]{١}\right) = \frac{٥}{٤}\left(\sqrt[5]{٢٥٦} - ١\right)$

تدريب ٤ : جد قيمة كل تكامل مما يأتي :

١) $\int (أس+ب)^{ن}\ دس =$

$\frac{(أس+ب)^{ن+١}}{(ن+١)\times أ} + جـ$

٢) $\int جتا\,(أس+ب)\ دس =$

$\frac{جا\,(أس+ب)}{أ} + جـ$

تدريب ٥ : جد قيمة التكاملات التالية :

١) $\int_{-١}^{٢} ٦(١-٢س)^{٥}\ دس =$

$= \left[\frac{\cancel{٦}(١-٢س)^{٦}}{\cancel{٦}\times -٢}\right]_{-١}^{٢}$

$\frac{(١-٢\times٢)^{٦}}{-٢} - \frac{(١-٢\times-١)^{٦}}{-٢} = \frac{(-٣)^{٦}-(٣)^{٦}}{-٢}$

= صفر

٢) $\int ١٢\ جا\,(١-٤س)\ دس =$

$\frac{-١٢}{-٤}\ جتا\,(١-٤س) + جـ$

$٣\ جتا\,(١-٤س) + جـ$

تدريب ١: جد قاعدة الاقتران ق علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (-١، ٢) وأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة: ق'(س) = ٢س - ١

الحل: ق(س) = ∫ ق'(س) . دس .

$$ق(س) = \int (٢س - ١)\, دس$$

$$ق(س) = س^{٢} - س + جـ$$

$$ق(-١) = (-١)^{٢} - -١ + جـ$$

$$٢ = ١ + ١ + جـ$$

$$٢ = ٢ + جـ \Leftarrow جـ = صفر$$

$$ق(س) = س^{٢} - س \ .$$

تدريب ٢: جد قيمة ق(١٤)، علماً بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة: ق'(س) = ٦ $\sqrt[٣]{٢س - ١}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (١، ٥)

الحل: ق(س) = ∫ ٦ $\sqrt[٣]{٢س-١}$ دس

$$= \int ٦ (٢س - ١)^{\frac{١}{٣}} \, . \, دس$$

$$ق(س) = \frac{٦ (٢س - ١)^{\frac{١}{٣}+١}}{(\frac{١}{٣}+١) \times ٢} + جـ$$

$$ق(س) = \frac{\cancel{٦}^{٣} (٢س - ١)^{\frac{٤}{٣}}}{١ \cancel{٢} \times \frac{٤}{٣}} + جـ$$

$$ق(س) = \frac{٩}{٤} \sqrt[٣]{(٢س - ١)^{٤}} + جـ$$

$$ق(١) = \frac{٩}{٤} \sqrt[٣]{(٢ \times ١ - ١)^{٤}} + جـ$$

$$٥ = \frac{٩}{٤} \times ١ + جـ \Leftarrow ٥ = \frac{٩}{٤} + جـ$$

$$\Leftarrow جـ = ٥ - \frac{٩}{٤} \Leftarrow جـ = \frac{٢٠}{٤} - \frac{٩}{٤}$$

$$\boxed{جـ = \frac{١١}{٤}}$$

$$ق(س) = \frac{٩}{٤} \sqrt[٣]{(٢س - ١)^{٤}} + \frac{١١}{٤} \ .$$

$$ق(١٤) = \frac{٩}{٤} \sqrt[٣]{(٢ \times ١٤ - ١)^{٤}} + \frac{١١}{٤}$$

$$= \frac{٩}{٤} \sqrt[٣]{٢٧^{٤}} + \frac{١١}{٤}$$

$$= \frac{٩}{٤} \times ٨١ + \frac{١١}{٤}$$

$$= \frac{٧٢٩ + ١١}{٤}$$

$$= \frac{٧٤٠}{٤} = ١٨٥$$

تدريب ١ :

١) يتحرك جسم على خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة : ع(ن) = (٢ن+٥) م/ث حيث ن : الزمن بالثواني ، جد موقع الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٣ م .

الحل: ف(ن) = $\int$ ٢ن + ٥ . دن

ف(ن) = ن^{2} + ٥ن + جـ

ف(٠) = ٠^{2} + ٥×٠ + جـ

$\boxed{\text{جـ = ٣}}$

ف(ن) = ن^{2} + ٥ن + ٣

ف(٢) = ٢^{2} + ٥×٢ + ٣

= ٤ + ١٠ + ٣ = ١٧

٢) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة : ع(ن) = (٦(١-٢ن)^{2}) م/ث
جد موقعه بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن ف(٠) = ٥ م .

الحل: ف(ن) = $\int$ ٦(١-٢ن)^{2} . دن

ف(ن) = $\frac{\text{٦(١-٢ن)}^{3}}{\text{٣×-٢}}$ + جـ

ف(ن) = -(١-٢ن)^{3} + جـ

ف(٠) = -(١-٠)^{3} + جـ

٥ = -١ + جـ

+١ +١ ⟸ جـ = ٦

ف(ن) = -(١-٢ن)^{3} + ٦

ف(١) = -(١-٢)^{3} + ٦

= --١ + ٦ = ٧ م موقعه بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة

تدريب ٢ : يتحرك جسم على خط مستقيم وبتسارع ثابت مقداره ت(ن) = -١٢ م/ث^{2} . اذا كانت سرعته الابتدائية ع(٠) = ٥ م/ث وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٣ م جد .

١) سرعة الجسم بعد مرور أربع ثوانٍ من بدء الحركة

٢) موقع الجسم بعد مرور ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة

الحل: ع(ن) = $\int$ ت(ن) دن

= $\int$ -١٢ . دن

ع(ن) = -١٢ن + جـ

ع(٠) = ٠ + جـ

جـ = ٥

ع(ن) = -١٢ن + ٥ .

ع(٤) = -١٢×٤ + ٥

= -٤٨ + ٥

= -٤٣ م/ث سرعة الجسم بعد مرور ٤ ثوان من بدء الحركة .

ف(ن) = $\int$(-١٢ن + ٥) . دن

= -٦ن^{2} + ٥ن + جـ

ف(٠) = ٠ + ٠ + جـ

جـ = ٣

ف(ن) = -٦ن^{2} + ٥ن + ٣

ف(٣) = -٦(٣)^{2} + ٥×٣ + ٣

= -٥٤ + ١٥ + ٣

= -٥٤ + ١٨ = -٣٦ م

المسافة يجب أن تكون موجبة

تدريب ١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات في الفترة المحددة في كل مما يأتي:

١) ق(س) = ١٢ − ٤س ، [١، ٢]

١٢ − ٤س = صفر ⟸ ١٢/٤ = ٤/٤ س

س = ٣ لا ينتمي للفترة.

م = $\int_{1}^{2}$ ١٢ − ٤س . دس =

= [١٢س − ٢س²]$_{1}^{2}$

١٢×٢ − ٢(٢)² − (١٢×١ − ٢(١)²)

٢٤ − ٨ − ١٠ = ٦ وحدة مساحة

٢) ق(س) = ٣س² − ١٢س ، [٠، ٢]

٣س² − ١٢س = صفر

٣س (س − ٤) = صفر

٣س = صفر ← س = صفر

س − ٤ = صفر ← س = ٤

م = $\int_{0}^{2}$ ٣س² − ١٢س . دس

= [س³ − ٦س²]$_{0}^{2}$

= ٢³ − ٦(٢)² − صفر

= ٨ − ٢٤

م = |−١٦|

م = ١٦ وحدة مساحة.

٣) ق(س) = ٢س − ٦ ، [١، ٤]

٢س − ٦ = صفر ⟸ ٢س = ٦ ⟸ س = ٣

م١ م٢
١ ٣ ٤

م١ = $\int_{1}^{3}$ (٢س − ٦) . دس

= [س² − ٦س]$_{1}^{3}$

= ٣² − ٦×٣ − (١ − ٦×١)

= ١٨ − ٩ − ٥ = ٤ وحدة مربعة

م٢ = $\int_{3}^{4}$ (٢س − ٦) دس

= [س² − ٦س]$_{3}^{4}$

= ٤² − ٦×٤ − (٣² − ٦×٣)

= ٢٤ − ١٦ − ٩

م٢ = |−١|

م٢ = ١ وحدة مربعة

م = م١ + م٢

= ٤ + ١

= ٥ وحدة مربعة.

تدريب ٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س) = س^{٢} − ٢س − ٣ ومحور السينات.

الحل: س^{٢} − ٢س − ٣ = صفر

(س − ٣)(س + ١) = صفر

س − ٣ = صفر ⟸ س = ٣

س + ١ = صفر ⟸ س = −١

م = $\int_{-١}^{٣}$ (س^{٢} − ٢س − ٣) دس =

= $\left[\frac{س^{٣}}{٣} - س^{٢} - ٣س\right]_{-١}^{٣}$

= $\frac{٣^{٣}}{٣}$ − ٣^{٢} − ٣×٣ − ($\frac{-١}{٣}$ − ١ + ٣) =

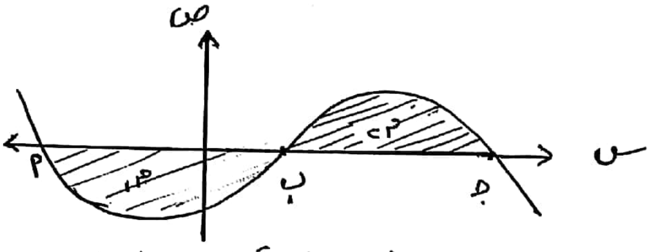
= $\cancel{٩}$ − $\cancel{٩}$ − ٩ + $\frac{١}{٣}$ + ١ − ٣ =

= −١١ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{-٣٣}{٣}$ + $\frac{١}{٣}$ =

م = | $\frac{-٣٢}{٣}$ |

م = $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

تدريب ٣: يمثل الشكل التالي منحنى ص = ق(س)، فإذا كانت المساحة م١ = ٨ وحدات مربعة، م٢ = ٥ وحدات مربعة، تجد قيمة ما يلي:



١) $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس = −٨ (لأن المنحنى تحت محور السينات)

٢) $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) دس = ٥ (لأن المنحنى فوق محور السينات)

٣) $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) دس = $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس + $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) دس

= −٨ + ٥

= −٣

٤) مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات على الفترة [أ، جـ]

م = م١ + م٢

م = ٨ + ٥

م = ١٣ وحدة مربعة

المساحة دائماً موجبة لكن التكامل يمكن أن يكون سالب.